

Die Hyposymmetrie des Axinits

Autor(en): **Weber, L.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles =
Bulletin der Naturforschenden Gesellschaft Freiburg**

Band (Jahr): **37 (1942-1944)**

PDF erstellt am: **18.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-308182>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die Hyposymmetrie des Axinit

VON L. WEBER.

Mit dem Kupfervitriol zählt der Axinit zu den unregelmäßigsten Körpern des Mineralreiches. Zumeist tafelig nach c , r oder u bekommt er bei gleichförmiger Entwicklung dieser Pinaikoide gelegentlich auch flachrhomboedrisches Aussehen. Sein einziges Symmetrieelement, das Inversionszentrum, bringt er zufolge des eigentümlichen Festsitzens auf dem Muttergestein kaum je zu deutlicher Geltung. Und dennoch entbehrt er nicht engster Beziehungen zu den höchstsymmetrischen Kristallpolyedern. Das mochte schon F. E. NEUMANN erkannt haben. Denn 1825 bezog er die Axinitflächen auf ein Achsenkreuz, das innerhalb der Messungsfehler streng rechtwinklig ist, jedoch der besonderen Morphologie des Axinites nicht völlig gerecht wird. In dieser Hinsicht sah H. W. MILLER wesentlich klarer. Das von ihm 1839 eingeführte Koordinatensystem gilt in der von V. GOLDSCHMIDT vorgeschlagenen Abänderung (1897) heute noch als das günstigste und ist durch die Grössen

$$a : b : c = 0,7812 : 1 : 0,9771$$

$$\alpha = 88^{\circ} 11' \quad \beta = 82^{\circ} 01' \quad \gamma = 77^{\circ} 22'$$

bestimmt. Von den Konstanten des kubischen Systems weichen diese Zahlen nicht allzu beträchtlich ab. Deshalb steht zu erwarten, dass sich die häufigsten und wichtigsten Flächen des Axinites formal als Teile der kubischen Grundgestalten deuten lassen. Bereits E. VON FEDOROW vertrat diese Auffassung. Sie liegt umso näher, als nach L. FEHR von den 133 Axinitformen nur 20 in mehr als

10 % der Fälle auftreten. Nach abnehmender Persistenz geordnet sind es folgende:

$c \{010\}$	$s \{1\bar{2}1\}$	$w \{110\}$	$o \{112\}$	$q \{211\}$
$r \{0\bar{1}1\}$	$M \{100\}$	$m \{001\}$	$Y \{111\}$	$b \{\bar{1}01\}$
$u \{1\bar{1}0\}$	$l \{1\bar{2}0\}$	$z \{0\bar{1}2\}$	$e \{011\}$	$g \{103\}$
$x \{1\bar{1}1\}$	$a \{101\}$	$n \{11\bar{1}\}$	$f \{102\}$	$d \{12\bar{1}\}$

Diesen 20 Formen entsprechen bei kubischer Zusammenfassung der einzelnen Pinakoide der Würfel und das Rhombendodekaeder mit voller Flächenzahl. Vom Oktaeder konnte $\{\bar{1}11\}$ bislang nicht beobachtet werden. Die restlichen acht Zweiflächner verteilen sich auf das Deltoidikositetraeder $\{211\}$ und die Tetra-kishexaeder $\{102\}$, $\{103\}$. Ihre äusserst lückenhafte Ausbildung wird aber durch die lange Reihe der seltenen Flächen wesentlich vervollständigt. Dieser Umstand führt zum überraschend ausgeglichenen Kombinationsbild der Fig. 1, worin oben die Vorderansicht (Parallelsprojektion auf eine zur a -Achse senkrechte Ebene), unten das Kopfbild dargestellt ist. Keine der Achsenrichtungen läuft also der Zeichenebene parallel. Flächen, deren Symbole sich einzig durch Umstellung oder Zeichenwechsel der Indizes unterscheiden, sind auf Kosten der Naturähnlichkeit so gelegt, dass sie allesamt, bei homogener Umformung des Polyeders auf streng kubische Dimensionierung, vom Ursprung gleiche Abstände haben. Diese oder eine ähnliche Voraussetzung ist notwendig, wenn der hypokubische Charakter des Axinites augenfällig werden soll. Zutiefst und wesentlich liegt dieser in den tatsächlichen Winkelgegebenheiten des Minerals und auch darin begründet, dass sich, wie schon vermerkt wurde, eine ansehnliche Zahl der Axinitformen zu vollständigen oder fast vollständigen kubischen Gestalten zusammennehmen lässt. Über $\{100\}$, $\{110\}$ und $\{111\}$ ist das Nötige bereits gesagt. Am Scheintetrakishexaeder $\{210\}$ mangelt nach Ausweis der Figur nur das Flächenpaar $\{012\}$. Das Deltoidikositetraeder $\{211\}$ ist mit zwei Dritteln seiner vollen Flächen-

zahl entwickelt. Im Vergleich dazu nimmt sich der Pyramidenwürfel $\{310\}$ mit nur zehn ausgebildeten Flächen schon recht mangelhaft aus. Er musste aber berücksichtigt werden, da das Pinakoid $\{103\}$ noch zu den 20 häufigeren Formen zählt.

Wenn gefragt würde, wie die 97 Restformen, die bis dahin absichtlich übergangen wurden, das Idealbild der Fig. 1 abändern, so wäre vorerst zu entgegnen, dass sowohl ihre Auftretenshäufigkeit als auch ihre Zusammenfassbarkeit zu Gruppen mit gleichzahligen Indizes äusserst gering ist und eigentlichen Zufallscharakter hat. Zu vollständigen kubischen Komplexen kommt es überhaupt nicht mehr. Ansätze zu solchen zeigen sich bloss achtmal, indem $\{321\}$ mit 6, $\{320\}$ mit 4, $\{221\}$, $\{322\}$, $\{410\}$ je mit 3 und $\{332\}$, $\{430\}$, $\{450\}$ je mit 2 Paaren erscheinen. Wie selten aber diese Flächen zur wirklichen Ausbildung gelangen, folgt aus der von L. FEHR berechneten Kombinationspersistenz. Für insgesamt 104 Formen bekannt, fällt sie in grosser Abstufung von 97,3 auf 0,5 herunter und darf für Flächenpaare, die in keiner Kombination erwähnt sind, mit Null eingeschätzt werden. Darnach bekommt das Formenbild der Fig. 1 (zwei Pinakoide haben $P = 0$) die Persistenzsumme 1005,6 (Anteil der 16 selteneren Formen = 43,6), während die verbleibenden 97 Formen (27 ohne Fundortspersistenz) nur die unbedeutende Zahl 75,1 liefern. Trotzdem ist die gestaltliche Auswirkung dieser 97 Formen nicht zu übersehen. Mit überwiegender Mehrheit drängen sie sich auf wenige Zonenstücke zusammen und würden bei Eintragung in Fig. 1 die Rundung einzelner Kanten erzeugen. Das gälte insbesondere für die Bereiche $0\bar{1}0:0\bar{1}2$, $0\bar{1}0:\bar{1}\bar{1}1$, $0\bar{1}0:100$, und $101:111$. Die anderen seltenen Flächen (3 Deltoidikositetraedern, 2 Triakis- und 13 Hexakisoktaedern zugehörig) umkränzen mit fast gleicher Individuenzahl (10 bzw. 8) Y und n oder legen sich zu zwei bzw. drei um x und das fehlende Pinakoid $\{\bar{1}11\}$. Indessen beeinträchtigt weder die Kantenabrundung noch das Hinzutreten einzelner Flächen den Gesamteindruck der Figur; es werden vielmehr gewisse Zonen noch deutlicher hervorgehoben, so dass der Axinit ein klassisches Beispiel des hypohexaedrischen Typus darstellt mit verhältnismässig starker Längen- und Winkelverzerrung.

FEDOROWS Arbeit über die hypokubische Aufstellung des Axinites war möglicher Weise noch nicht gedruckt, als der geistesgewaltige Russe in Weiterführung seiner Studien über die zonale Kristallographie erkannte, dass dieser nämliche Axinit mit weit grösserem Recht als hypohexagonal anzusprechen sei. Fig. 2. ist ein anschaulicher Ausdruck dafür. Orientierung genau wie in Fig. 1. Wiederum beschränkt sich die Zeichnung auf die 20 wichtigsten Formen und jene seltenen, welche die erstern zu möglichst vollständigen hexagonalen Komplexen ergänzen. So sind nur 31 Pinakoide dargestellt. Verglichen mit Fig. 1 sind 8 Formen weggefallen und 3 hinzugekommen. Doch ergibt sich der neue Habitus nicht so fast durch die besondere Flächenauswahl als vielmehr durch die Pseudohexagonalität des der Zeichnung unterlegten Achsenkreuzes. Sind die ursprünglichen Achsen nach Länge und Richtung durch \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} gegeben, so werden für die pseudohexagonalen Achsen die Vektorausdrücke $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{a}_2 = \mathbf{b}$, $\mathbf{a}_3 = -\mathbf{a}$, $\mathbf{c}_h = \mathbf{c}$ erhalten. Daraus kommt als Achsenverhältnis:

$$a_1 : a_2 : a_3 : c = 1,1263 : 1 : 0,7812 : 0,9771$$

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 102^\circ 38' & \alpha_2 = 119^\circ 50' & \alpha_3 = 137^\circ 24' \\ \gamma_1 = 86^\circ 5\frac{1}{2}' & \gamma_2 = 88^\circ 11' & \gamma_3 = 97^\circ 54' \end{array}$$

Hierin bezeichnet α_i den Winkel zwischen den positiven Richtungen der a_i anliegenden Nebenachsen, γ_i den Winkel $a_i : c$. Im Kopfbild der Fig. 2 heben sich die Nebenachsenrichtungen deutlich als Parallelscharen wichtiger Schnittkanten ab ($\mathbf{a}_1 = Y/m$, $\mathbf{a}_2 = a/m$, $\mathbf{a}_3 = r/z$), während in der Vorderansicht, wo \mathbf{a}_3 auf der Zeichenebene senkrecht steht, die Sechszähligkeit der Anordnung weniger ersichtlich ist.

Der Übergang von der hypokubischen Symbolisierung $\eta\kappa\lambda$ zur hypohexagonalen $hkil$ und umgekehrt geschieht nach den Formeln:

$$h = \eta - \kappa, \quad k = \kappa, \quad i = -\eta, \quad l = \lambda \quad \text{und} \quad \eta = -i, \quad \kappa = k, \quad \lambda = l$$

An Fig. 2 sind 9 «Formen» beteiligt. Um die Basis $m \{001\} = 0001$ legt sich als hexagonale Grundbipyramide I. Stellung ein äusserer Kranz von Flächen: $r \{0\bar{1}1\} = 1\bar{1}01$, $a \{101\} = 10\bar{1}1$,

$Y \{ 111 \} = 01\bar{1}1$, $e \{ 011 \} = \bar{1}101$, $b \{ \bar{1}01 \} = \bar{1}011$, $n \{ \bar{1}\bar{1}1 \} = 0\bar{1}11$. Daran schliessen sich nach innen fünf Flächen der nächst-

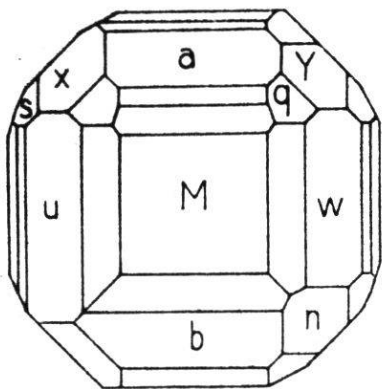


Fig. 1.

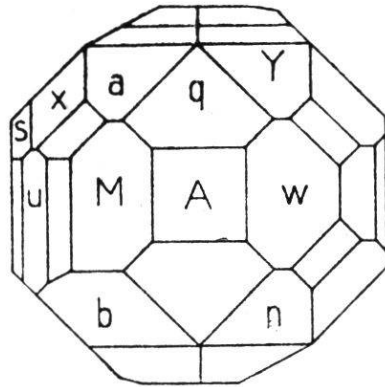


Fig. 2.

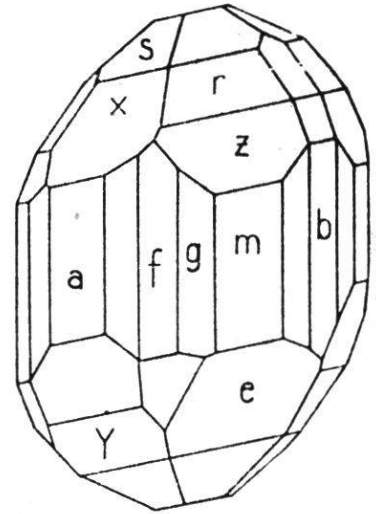
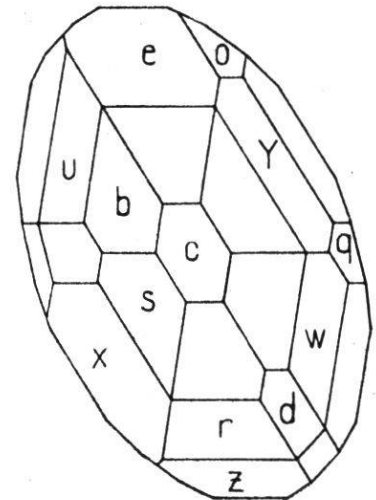
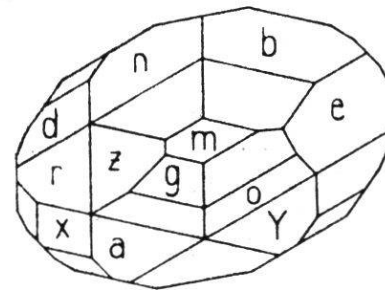
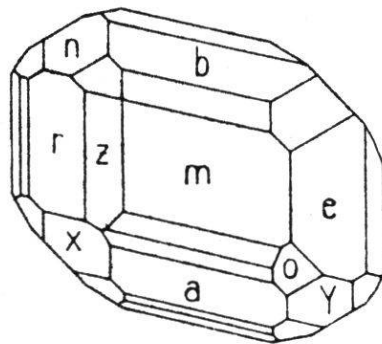


Fig. 3.



Die 20 wichtigsten Pinakoide des triklinen Axinits lassen sich mit geeignet ausgewählten individuellen Formen derart kombinieren, dass die vielfache Hyposymmetrie dieses in der Natur so unregelmässig gebauten Minerals deutlich in die Erscheinung tritt. Fig. 1 zeigt den hypo-hexaedrischen Typus. Das Aussehen der Vorderansicht (oben) ist fast ideal, während das Kopfbild (unten) die störende Winkelverzerrung nicht verdeckt. In Fig. 2, die zu Fig. 1 parallel gestellt ist, kommt *Fedorows* hypo-hexagonale Deutung des Axinits zur Veranschaulichung. Die Flächenentwicklung ist der neuen Hyposymmetrie angepasst. Lückenhafte Ausbildung der hexagonalen Scheinformen beeinträchtigt den Habitus. Die Neuauflistung der Fig. 3 verwirklicht die hexagonale Zusammengehörigkeit der Flächen viel besser.

stumpferen Scheinbipyramide: $z \{ 0\bar{1}2 \} = \bar{1}\bar{1}02$, $f \{ 102 \} = 10\bar{1}2$, $o \{ 112 \} = 01\bar{1}2$, —, $A \{ \bar{1}02 \} = \bar{1}012$, $\delta \{ \bar{1}\bar{1}2 \} = 0\bar{1}12$. Zunächst der Basis sind zwei Flächenpaare einer weiteren hexagonalen Bipyramide eingeschoben: $g \{ 103 \} = 10\bar{1}3$, $\psi \{ 113 \} = 01\bar{1}3$. Von

den hexagonalen Bipyramiden II. Stellung ist einzig $\{11\bar{2}1\}$ durch vier Flächenpaare vertreten: $x\{1\bar{1}1\} = 2\bar{1}\bar{1}1$, $q\{211\} = 11\bar{2}1$, $\sigma\{121\} = \bar{1}2\bar{1}1$, —, —, $d\{\bar{1}\bar{2}1\} = 1\bar{2}11$. Die vier kleinen Flächen am Rand des Kopfbildes gehören der einfachsten dihexagonalen Bipyramide an. Von links hinten nach rechts vorne folgen sich $t\{\bar{2}\bar{3}1\} = 1\bar{3}21$, $s\{1\bar{2}1\} = 3\bar{2}\bar{1}1$, $v\{2\bar{1}1\} = 3\bar{1}\bar{2}1$ und $\rho\{231\} = \bar{1}3\bar{2}1$. Fünf seltene und darum nicht eingezeichnete Flächenpaare, die zu $\{21\bar{3}2\}$ gehören [$\lambda_0\{312\} = 21\bar{3}2$, $\vartheta\{31\bar{2}\} = 21\bar{3}\bar{2}$, $x_0\{32\bar{2}\} = 12\bar{3}\bar{2}$, $\chi\{132\} = \bar{2}3\bar{1}2$, $\varepsilon\{13\bar{2}\} = \bar{2}3\bar{1}\bar{2}$], würden das hexagonale Aussehen vorteilhaft ergänzen. Die flächenreiche Zone der c -Achse liefert die hexagonalen Prismen I. und II. Stellung lückenlos, jedoch das dihexagonale Prisma $\{21\bar{3}0\}$ bloss zur Hälfte: $l\{1\bar{2}0\} = 3\bar{2}\bar{1}0$, $u\{1\bar{1}0\} = 2\bar{1}\bar{1}0$, $X\{2\bar{1}0\} = 3\bar{1}\bar{2}0$, $M\{100\} = 10\bar{1}0$, $A\{210\} = 11\bar{2}0$, $w\{110\} = 01\bar{1}0$, $v\{120\} = \bar{1}2\bar{1}0$, $\sigma_0\{130\} = \bar{2}3\bar{1}0$, $c\{010\} = \bar{1}100$.

Von den übrigen Formen, deren Persistenz ausnahmslos unter 10 liegt, werden nur in seltenen Fällen mehrflächige Teile hexagonaler Komplexe gebildet. Neben einigen Vizinalen zu wichtigen Flächen stellen sich die bereits erwähnten Rundungen ein, namentlich von z über r nach c' und von da über u nach M . Die Krümmung $x:s:c'$ entspricht Verhältnissen, wie sie am Quarz mitunter verwirklicht sind, wogegen zur Wölbung, die a mit Y verbindet, wohl kein gutes Belegmineral hexagonaler Symmetrie zu finden ist.

Der Haupteinwurf, der gegen FEDOROWS, hypohexagonale Deutung des Axinitis geltend gemacht werden kann, geht von der störenden Tatsache aus, dass ganz lückenhaften Formen wie $\{21\bar{3}0\}$ und $\{21\bar{3}1\}$ ein hochgewichtiges Flächenpaar zugehört. Es erhebt sich darum die Frage, ob es nicht möglich wäre, den Axinit, dessen flachrhomboedrisches Aussehen doch ab und zu auffällt, in der Weise hypohexagonal zu orientieren, dass die Flächen einer Scheinform ausgeglichener Bedeutung und Häufigkeit bekommen. Dass diese Frage nicht ganz müssig ist, beweist die schöne Pseudohexagonalität der Fig. 3. Die neue Vorderansicht lässt sich bei ge-

eigneter Drehung unschwer mit dem Kopfbild der Fig. 1 vergleichen. Es liegt eine leicht zu überschauende Vertauschung der ursprünglichen Achsen \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vor. Das neue Koordinatenkreuz ist durch die Vektoren

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{c}, \quad \mathbf{a}_2 = -\mathbf{a}, \quad \mathbf{a}_3 = \mathbf{a} - \mathbf{c}, \quad \mathbf{c}_h = -\mathbf{b}$$

definiert und führt auf das Achsenverhältnis:

$$\begin{aligned} a_1 : a_2 : a_3 : c &= 1,2508 : 1 : 1,4890 : 1,3008 \\ \alpha_1 &= 123^\circ 42\frac{1}{2}' & \alpha_2 &= 138^\circ 18\frac{1}{2}' & \alpha_3 &= 97^\circ 57' \\ \gamma_1 &= 91^\circ 57' & \gamma_2 &= 77^\circ 22' & \gamma_3 &= 96^\circ 54\frac{1}{2}' \end{aligned}$$

Die Flächentransformation zwischen der hypokubischen Aufstellung $\eta\kappa\lambda$ und der neuen hypohehexagonalen $hkil$ geschieht nach den Formeln:

$$h = \lambda, \quad k = -\eta, \quad i = \eta - \lambda, \quad l = -\kappa \quad \text{und} \quad \eta = -k, \quad \kappa = -l, \quad \lambda = h$$

Aus Fig 3 ist sofort ersichtlich, dass die Zeichenebene der Vorderansicht durch \mathbf{a}_2 geht und auf $c \{010\}$ senkrecht steht. Trotz ansehnlicher Schiefe der Querkanten tritt die Hexagonalität der ganzen Anordnung, wie schon bemerkt, prächtig hervor. Der Habitus ist äusserst einfach und gerade darum überraschend vollständig. Die Prismenzone ist schlechthin ideal entwickelt. Von links nach rechts folgen sich: $U \{301\} = \bar{1}\bar{3}20$ (in der Vorderansicht für die Darstellung zu schmal), $\iota \{201\} = \bar{1}\bar{2}10$, $\Xi \{302\} = 2\bar{3}10$, $a \{101\} = 1\bar{1}00$, $\omega \{203\} = 3\bar{2}\bar{1}0$, $f \{102\} = 2\bar{1}\bar{1}0$, $g \{103\} = 3\bar{1}\bar{2}0$, $m \{001\} = 10\bar{1}0$, $A \{\bar{1}02\} = 21\bar{3}0$, $b \{\bar{1}01\} = 11\bar{2}0$, $\mu \{\bar{2}01\} = 12\bar{3}0$, $M \{\bar{1}00\} = 01\bar{1}0$. Rings um die Basis liegen die Flächen zweier Bipyramiden I. Stellung: $s \{\bar{1}\bar{2}1\} = 1\bar{1}02$, $\pi \{0\bar{2}1\} = 10\bar{1}2$, $\gamma \{\bar{1}\bar{2}0\} = 01\bar{1}2$, $\sigma \{\bar{1}\bar{2}\bar{1}\} = \bar{1}102$, $\Delta \{0\bar{2}\bar{1}\} = \bar{1}012$, $l \{\bar{1}\bar{2}0\} = 0\bar{1}12$ und $x \{1\bar{1}\bar{1}\} = 1\bar{1}01$, $r \{0\bar{1}\bar{1}\} = 10\bar{1}1$, $w \{\bar{1}\bar{1}0\} = 01\bar{1}1$, $Y \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} = \bar{1}101$, $e \{0\bar{1}\bar{1}\} = \bar{1}011$, $u \{1\bar{1}0\} = 0\bar{1}11$. Der nächst steileren Bipyramide fehlen zwei Flächenpaare: $z \{0\bar{1}2\}$

$= 20\bar{2}1$, $A \{ \bar{2}\bar{1}0 \} = 02\bar{2}1$, $I \{ \bar{2}\bar{1}\bar{2} \} = \bar{2}201$, $X \{ 2\bar{1}0 \} = 0\bar{2}21$.
 Auch die Bipyramiden II. Stellung sind unvollständig, doch werden alle drei Basiszonen mit Flächen besetzt. Zusammen machen diese gerade sechs Paare aus: $\nu \{ 2\bar{1}1 \} = 1\bar{2}11$, $\{ 2\bar{2}1 \} = 1\bar{2}12$,
 $n \{ \bar{1}\bar{1}1 \} = 11\bar{2}1$, $d \{ \bar{1}\bar{2}1 \} = 11\bar{2}2$, $q \{ \bar{2}\bar{1}\bar{1} \} = \bar{1}2\bar{1}1$, $o \{ \bar{1}\bar{1}\bar{2} \} = \bar{2}111$.

Einfache dihexagonale Bipyramiden von etwelcher Vollständigkeit lassen sich mit den verbleibenden Axinitformen ebenso wenig zusammenstellen wie bei Fig. 2. Dafür passen sich die mehrfach beschriebenen Rundungen ausgezeichnet der Scheinsymmetrie an. Von der Basis ausgehend erstrecken sie sich über die hexagonalen Bipyramiden I. Stellung nach z , x , M (unterhalb u) und zeigen sich überdies zwischen a' und Y .

Alles in allem genommen ist die dritte Aufstellung des Axinites — Fig. 3 umfasst 35 Pinakoide! — der zweiten mindestens ebenbürtig, wenngleich die Längen- und Winkelunterschiede des Achsenverhältnisses die äusserste Grenze des Zulässigen erreichen.

Die Hyposymmetrie des Axinites ist einzigartig: von den drei Scheintetragyren, die sich selbstverständlich unter nahezu rechten Winkeln schneiden, lassen sich bei entsprechender Auswertung der seltenen Flächen zwei als Scheinhexagyren deuten. Das steht jedoch in zweifachem Widerspruch zu den Grundlehren der Kristallographie: Hexagyren erscheinen bloss in einer Richtung; Dodekagyren, die als mindestzählige Achsen tetragyrischen und hexagyrischen Charakter haben, sind kristallonomisch unmöglich. Die Ungereimtheit löst sich indessen durch den blossen Hinweis auf die unregelmässige Gestalt des Axinites, die zu symmetrielos ist, als dass sie sich wirklich eindeutig als hypokubisch oder hypohexagonal deuten liesse. Mit vollem Recht zählt daher P. NIGGLI den Axinit zu den Kristallen von ausgesprochen niedriger Symmetrie mit mehrfachen Anklängen an kubische, tetragonale bzw. hexagonale Verhältnisse.