

## 3.7 Generic c

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

EXAMPLE 3.15. If  $\lambda = 0$  and  $\tau = \mathbf{1}$  is the trivial representation of  $W$ , the Verma module  $M(0, \mathbf{1}) = \mathbf{C}[\mathfrak{h}]$ . The action of  $\mathbf{C}[\mathfrak{h}]$  is given by multiplication, that of  $\mathbf{C}[\mathfrak{h}^*]$  is generated by the Dunkl operators and  $W$  acts in the usual way.

### 3.7 GENERIC $c$

Opdam and Rouquier have recently studied the structure of the categories  $\mathcal{O}(H_c)$ ,  $\mathcal{O}(eH_c e)$ , and found that it is especially simple if  $c$  is “generic” in a certain sense. Namely, recall that for a  $W$ -invariant function  $q: \Sigma \rightarrow \mathbf{C}^*$  one can define the *Hecke algebra*  $\text{He}_q(W)$  to be the quotient of the group algebra of the fundamental group of  $U/W$  by the relations  $(T_s - 1)(T_s + q_s) = 0$ , where  $T_s$  is the image in  $U/W$  of a small half-circle around the hyperplane of  $s$  in the counterclockwise direction. It is well known that  $\text{He}_q(W)$  is an algebra of dimension  $|W|$ , which coincides with  $\mathbf{C}[W]$  if  $q = 1$ . It is also known that  $\text{He}_q(W)$  is semisimple (and isomorphic to  $\mathbf{C}[W]$  as an algebra) unless  $q_s$  belongs for some  $s$  to a finite set of roots of unity depending on  $W$  (see [Hu]).

DEFINITION 3.16. The function  $c$  is said to be *generic* if for  $q = e^{2\pi ic}$ , the Hecke algebra  $\text{He}_q(W)$  is semisimple.

In particular, any irrational  $c$  is generic, and (more important for us) an integer valued  $c$  is generic (since in this case  $q = 1$ ). We can now state the following central result:

THEOREM 3.17 (Opdam-Rouquier [OR]; see also [BEG] for an exposition). *If  $c$  is generic (in particular, if  $c$  takes non negative integer values), then the irreducible objects in  $\mathcal{O}$  are exactly the modules  $M(\lambda, \tau)$ . Moreover, the category  $\mathcal{O}$  is semisimple.*

We also have

THEOREM 3.18 ([OR]). *If  $c$  is generic then the functor  $F$  is an equivalence of categories.*

From Theorem 3.17 we can deduce

THEOREM 3.19 ([BEG]). *If  $c$  is generic, then  $H_c$  is a simple algebra.*

In the case  $c = 0$ , we get the simplicity of  $\mathbf{C}[\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{h}^*] \rtimes \mathbf{C}[W]$ , which is well known.