

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **55 (2009)**

Heft 3-4

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

closure of S in the separable quadratic field extension $k(E)/k(x)$, it suffices to establish the following simple result.

LEMMA 17. *Let L/K be a finite Galois extension of fields, and S a Dedekind domain with fraction field L . Suppose that for all $\sigma \in \text{Gal}(L/K)$, $\sigma(S) = S$. Then S is the integral closure of $R := S \cap K$ in L .*

Proof. Since S is integrally closed, it certainly contains the integral closure of R in L . Conversely, for any $x \in S$, $P(t) = \prod_{\sigma \in \text{Gal}(L/K)} (t - \sigma(x))$ is a monic polynomial with coefficients in $(S \cap K)[t]$ satisfied by x .

REMARK. It is possible to avoid the use of an elliptic curve with trivial Mordell-Weil group: since we are, in general, passing to a quotient anyway, we can just mod out by $E(k)$. In fact, at the expense of introducing minor complications, one can make the argument go through starting with any elliptic curve E over any field k whatsoever.

ACKNOWLEDGEMENTS. The topic of class groups of Dedekind domains came up in the lectures and final student projects of a course taught by the author in Spring of 2008 at the University of Georgia. I wish to thank the students in that course, especially Jim Stankewicz and Nathan Walters, for their interest and insight.

REFERENCES

- [1] CLABORN, L. Dedekind domains and rings of quotients. *Pacific J. Math.* 15 (1965), 59–64.
- [2] ——— Dedekind domains: Overrings and semi-prime elements. *Pacific J. Math.* 15 (1965), 799–804.
- [3] ——— Every abelian group is a class group. *Pacific J. Math.* 18 (1966), 219–222.
- [4] ——— Specified relations in the ideal group. *Michigan Math. J.* 15 (1968), 249–255.
- [5] DAVIS, E. D. Overrings of commutative rings. II. Integrally closed overrings. *Trans. Amer. Math. Soc.* 110 (1964) 196–212.
- [6] GILMER, R. and J. OHM. Integral domains with quotient overrings. *Math. Ann.* 153 (1964), 97–103.
- [7] KOLYVAGIN, V. A. On the Mordell-Weil and Shafarevich-Tate groups for Weil elliptic curves. *Math. USSR-Izv.* 33 (1989), 473–499.
- [8] LARSEN, M. D. and P. J. MCCARTHY. *Multiplicative Theory of Ideals*. Pure and Applied Mathematics 43. Academic Press, New York-London, 1971.

- [9] LEEDHAM-GREEN, C. R. The class group of Dedekind domains. *Trans. Amer. Math. Soc.* 163 (1972), 493–500.
- [10] MATSUMURA, H. *Commutative Ring Theory*. Translated from the Japanese by M. Reid. Second edition. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 8. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [11] ROSEN, M. S -units and S -class group in algebraic function fields. *J. Algebra* 26 (1973), 98–108.
- [12] ——— Elliptic curves and Dedekind domains. *Proc. Amer. Math. Soc.* 57 (1976), 197–201.
- [13] SCOTT, W. R. *Group Theory*. Second edition. Dover Publications, Inc., New York, 1987.
- [14] TROTTER, H. F. An overlooked example of nonunique factorization. *Amer. Math. Monthly* 95 (1988), 339–342.

(Reçu le 22 juin 2008)

Pete L. Clark

Department of Mathematics
Boyd Graduate Studies Research Center
University of Georgia
Athens, GA 30602-7403
U. S. A.
e-mail : pete@math.uga.edu