Zeitschrift: Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev. = Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]

Herausgeber: Verein Schweizerischer Konkordatsgeometer = Association suisse des géomètres concordataires

Band: 2 (1904)

Heft: 6

Artikel: Das neue Projektionssystem der schweizerischen Landestopographie

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-177848

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

II. Jahrgang № 6 16. Juni 1904

Zeitschrift
des
Vereins Schweiz. Konkordatsgeometer

Organ zur Hebung und Förderung des Vermessungs- und Katasterwesens

Jährlich 12 Nummern. Jahres-Abonnement Fr. 4.-

Unentgeltlich für die Mitglieder

Redaktion: F. Brönnimann, Bern | *Expedition: H. Keller in Luzern*

Das neue Projektionssystem der schweizerischen Landestopographie.

Von der Redaktion.

Seit dem Erscheinen unseres Aufsatzes über die neue schweizerische Landestriangulation ist eine für das schweizerische Vermessungswesen höchst wichtige Tatsache zu stande gekommen. Das in der Januar-Nummer von Herrn M. Rosenmund, gewesener Adjunkt des Direktors der Abteilung für Landestopographie, nunmehr Professor für Geodäsie und Topographie am eidgenössischen Polytechnikum, angekündigte Werk über ein neues Projektionssystem für die schweizerische Landesvermessung ist nunmehr erschienen: ein Band von 117 Seiten Text mit einem Anhang von Tafeln zur Berechnung der neuen Koordinaten.

Die vom Verfasser aufgestellte wissenschaftlich und praktisch durchgearbeitete winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion ist unzweifelhaft eine epochemachende Errungenschaft der modernen Vermessungskunst und für die Schweiz ein nationales Geschenk. Wir beglückwünschen den Autor zu seiner klassischen Leistung und hoffen, daß es ihm vergönnt sein werde, in seiner neuen Stellung sein reiches Wissen noch recht lange dem Dienst der Landesehre und Wohlfahrt zu widmen.

Indem wir das uns vorliegende Buch benutzen, wollen wir versuchen, in Kürze auf das uns interessierende Theorem einzutreten, ohne uns indes auf die uns zu weit führenden theoretischen Ent-

wicklungen einzulassen. Wer sich mit dem Studium gründlich befassen will, muß aus der Quelle selbst schöpfen, deren Verlag vom eidgenössischen topographischen Bureau besorgt wird.

Wir haben in unserm Aufsatz über die neue schweizerische Landestriangulation dargetan, wie sich schon vor zwanzig Jahren Bestrebungen zeigten, die angewendete Projektion von Bonne, welche zwar flächentreu, aber Seiten und Winkel verzerrt, durch eine bessere zu ersetzen. Insonderheit wurde die Soldnersche und Gaußsche Projektion geprüft, welche in Deutschland mit Rücksicht auf begrenzte Abteilungsgebiete angewandt werden. Beide Methoden lieferten aber für das Einheitsgebiet der Schweiz, mit Nullpunkt Bern, unbefriedigende Resultate. Eine Abänderung des Projektionssystems mitten in der Publikation des Siegfriedatlas war nicht durchführbar, so daß man es vorzog, bis auf weiteres bei der bisherigen zu bleiben und für die Kantonsgebiete wie bisher ebene Systeme zum Gebrauche des Katasters einzuschalten.

Die Koordinaten der Punkte benachbarter Gebiete weichen aber von einem System zum andern so erheblich ab, daß nur durch Umrechnung vermittelst Transformationsformeln ein übereinstimmender Zusammenhang hergestellt werden kann.

Die wissenschaftlichen Anforderungen aber mit ihren internationalen Aufgaben, so wie die langgezogenen Strassen und Eisenbahnbauten, welche sich nicht an die Kantons- und Landesgrenzen binden lassen, verlangten immer deutlicher die Ersetzung des doppelspurigen Flickwerkes durch eine einheitliche, allen Anforderungen der modernen Technik und Genauigkeit entsprechende Projektion. Vor allem wurde die Unhaltbarkeit des bisherigen Zustandes vom eidgenössischen topographischen Bureau empfunden, welches in den engsten Beziehungen zu allen mit der Landesvermessung verknüpften Fragen steht. Den letzten Anstoß gab dann das Studium der in Aussicht stehenden neuen Militärkarte der Schweiz.

Für Herrn Rosenmund war die Frage nach der Projektionsart von vornherein dahin entschieden, daß es sich nur um eine winkeltreue, möglichst geringe Vergrößerung aufweisende Methode handeln könne, die der Längsrichtung der Schweiz Rechnung trage und stellte dazu die weitern Anforderungen, daß die Abbildung geometrisch leicht definierbar und die Rechnungsformeln einfach seien.

Eine Umschau unter allen angewendeten Systemen führte zu keinem befriedigenden Ergebnis. So mußte er sich aufs Erfinden verlegen oder zu einem bekannten Prinzip eine neue Form der Anwendung suchen. Seine Studien bezogen sich auf die winkeltreue azimutale Projektion, die winkeltreue normale Kegelprojektion, die winkeltreue transversale Zylinderprojektion und die nun zur Anwendung gelangende winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion.

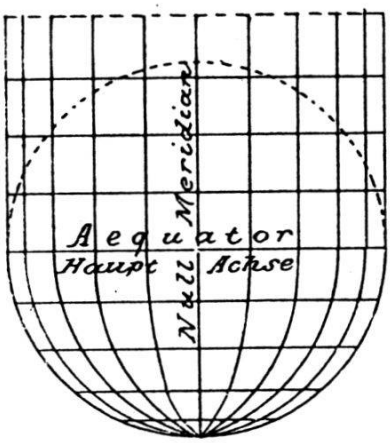
Alle unsere Karten und Pläne sind auf das Prinzip der Aehnlichkeit gegründet, das Maßstabsverhältnis soll nach allen Richtungen das nämliche bleiben, und die im Felde gemessenen Winkel sollen mit denjenigen des Planes identisch sein.

Wenn es sich um kleinere Gebiete, wie einzelne Kantone handelt, so können diese Anforderungen unschwer erfüllt werden. Ganze Länder aber können in dieser absoluten Auffassung als sphärisches Objekt nur auf Globen und Reliefs vollkommen ähnlich dargestellt werden. Eine derartige Verbildlichung wäre aber zu kostbar und umständlich. In den meisten Fällen genügt ein ebenes Bild, dem eine zweckentsprechende Projektion zu Grunde liegt; dies trifft ausnahmslos bei Landesvermessungen zu, welche meist der Kartierung und der Parzellarvermessung zugleich dienen.

Da aber die Uebertragung des Kugelbildes auf die Ebene stets eine Verzerrung bedingt, sei es in den Winkeln oder Längen, so ist zu einer Landesvermessung mit Präzisionsanforderung von den Uebeln das Kleinste zu wählen.

Man unterscheidet vornehmlich zwei Projektionsarten für Landesvermessungen, nämlich die flächentreuen oder kongruenten, und die winkeltreuen oder konformen. In die erste Kategorie gehören die von Frankreich in die Schweiz importierte Bonnesche, sowie die in mehreren Staaten Deutschlands verwendete Soldnersche Projektion; in die zweite gehört die nach Gauß benannte. — Eine gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts heftig geführte Fehde in der deutschen Zeitschrift für Vermessungswesen schien zu gunsten der Konformität zu enden, denn Professor Jordan, der zuerst selbst Verfechter der „Kongruenz“ war, schließt die Polemik mit den Worten: „Wenn abermals zwei Jahrzehnte verflossen sein werden, ums Jahr 1916—1920, wird die Gauß'sche konforme Projektion für Kataster-aufnahmen ebenso unbestritten als zweckmäßigste gelten wie heute die früher für unausführbar erklärte Ausgleichung für Katasterdreiecksmessungen.“

Fig 1.



Als Vater der konformen Abbildung muss Merkator angesehen werden, der im Jahre 1569 mit der nach ihm benannten winkeltreuen Projektion auftrat, die seitdem zu Seekarten und Weltkarten durchgehend Verwendung fand. Seine Grundidee ist folgende: Ein Zylindermantel umhüllt die Erdkugel und berührt den Aequator als Großkreis; senkrecht auf demselben und parallel unter sich und zur Erdachse stehen die projizierten Meridiane. Da die wirklichen Meridiane aber konvergent sind, so stellte Merkator das zwischen den Längen- und Breitengraden bestehende Größenverhältnis in der Weise ins Gleichgewicht, daß er auf dem Zylindermantel die Breitengrade im nämlichen Verhältnis vergrößerte, wie die Längengrade in der Projektion wuchsen, d. h. im Verhältnis

$$m = \frac{1}{\cos \varphi}$$

worin φ die geographische Breite bedeutet, oder mit Uebersetzung auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem, mit dem Aequator als Hauptachse, worin x die Abscisse und r den Erdhalbmesser bezeichnet

$$m = 1 + \frac{x^2}{2r^2}$$

Damit wurde die Winkeltreue gewahrt, während sich das Maßstabsverhältnis von Grad zu Grad änderte und vom Aequator nach den Polen hin wuchs.

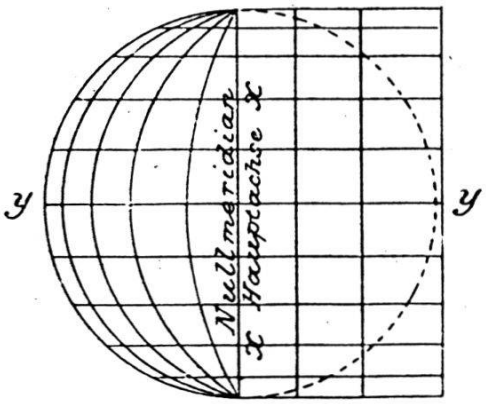
Ein Kilometer auf der Erdoberfläche erscheint in Merkatorprojektion unter der Breite φ

$\varphi =$	0^0	$m =$ 1000^m	$\varphi =$	50^0	$m =$ 1552^m
	5^0	1004		55	1740
	10^0	1015		60	1995
	20^0	1064		65	2360
	30^0	1154		70	2914
	40^0	1303		80	5740
	47^0 (Bern)	1454		85	11436

Diese Projektion ist zur Zeit des Erfinders auch die „Projektion der wachsenden Breiten“ genannt worden, heute wird sie geometrisch gesprochen als normale Zylinderprojektion bezeichnet.

Zu Anfang des vorigen Jahrhunderts hat Gauß das Merkatorsche Prinzip verwendet zur Ausführung der Hannoverschen Landesvermessung. Zu dem Behufe legte er den Berührungskreis des Projektionszylinders an den durch die Mitte des Landes gehenden Meridian, und stellte die für die Berechnung rechtwinkliger sphärischer Koordinaten erforderlichen Formeln auf. Diese nach ihm benannte Projektion wird im Gegensatz zu der vorgenannten als transversale Zylinderprojektion gekennzeichnet und ist unter dem Namen konforme Gaußsche Projektion bekannt. Das mit dem vorigen identische Vergrößerungsverhältnis in dem auf den Meridian als Hauptachse bezogenen Koordinatensystem lautet

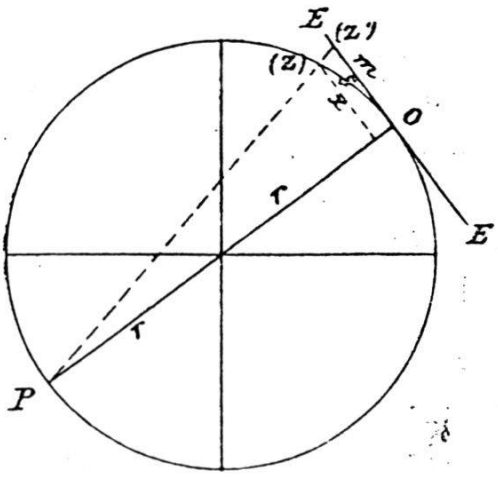
Fig. 2.



$$m = 1 + \frac{y^2}{2r^2}$$

Da das Vergrößerungsverhältnis mit der Entfernung von der Hauptachse wächst, so ist diese Projektion besser geeignet für Länder, welche sich von Süd nach Nord erstrecken, als für solche, deren Hauptrichtung von Ost nach West geht; denn in einem Abstande von 100 km von der Hauptachse würde 1 km in der Projektion um 12 cm vergrößert, in einem Abstande von 200 km um 49 cm. Würde man den Nullmeridian in die Mitte der Schweiz, etwa durch den Brünigpaß, verlegen, so würde an der äußersten Ost- und Westgrenze, also in einem Abstand von 175 km, die Projektionslänge eines Kilometers auf 1000,38 m anwachsen.

Fig 3.



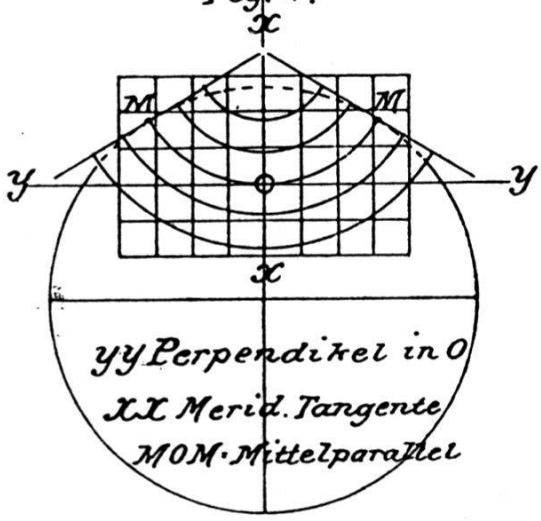
Eine weitere konforme Projektion ist die azimutale Projektion. Man denke sich vom Landesmittelpunkt O einen Durchmesser nach dem Gegenpunkt P der Erdperipherie gezogen und auf diesem Durchmesser eine Tangentialebene EE im Landesmittelpunkt an-

gelegt, dann von P aus die Strahlen nach den Aufnahmspunkten (z) auf der Erdperipherie bis zum Schnitt (z') der Tangentialebene verlängert und diese Durchschnittspunkte zum projizierten Planbilde vereinigt. Bezeichnet man mit S einen Bogen der Erdperipherie des abzubildenden Landes und den Erdhalbmesser mit r, so zeigt diese Projektionsart ein Vergrößerungsverhältnis

$$m = 1 + \frac{S^2}{4\,r^2}$$

Auf die Schweiz angewendet, würde an der äußersten Ost- und Westgrenze die Projektion eines Kilometers auf 1000,20 ^{m} anwachsen.

Fig. 4.



Bei der winkeltreuen normalen Kegelprojektion denkt man sich einen Kegelmantel normal auf den Parallelkreis des Landesmittelpunktes aufgesteckt, so daß die Kegelspitze sich in der verlängerten Erdachse befindet. Infolge dessen werden alle Punkte des Mittelparalleles mit dem Berührungskreis des Kegels zusammenfallen. Um nun das Bild der gewölbten Erdoberfläche auf dem abwickelbaren Kegelmantel zu projizieren, denkt man sich von der Kegelspitze aus gerade Linien nach den Meridiandurchschneidungen im Berührungskreis gezogen und betrachtet diese als Meridiane in der Projektion. Da die projizierten Meridiane schwächer gegen die Kegelspitze konvergieren als die wirklichen Meridiane, so wird der Bogen zwischen zwei Punkten der Erdoberfläche auf dem Projektionskegel vergrößert, und zwar um so stärker, je weiter dieser Bogen vom Berührungskreis entfernt liegt. Damit das Projektionsbild winkeltreu werde, muß das Verzerrungsverhältnis in den Koordinaten jedes einzelnen Punktes, wie bei den andern Projektionen, nach beiden Richtungen gleich gemacht werden. Dieses Verhältnis ist bei der normalen Kegelprojektion unter Vernachlässigung von Gliedern höherer als zweiter Ordnung

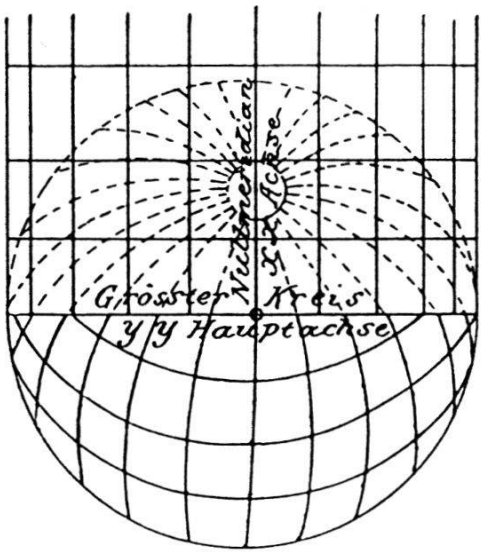
$$m = 1 + \frac{x^2}{2\,r^2}$$

Da sich bei dieser Projektionsart der Berührungskreis von Ost nach West zieht und sich für die Schweiz die x beidseitig nur

etwa 111 km vom Mittelparallel (47°) erstrecken, so wäre mit derselben nur eine höchste kilometrische Vergrößerung von 15 cm zu befürchten. Daß sie gleichwohl nicht zur Anwendung vorgeschlagen wurde, hat seinen Grund in der Umständlichkeit der Berechnungen.

Im Jahre 1894 hat Professor Dr. Jordan in der Zeitschrift für Vermessungswesen darauf hingewiesen, daß zur konformen Projektion nicht notwendig der Meridian als Berührungskreis gehöre, sondern dieser ebenso gut mit dem Großkreis im Normalschnitt des Meridians im Nullpunkt des Koordinatensystems zusammenfallen könne, was für Aufnahmsgebiete mit vorwiegend west-östlicher Ausdehnung von Vorteil sei. Ein derartig angelegtes System bezeichnete er mit dem Ausdruck „querachsig“ und entwickelte dazu noch im gleichen Jahre die Rechnungsformeln und vervollkommnete sie 1896, nachdem auch Landmesser Schulze in Dessau anläßlich einer ihm gewordenen praktischen Aufgabe sich ausführlich mit der Theorie befaßt hatte. Beide Abhandlungen darüber sind im Heft 3, Jahrgang 1896 der Zeitschrift für Vermessungswesen enthalten.

Fig. 5.



Herr Rosenmund griff diese Systemart auf und entwickelte in seinem Werke sowohl die allgemeinen Formeln als die für unsere Landesvermessung einschlägigen Koeffizienten, und belegte die Projektion mit dem Namen winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion; schiefachsig, weil die x-Achse schief zur Erdachse steht, indem sie einen Winkel mit derselben bildet, welcher der Polhöhe des Nullpunktes entspricht. Als Zylinderprojektion beruht sie auf dem Merkator-Gaußschen Prinzip. Der Berührungskreis geht durch die Berner Sternwarte. Diese Projektionsmethode gestattet, für die Schweiz einheitliche rechtwinklige Koordinaten einzuführen. Infolge der Winkeltreue werden die Winkel in der Kartenebene denjenigen auf dem Sphäroid gleich sein; aber die projizierten Seiten eines Dreiecksnetzes werden nicht als gerade, sondern als gekrümmte Linien abgebildet, wie dies übrigens in den meisten Projektionssystemen der Fall ist. Will

man daher für die Koordinatenrechnung in der Ebene die Formeln der ebenen Trigonometrie verwenden, so muß an den Winkeln eine Reduktion angebracht werden, um die Richtung der gekrümmten projizierten Seiten zu ersetzen durch diejenige der geraden Verbindungslinien zwischen den projizierten Punkten. Daneben ist die Vergrößerung, welche eine Seite durch die Projektion erleidet, in Rechnung zu bringen.

Das Vergrößerungsverhältnis

$$m = 1 + \frac{x^2}{2r^2}$$

ist nur von x abhängig, und da dies nirgends 111 km überschreitet, so sind nur in den nördlichsten und südlichsten Landesgrenzen kilometrische Vergrößerungen von 15 cm zu gewärtigen.

Da jedoch die Maße der Landestriangulation auf den Meereshorizont reduziert sind, unsere Lattenmessungen aber auf der Erdoberfläche stattfinden, so wird durch diesen Umstand die Projektionsvergrößerung teilweise oder ganz aufgehoben oder gar überholt. Wir finden deshalb in der Projektionsvergrößerung ein glückliches Korrektiv für die meist in größern Höhenlagen auszuführenden Vermessungen mit Rücksicht auf den tatsächlichen Bestand. Zur Orientierung entnehmen wir dem Werke des Herrn Rosenmund folgende Tafel:

Ort	Entfernung x von der Ordinatenachse m	Durch Projektion wird eine Länge von 1000 Meter vergrößert um m	Mittlere Höhe über Meer m	Durch Reduktion auf Meereshöhe wird eine Länge von 1000 Meter verkleinert um m
Zürich	47500	0,028	430	0,067
Bern	0	0,000	550	0,086
Luzern	11500	0,002	450	0,071
Freiburg	16000	0,003	620	0,097
Basel	67500	0,056	250	0,039
Schaffhausen	83500	0,086	430	0,067
St. Gallen	54500	0,036	670	0,105
Chur	7500	0,001	600	0,094
Lugano	104000	0,133	300	0,047
Lausanne	47500	0,028	500	0,078
Neuchâtel	4500	0,000	450	0,071
Genf	82500	0,084	400	0,063

Wir ersehen hieraus, daß die Projektionsvergrößerung nirgends einen wesentlichen Betrag erreicht als in Lugano und sonst überall dazu beiträgt, die Messung mit geaichten Latten mit den trigonometrischen Bestimmungen in Uebereinstimmung zu bringen und die Einhaltung der Fehlergrenzen zu erleichtern. Mit mehr Recht als die geringe Vergrößerung hätte vom Standpunkt des Katasters die Reduktion der trigonometrischen Messung auf die Meereshöhe, statt auf den mittlern Landeshorizont beanstandet werden können, was niemals geschehen ist.

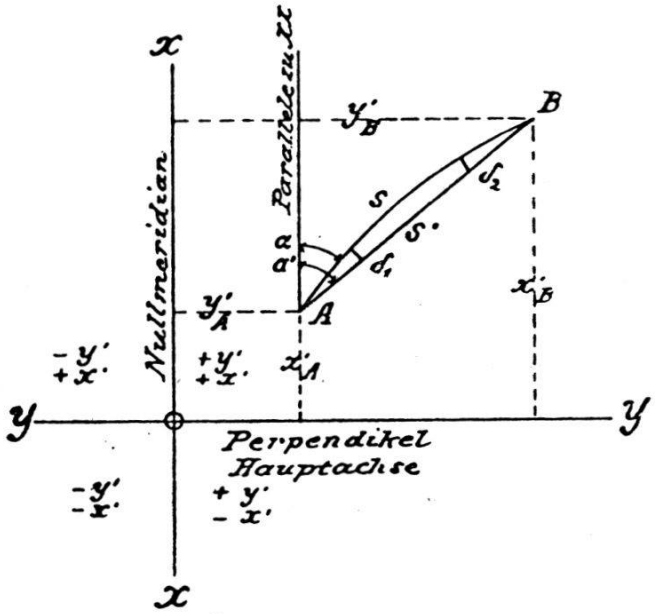
Dem eidgenössischen topographischen Bureau erwächst durch Annahme der neuen Projektion eine große Aufgabe, indem sämtliche trigonometrischen Punkte I.—III. Ordnung auf Grundlage des von der geodätischen Kommission erstellten Hauptnetzes und den daraus hervorgegangenen geographischen Koordinaten, Entfernungen und Azimuten nach den aufgestellten Formeln umgerechnet werden müssen. Von den Punkten I. Ordnung wurden die Projektionskoordinaten mit Hülfe von zehnstelligen Logarithmen direkt aus den geographischen abgeleitet, ebenso deren projizierte Entfernungen und Azimute, und zwar erstere auf $0{,}001^m$, die Azimute auf 0.001^s genau. Das Verfahren für diese Punkte ist weitläufig, indem die gegebenen sphäroidischen Werte auf die Kugel übersetzt und durch mehrgliedrige, auf die fünfte Potenz getriebene Formeln auf die angegebene Genauigkeit gebracht werden. Die Berechnung der Punkte II. und III. Ordnung ist einfacher. Es wird dabei mit Distanz und Azimut gerechnet, selbstredend unter Zugrundelegung des Vergrößerungsverhältnisses und des reduzierten Azimutes, doch meist unter direkter Benutzung der aus Projektionskoordinaten abgeleiteten Elemente. Die anläßlich der Katastervermessung einzuschaltenden Punkte IV. Ordnung werden ohne weiteres in bisheriger Weise nach den Regeln der ebenen Trigonometrie an die gegebenen Punkte angeschlossen.

Es wird aber noch einige Zeit vergehen, bis wir in den Vollgenuß dieses einheitlichen Gebildes gelangen, doch ist das Material dazu in den bereits vollendeten oder aufgenommenen Kantonstriangulationen größtenteils vorhanden und die Bewältigung desselben nur eine Frage des von der Bundesbehörde einzustellenden Personals. Zuerst werden diejenigen Kantone an die Reihe kommen, welche noch keine publizierte Triangulation haben; die damit versorgten

brauchen wenigstens zur Befriedigung ihrer Bedürfnisse, denen sie vollständig Genüge leistet, nicht zu warten.

Die von Herrn Rosenmund mit Hilfe des höhern Kalkuls ausführlich gegebene Theorie denjenigen überlassend, welche sie zum Gegenstand speziellen Studiums machen wollen, glauben wir der Mehrzahl unserer Leser damit dienen zu können, wenn wir ihnen an Hand eines einfachen praktischen Beispieles einen Einblick in die Berechnungsweise verschaffen. Die Hauptarbeit besteht in der Reduktion der Azimute um Beträge, welche für Dreiecke IV. Ordnung ihrer Kleinheit wegen hinfällig werden. Das gewählte Beispiel entspricht der Genauigkeitsanforderung für die III. Ordnung, welche sich nur durch den Wegfall einiger Glieder, welche nur in Dreiecken I. und II. Ordnung Bedeutung gewinnen, vom Rechnen mit der vollständigen Formel unterscheidet.

Fig. 6.



Indem wir uns an die Originaldefinitionen anlehnen, bezeichnen wir mit: (v. Fig. 6 und 7)

yy die Ordinatenachse

xx die Abscissenachse

y' und x' die Projektionskoordinaten

y'_A und y'_B die Projektionsordinaten der Punkte A und B

x'_A und x'_B die Projektionsabscissen der Punkte A und B

s_{AB} die sphärische Distanz s zwischen A und B

s'_{AB} die projizierte geradlinige Distanz zwischen A und B

a_{AB} das sphärische Azimut a der sphärischen Seite AB,

gezählt von der Parallelen zur xx Achse (Nord über Ost) bis zur Bogenlinie AB

a'_{AB} das reduzierte Azimut a' gemessen von der Parallelen zur xx Ache (Nord über Ost) bis zur geraden Linie AB

δ_{AB} den kleinen Winkel zwischen der gebogenen und geraden Linie AB, welcher zur Reduktion von a auf a' und umgekehrt verwendet wird

A den gemessenen sphärischen Winkel BAC zwischen den Bogenlinien AB und AC

A' den reduzierten Winkel in A zwischen den geraden Linien AB und AC

und für andere Punkte und Verbindungen analog

$\Delta y'$ und $\Delta x'$ die Projektions-Koordinatendifferenzen zwischen zwei Punkten

y'_1 uud y'_2, x'_1 und x'_2 die Projektionskoordinaten zweier Punkte

a_1 und a_2 die gegenseitigen sphärischen Azimute

a'_1 und a'_2 die gegenseitigen reduzierten Azimute der geradlinigen Verbindung zweier Punkte

δ_1 und δ_2 die für Distanzen unter 12 km gleichgroßen gegenseitigen Reduktionswinkel für Azimut

[ ] eingeklammerte Zahlen, Logarithmen

Konstante und Formeln

Halbe große Erdachse $a = 6377397{,}15500$ $\log a = 6{,}804\,6434637$

Halbe kleine Erdachse $b = 6356078{,}96325$ $\log b = 6{,}803\,1892839$

$$log\ s' - log\ s = [5{,}1252142]\,(x'_2 + x'_1)^2 - [0{,}13552]\,(x'_2 + x'_1)^4$$

$$\delta_1 = a_1 - a' = -\,[1{,}1028850]\,(y'_2 - y'_1)(x'_2 + x'_1) \text{ Sexag. Sekund.}$$

$$\delta_2 = a_2 - a' = +\,[1{,}1028850]\,(y'_2 - y'_1)\,(x'_2 + x'_1) \quad \text{„}$$

für Centesimalteilung wird der Klammerausdruck [1,5923400]

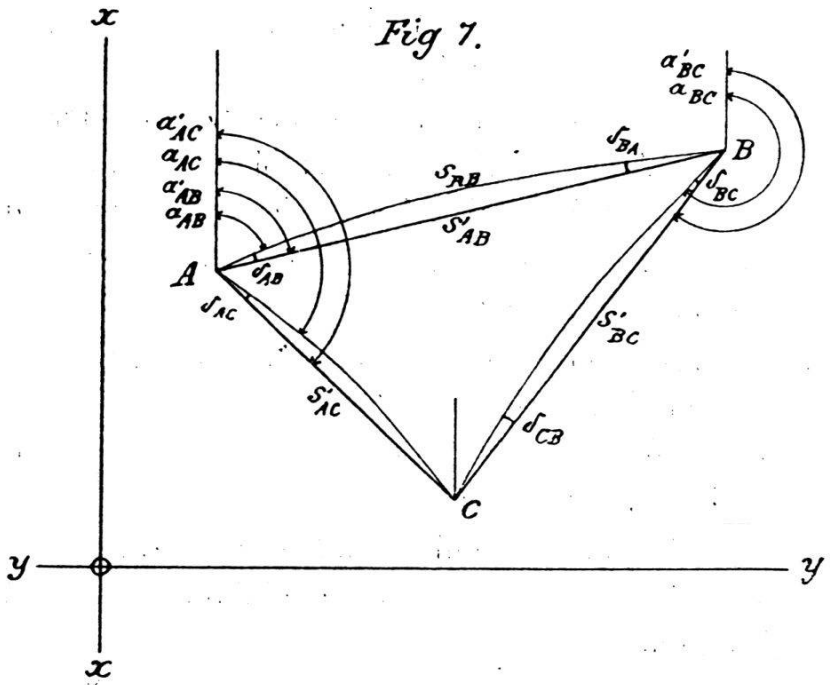
$$\Delta y' = s' \sin a' \qquad \Delta x' = s' \cos a'$$

$(\delta_{AC} - \delta_{AB}) + (\delta_{BA} - \delta_{BC}) + (\delta_{CB} - \delta_{CA}) = 0$, in großen Dreiecken = dem sphär. Excess.

Zur Kontrolle wird bemerkt, daß die s stets von der Ordinatenachse weg gebogen sind.

Beispiel.

Gegeben die Projektionskoordinaten der Punkte A und B, sowie in dem anschließenden Dreieck die gemessenen (sphärischen) Winkel A, B und C, zu bestimmen die Projektionskoordinaten von C, Winkel in Centesimalteilung.



y'_A	= +	121 947,34	x'_A	= +	38 649,81
y'_B	= +	125 366,65	x'_B	= +	39 530,47
$y'_B - y'_A$	= +	3419,31	$x'_B - x'_A$	= +	880,66
			$x'_B + x'_A$	= +	78 180,28
$log(y'_B - y'_A)$	=	3,533 9385	$log(y'_B - y'_A)$	=	3,533 9385
$log(x'_B - x'_A)$	=	2,944 8083			9,986 0533
$log\ tg\ a'_{AB}$	=	0,589 1302	$log\ s'_{AB}$	=	3,547 8852
a'_{AB}	=	$83^0\ 95\ 23_1$	s'_{AB}	=	$3530{,}898^m$

log [Formel]	=	1,592 34	$\delta_{AB} = -1''_0$	$a_{AB} = a' + \delta_{AB}$
$log(y'_B - y'_A)$	=	3,533 94	$\delta_{BA} = +1''_0$	$a_{BA} = 200^0 + a' + \delta_{BA}$
$log(x'_B + x'_A)$	=	4,893 10	$a_{AB} = 83^0 9523_1 - 1''_0 = 83^0 9522_1$	
$log\ \delta_{AB}$	=	0.019 38	$a_{BA} = 283^0 9523_1 + 1''_0 = 283^0 9524_1$	

gemessen	korrigiert	provisorische Berechnung	
$A = 63^0\ 85\ 90$	88	$log\ sin 9{,}925\,90$	$log BC = 3{,}476\,84$
$B = 43\ \ 68\ 23$	20	$log\ sin 9{,}801\,80$	$log AC = 3{,}352\,74$
$C = 92\ \ 45\ 94$	92	$log\ sin 9{,}996\,95$	$log AB = 3{,}547\,89$
$log\ s'_{AB} + 10 - log\ sin\ C$		3,550 94	

$$a_{AC} = a_{AB} + A = 83^0 9522_1 + 63^0 8588 = 147^0 8110_1$$

$\log AC$ genähert	=	3,352 74	$\log AC$	=	3,352 74
$\log \sin a_{AC}$	=	9,863 92	$\log \cos a_{AC}$	=	9,834 03
$\log \Delta y$	=	3,216 66	$\log \Delta x$	=	3,186 77
Δy genähert	=	+ 1 647	Δx genähert	=	− 1537^m
y'_A genähert	=	+ 121 947	x'_A genähert	=	+ 38650
y_C	=	+ 123 594	x_C	=	+ 37113
$y_C - y_A$	=	1647	$x_C - x_A$	=	− 1537
$\log (y_C - y_A)$	=	3,21 666	$x_C + x_A$	=	75763
$\log$ [Formel]	=	1,592 34	$a'_{AC} = a_{AC} - \delta_{AC}$	=	$147^0 81 10_6$
$\log (y_C - y_A)$	=	3,216 69	a'_{AB}	=	$83^0 95 23_1$
$\log (x_C + x_A)$	=	4,879 46	$A' = a'_{AC} - a'_{AB}$	=	$63^0 85 87_5$
$\log \delta_{AC}$		9,688 49			
δ_{AC}	=	− 0″5			
a_{BA}	=	$283^0 95 24_1$			
B	=	$43^0 68 20_0$			
a_{BC}	=	$240\ 27\ 04_1$	x_B	=	+ 39 530
y_B genähert	=	+ 125367	x_C	=	+ 37 113
y_C genähert	=	+ 123594	$x_C - x_B$	=	− 2417
$y_C - y_B$	=	− 1773	$x_C + x_B$	=	+ 76643
			$a'_{BC} = a_{BC} - \delta_{BC}$	=	$240^0 27\ 03_6$
$\log$ [Formel]	=	1,592 34	a'_{BA}	=	$283^0 95\ 23_1$
$\log y_C - y_B$	=	3,248 71	$B' = a'_{BA} - a'_{BC}$	=	$43^0 68\ 19_5$
$\log x_C + x_B$	=	4,884 47	a'_{CB}	=	$40^0 27\ 03_6$
$\log \delta_{BC}$	=	9,72552	a'_{CA}	=	$347^0 81\ 10_6$
δ_{BC}	=	+ 0″5	$C' = a'_{CB} - a'_{CA}$	=	$92^0 45\ 93_0$

Definitive Berechnung von C.

ausgeglichen		$\log \sin$		$\log s'$
A'	= $63^0 85\ 87_5$	9,925 89 82	$\log BC$	= 3,4768372
B'	= $43\ 68\ 19_5$	9,801 79 22	$\log AC$	= 3,3527512
C'	= $92\ 45\ 93_0$	9,996 94 62	$\log AB$	= 3,5478852
$\log s'_{AB} + 10 - \log \sin C'$		3,550 93 90		

Koordinaten von C aus A			a'_{AC}	=	$147^0\ 81\ 10_6$
$log\ s'_{AC}$	=	3,3527312	$log\ s'_{AC}$	=	3,3527312
$log\ sin\ a'_{AC}$	=	9,8639157	$log\ cos\ a'_{AC}$	=	9,8340266
		3,2166469			3,1867578
$\Delta y'_{AC}$	= +	1646,823	$\Delta x'_{AC}$	=	— 1557,297
y'_A	= +	121947,340	x'_A	=	+ 38649,810
y'_C	=	123594,163	x'_C	=	+ 37112,513
Koordinaten von C aus B			a'_{BC}	=	$240^0\ 27\ 03_6$
$log\ s'_{BC}$	=	3,476 8372	$log\ s'_{BC}$	=	3,4768372
$log\ sin\ a'_{BC}$	=	9,771 7460	$log\ cos\ a'_{BC}$	=	9,9066116
		3,248 5832			3,3834488
Δy_{BC}	= —	1172,487	Δx_{BC}	=	— 2417,958
y'_B	= +	125366,650	x'_B	=	+ 39530,470
y'_C	= +	123 594,163	x'_C	—	+ 37112,512

Wir haben dieses Beispiel absichtlich in aller Ausführlichkeit und voraussetzungslos gegeben, um die Anwendung der Formeln und die Rechnungsweise klar zu legen.

In der Anwendung wird die Rechnung ganz erheblich abgekürzt, indem der Abstich der Koordinaten des gesuchten Punktes vom topographischen Netzplan genügenden Ersatz der provisorischen Rechnung bietet, und δ an Hand der in Kilometer ausgedrückten Formel-Argumente mit Hilfe eines Tafelwertes fast mühelos erhalten wird.

In Praxi arbeitet man zur Bestimmung eines Punktes stets mit allen zur Verfügung stehenden Dreiecken und verwendet die erhaltenen Resultate in einem System zur Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate gemäß einer von Herrn Rosenmund verfaßten, gedruckten Anleitung mit Formular.

Punkte IV. Ordnung werden nach dem gleichen Prinzip eingeschaltet (aber vollständig eben behandelt, weil hier die δ außer Betracht fallen) und die Resultate nach der Instruktion für Triangulation im eidg. Forstgebiet nach Gewichten ausgeglichen, wobei die bessern Schnitte gegenüber den spitzigen zur richtigen Würdigung gelangen.

Wir schließen unsere Darlegung mit einem Verzeichnis der Projektionskoordinaten der Hauptpunkte des Schweiz. Dreiecknetzes

und dem besten Danke an das eidg. topogr. Bureau für die gütigen Mitteilungen und besonders auch an Herrn Professor Rosenmund für die freundlichen Erläuterungen, in der sichern Erwartung, daß das neue System als großer Fortschritt unserer Landesvermessung allerorts freudig begrüßt werde.

Neue Projektions-Koordinaten der Hauptpunkte des schweizerischen Dreiecksnetzes.

Punkte		y' Meter		x' Meter	Red. Höhen üb. Meer Meter
Basodine	+	79178,547	—	59455,728	3274
Bern, Sternwarte, Nullp.	±	0,000	±	0,000	564
Berra	—	19483,604	—	30549,898	1720
Chasseral	—	28776,986	+	20294,236	1607
Colonné	—	57970,456	—	108638,286	2688
Colombier	—	130543,043	—	117430,759	1442
Cramosino...	+	108089,492	—	64388,597	2718
Dôle	—	102926,143	—	57560,005	1678
Feldberg	+	42306,706	+	102742,334	1495
Gäbris...	+	153215,292	+	49814,694	1250
Generoso	+	122654,720	—	112131,680	1700
Genf, Sternwarte M. C. ...	—	99276,035	—	82704,126	406
Ghiridone	+	93479,825	—	91294,930	2188
Gurten B....	+	392,942	—	3756,567	858
Hangendhorn	+	56968,343	—	35485,770	3291
Hersberg	+	143524,963	+	81499,909	447
Hohentwiel	+	103481,046	+	91366,816	692
Hörnli...	+	113528,960	+	47763,237	1133
Hundstock	+	94817,590	—	2771,031	2180
Lägern	+	72506,705	+	59415,879	856
Menone	+	131863,754	—	90558,532	2245
Napf	+	38130,394	+	5962,171	1405
Naye, Rocher de...	—	35555,865	—	57620,711	2042
Neuenburg, Sternw. M. C.	—	36876,547	+	5597,291	487
Pfänder	+	176376,544	+	64478,605	1057
Rigi	+	79520,046	+	12273,437	1797
Röthifluh	+	6757,235	+	34121,815	1395
Sixmadun	+	93825,312	—	35796,598	2929
Suchet...	—	74268,907	—	19406,224	1588
Titlis, Pyramide	+	76311,739	—	19419,022	3238
Trélod...	—	96796,564	—	139120,750	2174
Wasenhorn	+	49875,602	—	75901,500	3267
Wiesenberg	+	33458,486	+	50274,449	1003
Zürich, Sternw. M. C. ...	+	83983,358	+	48055,689	488