

Zur Theorie der einfachen Linearplanimeter

Autor(en): **[s.n.]**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev.
= Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]**

Band (Jahr): **6 (1908)**

Heft 11

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-180261>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Zur Theorie der einfachen Linearplanimeter.

Das Amslersche Polarplanimeter besteht bekanntlich aus einem Polarm, der sich um einen festen Punkt dreht und einem Fahrarm, der mit seinem einen Ende mit dem Polarm durch ein Scharnier verbunden ist, indessen mit dem andern Ende, dem Fahrstift, eine Figur umfahren wird. In fester Verbindung mit dem Fahrarm ist ein Zählrad angebracht, dessen Axe parallel zur Axe des Fahrarms in Spitzenlagern montiert ist. Das eine Ende des Fahrarms beschreibt somit einen Kreisbogen, und es kehrt beim Befahren des ganzen Umfanges einer Figur der Fahrarm in seine Anfangslage zurück. Hat er während der Bewegung eine ganze Umwälzung vollführt, Pol innerhalb der Figur, so ist der Flächeninhalt derselben ausgedrückt durch:

$$F = l u + C^2 \pi$$

wo l die Länge des Fahrarmes, u die Rollenabwicklung, C eine Konstante bezeichnet, deren Größe von den Dimensionen des Instrumentes abhängig ist.

Pendelt indessen der Fahrarm und kehrt in seine Anfangslage zurück, ohne eine ganze Umwälzung vollzogen zu haben, wird also die Summe der Drehwinkel $= 0$, so verschwindet das zweite Glied unserer Formel und man hat lediglich:

$$F = l \cdot u$$

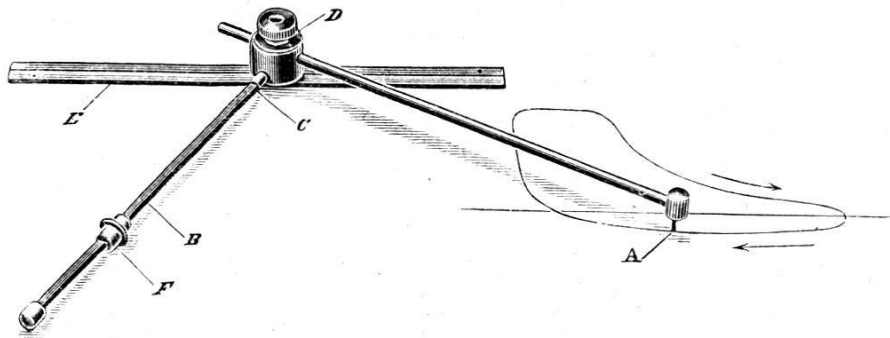
d. h. der Inhalt der umfahrenen Fläche ist gleich derjenigen eines Rechtecks, dessen eine Seite durch die Länge des Fahrarmes, von Drehpunkt bis Fahrstift gemessen, und dessen andere Seite durch die Rollenabwicklung gegeben ist.

Diese Beziehung wird nicht geändert, wenn sich der Drehpunkt des Fahrarmes auf einer ganz beliebigen Kurve zwangsläufig bewegt. Diese Kurve kann demnach auch eine gerade sein, dann rückt der Pol des Polarplanimeters ins Unendliche. Ein solches Planimeter nennen wir Linearplanimeter, es ist nichts anderes als ein Spezialfall des Polarplanimeters. Wir haben diesen Nachweis seinerzeit ausführlich erbracht in der Broschüre: Die Planimeter Coradi, ihre Theorie, Konstruktion und Genauigkeit, Stuttgart bei K. Wittwer 1889.

Professor Amsler hat diese spezielle Art des Flächenintegrators nur in Verbindung mit dem Integrator für statische und Träg-

heitsmomente ausgeführt. In neuester Zeit hat Herr Weber, Professor am Technikum in Biel ein Planimeter erfunden, das in unserer Zeitschrift Band VI, Nr. 9, S. 151 Erwähnung gefunden hat. Der Unterschied zwischen diesem Instrument und dem Amplerschen Flächenintegrator besteht hauptsächlich darin, daß die Rolle nicht festgelagert ist, sondern sich an einem zum Fahrarm senkrechten Arme in der Längsrichtung desselben verschieben kann. Die lineare Verschiebung der gezahnten Rolle entspricht dann ohne weiteres der Abwicklung der Rolle bei ganzer Umfahrung der Figur.

Bei der nahen Verwandtschaft beider Instrumente bringen wir im folgenden eine äußerst einfache Theorie, welche für beide zugleich Gültigkeit hat. Zum besseren Verständnis geben wir die Figur des Planimeters Weber noch einmal und setzen dabei voraus, daß der Planimeter Amster so bekannt sei, daß wir von einer Abbildung desselben absehen können. In unserer Figur



ist E eine Schiene, welche durch zwei feine Nadelspitzen auf der Zeichnungsebene unverrückbar festgehalten wird. In der Längsaxe der Schiene ist eine gerade Rinne eingeschnitten, in der sich der Drehpunkt D des Instrumentes, eine derbe Nadelspitze bewegt. In einen zylindrischen Kopf sind der geteilte Fahrarm und der ebenfalls geteilte Rollenarm eingelassen, der erstere kann beliebig verstellt und die Länge von Drehpunkt D bis Fahrstift A bestimmt werden. Die Länge des Rollenarmes B fällt an und für sich nicht in Betracht, doch wird man sie nicht zu klein wählen, damit die Zählrolle F im Verlaufe des Umfahrens einer Figur nicht verstellt werden muß.

Theorie. Beziehen wir irgend eine krummlinig begrenzte Figur auf ein rechtwinkliges Axensystem, dessen eine Axe die Leitlinie des Drehpunktes ist, so können wir derselben ein mit unendlich kleinen Stücken begrenztes Polygon substituieren, dessen eine Seiten

parallel, die anderen senkrecht zur Leitlinie stehen. (Fig. 1.) Umfahren wir nun ein endliches Rechteck $ABST$, Fig. 2, Anfangslage des Fahrarmes sei DA , auf dem Fahrarm ist die Amslersche

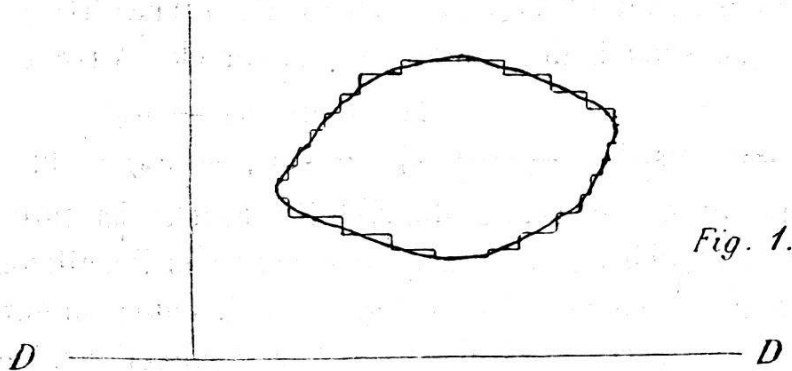


Fig. 1.

Rolle R montiert, auf dem Rollenarm die Webersche gezahnte Rolle W . Bewegt sich der Fahrstift von A nach B und beschreibt der Fahrarm das Parallelogramm $ABD D_1$, so legt die in Spitzen

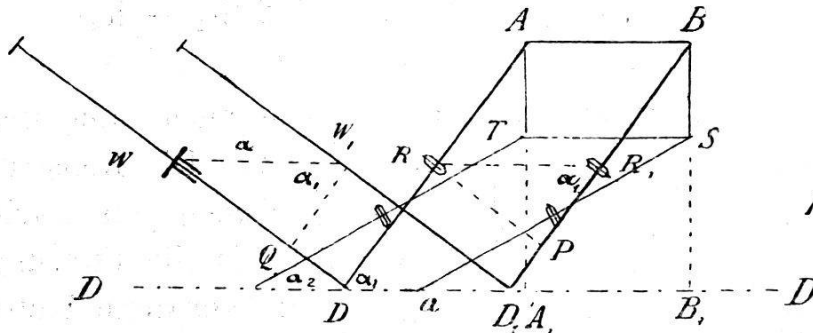


Fig. 2.

gelagerte Amslersche Rolle den Weg RR_1 zurück, der sich in die Komponenten RP und PR_1 zerlegt, von denen die erstere einer Abwicklung, die zweite einem Gleiten der Rolle entspricht.

Gleichzeitig sollte die Webersche Rolle den Weg WW_1 zurücklegen, da dieselbe aber auf dem Zählarme DW gleiten kann, so legt sie infolge der Zahnung den Weg WQ zurück, und schiebt gleichzeitig einen an ihr angebrachten Nonius an dem Zählarme um diesen Betrag im Sinne der Teilung vorwärts. Die Komponente QW_1 entspricht der Drehung der Rolle. Ist $AB = a$, der Winkel, den der Fahrarm mit der Leitlinie bildet $= \alpha_1$, so ist

$$RP = WQ = a \sin \alpha_1 = u_1$$

Nun ist die Höhe des Rechteckes $AA_1 BB_1$:

$$h_1 = l \sin \alpha_1 \text{ und die Rechteckfläche}$$

$$F = ah_1 = l a \sin \alpha_1 = lu_1.$$

Bewegt sich der Fahrstift von S nach T , so wird die Strecke a negativ, ebenso die entsprechenden Abwicklungen resp. Verschiebungen der beiden Rollen u_2 und $a \sin \alpha_2$. Dem Wege BS ab-

wärts entspricht bei der Umfahrung des Rechteckes der entgegengesetzte Weg TA; es werden deshalb auch die zugehörigen Rollenbewegungen genau gleich groß aber entgegengesetzt sein, so daß wir die Art derselben gar nicht zu betrachten brauchen. Es ergibt sich sonach der Inhalt des Rechtecks ABST zu:

$$F = a_1 (h_1 - h_2) \\ = l (\text{asin } \alpha_1 - \text{asin } \alpha_2) = l (u_1 - u_2) = lu.$$

Der Schluß auf die in Fig. 1 dargestellte Fläche ist nun gegeben: Dieselbe zerlegt sich in eine unendliche Zahl von Parallelogrammen, welche einzeln ebenso vielen inhaltsgleichen Rechtecken entsprechen, die bei wachsenden Abszissen positiv, bei abnehmenden negativ sind. Für wachsende Abszissen sind die Rollenabwälzungen, beziehungsweise Verschiebungen derselben positiv, bei abnehmenden negativ. Man erhält durch Summation die ganze umfahrene Fläche zu:

$$F = l \Sigma (\text{asin } \alpha_1 - \alpha \sin \alpha_2) = l \Sigma (h_1 - h_2) \\ = l \Sigma (u_1 - u_2) = l u.$$

Wie leicht ersichtlich, läßt sich die Theorie auch ohne weiteres auf die Rollplanimeter von Coradi übertragen. Die Konstruktion derselben weicht von den der eben besprochenen nur darin ab, daß die Schiene mit der Leitrinne wegfällt, da die Führung des Apparates durch zwei schwere, am Umfange geriffelte Laufräder von genau gleichem Durchmesser vermittelt wird. (Siehe Fig. 3.)

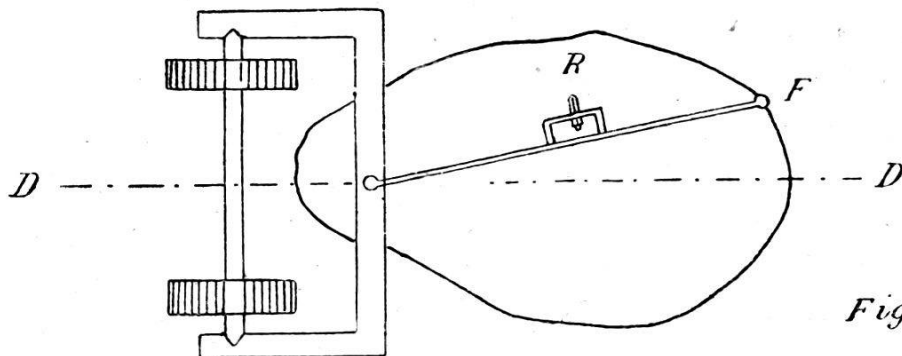


Fig. 3.

Der Vorzug der Konstruktion von Coradi liegt darin, daß die zu umfahrende Figur auf beiden Seiten der Leitlinie liegen kann. Sie erlaubt demnach die zu messenden Figuren doppelt so breit zu nehmen, während die Länge sogar unbegrenzt sein könnte.

Das neue Planimeter Weber gründet sich somit nicht auf eine neue Idee der Flächenberechnung. Das Neue daran liegt in der originellen Art der Konstruktion. Die Handhabung ist sehr einfach, der Preis billig. Nach unseren Untersuchungen möchten

wir uns ein abschließendes Urteil über die Genauigkeit des Instrumentes noch nicht gestatten; es scheint uns aber, daß dasselbe sich vorzüglich für Flächenermittlungen von Erdbauprofilen eigne. Die Genauigkeit, die sich mit einem gut justierten Polarplanimeter von Amsler oder Coradi erreichen läßt, ist angesichts der Erfahrungen von 50 Jahren, die den letztgenannten Planimetern zugute gekommen sind, von der neuen Konstruktion noch nicht zu erwarten. Jedenfalls ist aber ihre konstruktive Durchbildung noch weiterer Vervollkommnung fähig, ohne daß ihre Einfachheit wesentlich zu Schaden kommt.

St.

Die Veränderung trigonometrischer Punkte infolge des kalifornischen Erdbebens vom 18. April 1906.

Nach Prof. Dr. Hammer in der Zeitschrift für Vermessungswesen.

Die U. S. Coast and Geodetic Survey hat einen Rapport über die Änderungen in der kalifornischen Triangulation veröffentlicht, welche diese gewaltige Erderschütterung hervorgerufen hat. Von vielen Orten längs der großen, etwa 300 km langen Spalte, die bei dem Erdbeben entstand, liefen unmittelbar nach dem Ereignis Berichte ein, nach denen Punkte zu beiden Seiten der Bruchlinie in ihrer gegenseitigen Entfernung verändert worden seien, und zwar von 2 bis 6, im Durchschnitt von 3 m.

Es handelte sich bei der Wiederherstellung der Triangulation im erschütterten Gebiete namentlich darum, zu untersuchen, bis zu welcher Entfernung beidseitig der Spalte die Wirkung des Erdbebens als dauernde Veränderungen der trigonometrischen Punkte sich nachweisen ließen. Da über diese Ausdehnung a priori gar keine Annahmen gemacht werden konnten, war es notwendig, die Untersuchung über ein großes Gebiet auszudehnen. Es wurde deshalb eine Fläche von etwa 270 km Länge und 80 km Breite mit 51 Dreieckspunkten, deren entfernteste nach Osten 53 km, nach Westen 36 km von der Spalte entfernt liegen, in Untersuchung gezogen. Die Punkte wurden in Gruppen abgeteilt und wir geben hier die als sicher anzusehenden größten Verschiebungen je eines dieser Punkte in jeder Gruppe: