

5.2 Straight telescopic paths

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LEMMA 5.4. *Let p be a horizontal geodesic which admits a decomposition in r subpaths p_i such that for some constant $L \geq 0$, for any $i = 1, \dots, r$, either $|[p_i]_{r+nt_0}|_{r+nt_0} \leq |p_i|_r$ or $L \geq |[p_i]_{r+nt_0}|_{r+nt_0} > |p_i|_r$. Then there exists a constant $C_{5.4}(n, r, L)$, which is increasing in each variable, such that if p is dilated in the future after nt_0 , then $|p|_r \leq C_{5.4}(n, r, L)$.*

Proof. We set $n = 1$ in order to simplify the notation; the general case is treated in the same way. Up to permuting the indices, $|[p_i]_{r+t_0}|_{r+t_0} > |p_i|_r$ for $i = 1, \dots, j$. Since p is dilated in the future after t_0 ,

$$jL + \sum_{i=j+1}^r |p_i|_r \geq \lambda^{t_0} \sum_{i=1}^r |p_i|_r.$$

Therefore $|p|_r \leq \frac{jL}{\lambda^{t_0} - 1}$. \square

5.2 STRAIGHT TELESCOPIC PATHS

DEFINITION 5.5. A *straight* telescopic path is a telescopic path S such that if x, y are any two points in S with $x \in O^+(y) \cup O^-(y)$ then the subpath of S between x and y is equal to the orbit-segment of the semi-flow between x and y .

If S is a path containing a point x , let $S_{x,t} \subset S$ be the maximal subpath of S containing x , whose pulled-tight projection $[S_{x,t}]_{f(x)+t}$ on $f^{-1}(f(x)+t)$ is well defined. The point $\sigma_t(x)$ does not necessarily belong to $[S_{x,t}]_{f(x)+t}$. However there exists a unique point in $[S_{x,t}]_{f(x)+t}$ which minimizes the horizontal distance between $\sigma_t(x)$ and $[S_{x,t}]_{f(x)+t}$. This point is denoted by \bar{x}_t . Lemma 5.6 below gives an upper bound, depending on t , for the telescopic distance between x and \bar{x}_t .

LEMMA 5.6. *Let S be any straight telescopic path. If t is any non negative real number, there exists a constant $C_{5.6}(t) \geq t$, which increases with t , such that any point $x \in S$ is at telescopic distance smaller than $C_{5.6}(t)$ from the point \bar{x}_t (see above).*

Proof. If $\sigma_t(x) \in [S_{x,t}]_{f(x)+t}$, we set $C_{5.6}(t) = t$. Since S is straight, if $\sigma_t(x) \notin [S_{x,t}]_{f(x)+t}$, x belongs to a cancellation c whose endpoints lie in the past orbits of \bar{x}_t . The bounded-cancellation property gives an upper bound on the horizontal length of c . This leads to the conclusion. \square