

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **51 (2005)**

Heft 3-4: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

pour tout $\varepsilon > 0$ (par la majoration classique $\tau(n) \ll n^\varepsilon$: voir [50, p. 83, Corollaire 11]). Comme (22) suggère que $\mathcal{G}(n) \stackrel{?}{\gg} n$, on déduit donc de (22) et (23) que

$$\sum_{k=1}^{n-1} \Lambda(k)\Lambda(n-k) \stackrel{?}{\sim} 2 \prod_{p \geq 3} \left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right) \cdot \prod_{\substack{p|n \\ p \geq 3}} \frac{p-1}{p-2} \cdot n,$$

qui est l'une des variantes de l'estimation prédite par Hardy et Littlewood [28]. De tels arguments s'appliquent probablement à la conjecture de Schinzel énoncée au paragraphe 13.1. Enfin, rappelons que le théorème le plus proche de la conjecture de Goldbach est celui de Chen [9] : « *Tout entier pair suffisamment grand est la somme d'un nombre premier et d'un entier produit d'au plus deux nombres premiers.* »

REMERCIEMENTS. Ils vont à K. Conrad pour ses commentaires pertinents qui nous ont permis d'améliorer une version préliminaire de ce texte.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BAIER, S. On the Bateman-Horn conjecture. *J. Number Theory* 96 (2002), 432–448.
- [2] ——— A probabilistic model for primes in random sets. Prépublication (2002).
- [3] BATEMAN, P. T. et R. A. HORN. A heuristic asymptotic formula concerning the distribution of prime numbers. *Math. Comp.* 16 (1962), 363–367.
- [4] BATEMAN, P. T. et R. M. STEMMLER. Waring's problem for algebraic numbers and primes of the form $(p^r - 1)/(p^d - 1)$. *Illinois J. Math.* 6 (1962), 142–156.
- [5] BOMBIERI, E. Le grand crible dans la théorie analytique des nombres. *Astérisque* 18, 1974.
- [6] BOUNIAKOWSKY, V. Sur les diviseurs numériques invariables des fonctions rationnelles entières. *Mémoires sc. math. et phys.* 6 (1854), 306–329.
- [7] BRUN, V. Über das Goldbachsche Gesetz und die Anzahl der Primzahlpaare. *Arch. f. Math. og Naturv.* 34 (1915), 3–19.
- [8] CANTOR, G. Vérification jusqu'à 1000 du théorème empirique de Goldbach. *Assoc. Franç. Caen XXIII* (1894), 117–134.
- [9] CHEN, J. R. On the representation of a large even integer as the sum of a prime and the product of at most two primes. *Sci. Sinica* 16 (1973), 157–176.
- [10] CHERWELL. Note on the distribution of the intervals between prime numbers. *Quart. J. Math., Oxford Ser.* 17 (1946), 46–62.
- [11] CHERWELL et E. M. WRIGHT. The frequency of prime-patterns. *Quart. J. Math., Oxford Ser.* (2) 11 (1960), 60–63.

- [12] COLLIOT-THÉLÈNE, J.-L. et J.-J. SANSUC. Sur le principe de Hasse et l'approximation faible, et sur une conjecture de Schinzel. *Acta Arith.* 41 (1982), 33–53.
- [13] COLLIOT-THÉLÈNE, J.-L., A. SKOROBOGATOV et P. SWINNERTON-DYER. Hasse principle for pencils of curves of genus one whose Jacobians have rational 2-division points. *Invent. Math.* 134 (1998), 579–650.
- [14] CONRAD, K. Hardy-Littlewood constants. *Mathematical Properties of Sequences and Other Combinatorial Structures*. Los Angeles, CA, 2002, 133–154, Kluwer Acad. Publ., Boston, 2003.
- [15] CONRAD, B. et K. CONRAD. The Möbius function and the residue theorem. *J. Number Theory* 110 (2005), 22–36.
- [16] CONRAD, B., K. CONRAD et R. GROSS. Irreducible specialization in genus 0. Prépublication (2005).
- [17] DAVENPORT, H. et A. SCHINZEL. A note on certain arithmetical constants. *Illinois. J. Math.* 10 (1966), 181–185.
- [18] DICKSON, L. A new extension of Dirichlet's theorem on prime numbers. *Messenger of Math.* 33 (1904), 155–161.
- [19] DIRICHLET, G. L. Beweis des Satzes, dass jede unbegrenzte arithmetische Progression, deren erstes Glied und Differenz ganze Zahlen ohne gemeinschaftlichen Factor sind, unendlich viele Primzahlen enthält. *Abh. Akad. Berlin* (1837), 45–71.
- [20] EULER, L. Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs. *Bibliothèque impartiale* 3 (1751), 10–31. (La citation reproduite ici se trouve dans la réédition de l'article dans les *Opera Posthuma* 1 (1862), 76–84 et est disponible sur le site <http://math.dartmouth.edu/~euler/docs/originals/E175.pdf>.)
- [21] FRIEDLANDER, J. et H. IWANIEC. The polynomial $X^2 + Y^4$ captures its primes. *Ann. of Math. (2)* 148 (1998), 945–1040.
- [22] FRÖHLICH, A. et M. J. TAYLOR. *Algebraic Number Theory*. Cambridge studies in advanced mathematics 27, 1991.
- [23] GOLDBACH, C. Lettre à L. Euler datée du 7 juin 1742. Facsimilé disponible sur le site <http://www.mathstat.dal.ca/~joerg/pic/g-letter.jpg>.
- [24] GOLOMB, S. The lambda method in prime number theory. *J. Number Theory* 2 (1970), 193–198.
- [25] HADAMARD, J. Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques. *Bull. S.M.F.* 24 (1896), 199–220.
- [26] HARDY, G. H. *Divergent Series*. Oxford University Press, first edition, 1949.
- [27] HARDY, G. H. et J. E. LITTLEWOOD. Tauberian theorem concerning power series and Dirichlet's series whose coefficients are positive. *Proc. Lond. Math. Soc. (2)* 13 (1914), 174–191.
- [28] HARDY, G. H. et J. E. LITTLEWOOD. Some problems of 'Partitio Numerorum', III. On the expression of a number as a sum of primes. *Acta Math.* 44 (1923), 1–70.
- [29] HARDY, G. H. et E. M. WRIGHT. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford Science Publications, fifth edition, 1979.
- [30] HEATH-BROWN, D. R. Primes represented by $x^3 + 2y^3$. *Acta Math.* 186 (2001), 1–84.

- [31] IWANIEC, H. Primes represented by quadratic polynomials in two variables. *Acta Arith.* 24 (1974), 435–459.
- [32] KOREVAAR, J. A century of complex tauberian theory. *Bull. Amer. Math. Soc.* 39 (2002), 475–531.
- [33] ———. Distributional Wiener-Ikehara theorem and twin primes. *Indag. Math. (N.S.)* 16 (2005), 37–49.
- [34] KUROKAWA, N. Special values of Euler products and Hardy-Littlewood constants. *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.* 60 (1984), 325–338.
- [35] ———. On the meromorphy of Euler products I, II. *Proc. Lond. Math. Soc. (3)* 53 (1986), 1–47; 209–236.
- [36] LANDAU, E. Ueber die zahlentheoretische Function $\varphi(n)$ und ihre Beziehung zum Goldbach'schen Satz. *Gött. Nachr.* (1900), 177–186.
- [37] LANG, S. La conjecture de Bateman-Horn. *Gaz. Math.* 67 (1996), 82–84.
- [38] ———. *Algebraic Number Theory*. Addison-Wesley, 1970.
- [39] MERTENS, F. Ein Beitrag zur analytischen Zahlentheorie. Ueber die Vertheilung der Primzahlen. *Borchardts J. für Math. (J. reine angew. Math.)* 78 (1874), 46–63.
- [40] NEWMAN, D.J. Simple analytic proof of the prime number theorem. *Amer. Math. Monthly* 87 (1980), 693–696.
- [41] DE POLIGNAC, A. Six propositions arithmologiques déduites du crible d'Ératosthène. *Nouv. Ann. Math.* 8 (1849), 423–429.
- [42] PÓLYA, G. Heuristic reasoning in the theory of numbers. *Amer. Math. Monthly* 66 (1959), 375–384.
- [43] RIESZ, M. Ein Konvergenzsatz für Dirichletsche Reihen. *Acta Math.* 40 (1916), 349–361.
- [44] SCHINZEL, A. et W. SIERPIŃSKI. Sur certaines hypothèses concernant les nombres premiers. *Acta Arith.* 4 (1958), 185–208.
- [45] SCHINZEL, A. A remark on a paper of Bateman and Horn. *Math. Comp.* 17 (1963), 445–447.
- [46] SERRE, J.-P. *Représentations linéaires des groupes finis*. Hermann, Paris, 1967.
- [47] STÄCKEL, P. Ueber Goldbach's empirisches Theorem. *Gött. Nachr.* (1896), 292–299.
- [48] SYLVESTER, J.J. On the partition of an even number into two primes. *Proc. Lond. Math. Soc.* 4 (1872), 4–6.
- [49] TCHEBICHEF, P.L. Sur la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée. *J. de Liouville* 17 (1852), 341–365.
- [50] TENENBAUM, G. *Introduction à la théorie analytique et probabiliste des nombres*. Publication de l'Institut Élie Cartan 13, Université de Nancy, 1990.
- [51] TITCHMARSH, E. C. *The Theory of the Riemann Zeta-Function*. Oxford Science Publications, second edition, 1986.
- [52] DE LA VALLÉE-POUSSIN, C. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. *Brux. S. sc.* 21 B (1897), 251–342 et 343–368.

Certaines des références anciennes peuvent être difficiles à trouver. Des versions scannées des articles [25, 36, 47, 49] sont accessibles sur certaines bibliothèques numériques recensées sur <http://www.library.cornell.edu/math/digitalization.php>. De

plus, la base de données *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* donne un lien direct vers la version scannée de nombreux articles datés d'avant 1942 : <http://www.emis.de/MATH/JFM/>.

(Reçu le 13 septembre 2005)

Marc Hindry

Institut de Mathématiques de Jussieu
Université Denis Diderot – Paris VII
Boîte 7012
2 place Jussieu
F-75251 Paris Cedex 05
France
e-mail : hindry@math.jussieu.fr

Tanguy Rivoal

Institut Fourier
CNRS UMR 5582 – Université Grenoble 1
100 rue des Maths, BP 74
F-38402 Saint-Martin d'Hères Cedex
France
e-mail : rivoal@ujf-grenoble.fr