**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Band:** 49 (2003)

**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ENDOMORPHISMES DES VARIÉTÉS HOMOGÈNES

**Kapitel:** 3.3 Cas général

**Autor:** Cantat, Serge

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-66689

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

**Download PDF:** 19.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

REMARQUE 3.1. La preuve que nous venons de présenter simplifie légèrement les arguments de [22] et a l'avantage d'employer peu d'outils évolués. La stratégie s'applique pour toutes les variétés de drapeaux classiques – *i.e.* pour les ensembles de sous-espaces vectoriels emboîtés de $\mathbf{C}^n$. Par contre, elle ne s'applique pas pour la quadrique lisse de dimension 3. Pour une preuve dans le cas général, nous renvoyons le lecteur à [22]; le cas des quadriques apparaît également dans [4].

### 3.3 CAS GÉNÉRAL

D'après un théorème d'Armand Borel et Reinhold Remmert, toutes les variétés homogènes kählériennes compactes sont isomorphes au produit d'un tore $T$ par une variété de drapeaux $Q$. Puisque la projection de $T \times Q$ sur $T$ coïncide avec le morphisme d'Albanese, ses fibres sont permutées par tout endomorphisme. Si $f \colon T \times Q \to T \times Q$ est une application holomorphe surjective, on peut donc l'écrire sous la forme

$$f(t,q) = (a(t), g_t(q)), \tag{10}$$

où $a$ est un endomorphisme de $T$ et $t \mapsto g_t$ est une application holomorphe à valeurs dans les endomorphismes de $Q$. Quitte à remplacer $f$ par l'un de ses itérés, le théorème 3.1 et la connexité de $T$ permettent de supposer que $g_t$ est à valeurs dans:

(i) les endomorphismes d'un certain degré d'un espace projectif, ou

(ii) la composante connexe du groupe d'automorphismes d'une variété de drapeaux.

Chacun de ces ensembles est égal au complémentaire d'une famille non vide d'hypersurfaces dans un espace projectif. L'application $t \mapsto g_t$ doit donc être constante. Nous avons donc démontré la proposition suivante:

PROPOSITION 3.3. *Soit $T$ un tore et $Q$ une variété de drapeaux. Les endomorphismes de $T \times Q$ sont tous du type $(t,q) \mapsto (a(t), g(q))$ où $a$ est un endomorphisme de $T$ et $g$ est un endomorphisme de $Q$.*

En particulier, tous les endomorphismes de ces variétés préservent la projection sur $Q$. Il s'agit d'un cas particulier de fibration de Tits. Nous allons maintenant montrer que cette dernière est toujours invariante.