Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **51 (2005)**

Heft 3-4: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Corollary 8.10 is purely arithmetical in nature. It should be possible to give a direct proof, but this probably requires a more ad hoc approach, making for instance a case distinction between the supersingular and the ordinary primes for E over K.

The next corollary is certainly well-known, but it is amusing to see how it can be proved using Arakelov theory.

COROLLARY 8.11. *Suppose that $N = p$ is a prime number. Extend the p-torsion points of E over the regular minimal model of E over K. Then the p-torsion points restrict injectively to a fiber at a prime of characteristic different from p.*

Proof. By symmetry considerations, it suffices to prove that for any p-torsion point P, the sections P and O do not intersect at a fiber above a prime of characteristic different from p. But if we take $N = p$ in the formula from Corollary 8.10, the right hand side is a rational multiple of $\log p$, hence so is the left hand side. As the local intersections involved in $(P, O)_{\mathrm{fin}}$ are always non-negative, they are in fact zero at primes of characteristic different from p. This proves the corollary. □

ACKNOWLEDGEMENTS. The author wishes to thank Gerard van der Geer for his encouragement and helpful remarks. Also he thanks Professor Qing Liu and the referee for their comments on an earlier version of this paper.

REFERENCES

[1] ARAKELOV, S. Y. An intersection theory for divisors on an arithmetic surface. *Math. USSR Izvestija 8* (1974), 1167–1180.

[2] AUTISSIER, P. Hauteur des correspondances de Hecke. *Bull. Soc. Math. France 131* (2003), 421–433.

[3] CASSOU-NOGUÈS, PH. and M. J. TAYLOR. *Elliptic Functions and Rings of Integers. Progr. Math. 66.* Birkhäuser Verlag, 1987.

[4] DELIGNE, P. and D. MUMFORD. The irreducibility of the space of curves of given genus. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. 36* (1969), 75–109.

[5] DELIGNE, P. et M. RAPOPORT. Les schémas de modules de courbes elliptiques. In: *Modular Functions of One Variable, II.* Lectures Notes in Mathematics *349.* Springer Verlag, 1973.

[6] FALTINGS, G. Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern. *Invent. Math. 73* (1983), 349–366.

[7] —— Calculus on arithmetic surfaces. *Ann. of Math. (2) 119* (1984), 387–424.

[8] LIU, Q. *Algebraic Geometry and Arithmetic Curves*. Oxford Graduate Texts in Mathematics, *6*. Oxford Science Publications, 2002.

[9] MUMFORD, D. *Tata Lectures on Theta I, II. Progr. in Math. 28, 43*. Birkhäuser Verlag, 1984.

[10] RAYNAUD, M. Hauteurs et isogénies. Astérisque *127* (1985), 199–234.

[11] SILVERMAN, J. Heights and elliptic curves. In: *Arithmetic Geometry*. G. Cornell and J. Silverman (eds.). Springer Verlag, 1986.

[12] SZPIRO, L. Sur les propriétés numériques du dualisant relatif d'une surface arithmétique. In: *The Grothendieck Festschrift, Vol. III, 229–246. Progr. Math. 88*. Birkhäuser Verlag, 1990.

[13] SZPIRO, L. and E. ULLMO. Variation de la hauteur de Faltings dans une classe de $\overline{\mathbf{Q}}$-isogénie de courbe elliptique. *Duke Math. J. 97* (1999), 81–97.

[14] TATE, J. Algorithm for determining the type of a singular fiber in an elliptic pencil. In: *Modular Functions of One Variable, IV*. Lecture Notes in Mathematics *476*. Springer Verlag, 1975.

(Reçu le 6 septembre 2004)

R. de Jong

Mathematical Institute
University of Leiden
PO Box 9512
2300 RA Leiden
The Netherlands
e-mail: rdejong@math.leidenuniv.nl

Leere Seite
Blank page
Page vide