

Trigonometrische Näherungsrechnung

Autor(en): **[s.n.]**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **9 (1911)**

Heft 3

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-181683>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

zur Messung der Ebbe und Flut. Durch 22 Anschlusspunkte ist das „Nivellement général de la France“ mit den Nivellementen der Nachbarstaaten Belgien, Deutschland, Schweiz, Italien und Spanien verbunden.

Die Repères für die Hauptlinien werden in einem Abstand von 500—1000 m an Brücken und Gebäuden, ausschliesslich an vertikaler Wand angebracht. Sie sind recht auffallend rot bemalt, ragen konsolenartig vor und tragen an ihrem Ende einen Knopf zum Aufstellen der Latte. Die Nummern der Punkte und zugleich die Höhen über Meer sind auf Emailtäfelchen, die an den Repères angebracht sind, angegeben. Im Gegensatz zu unsern Fixpunkten sind die Repères des französischen Nivellementes durch ihre auffallende Farbe und ihre exponierte Lage leicht auffindbar. Durch die Beigabe der Höhenzahl ist ihre Benützung auch ohne Höhenverzeichnis möglich. Diese Anordnung hat indessen den Nachteil, dass die Repères, wenigstens soweit sie an Strassen sich befinden, der mutwilligen Zerstörung leicht ausgesetzt sind.

Trigonometrische Näherungsrechnung.

Art. 15 der Instruktion für die Grundbuchvermessungen vom 15. Dezember 1910 enthält unter lit. f die Vorschrift:

Von gesetzmässig verlaufenden Kurven, wie z. B. bei kreisförmigen Steinsockeln, Strasseneinmündungen, Kunststrassenbauten etc., können in Städten und Ortschaften mit städtischen Verhältnissen Bogenanfang, Bogenmitte und Bogenende vermarktet und je nach der Länge der Kurven auch noch weitere Punkte eingeschaltet werden. Die im Kreisbogen vermarktete Grenze wird im Plane auch als Kreisbogen ausgezogen.

Bei Kreisbogen von mehr als 80 Meter Radius können in Städten und Ortschaften mit städtischen Verhältnissen so viele Zwischenmarken gesetzt werden, dass die Grenze zwischen zwei Marksteinen gerade gezogen werden kann und es darf dann die Pfeilhöhe nicht über 10 cm betragen.

Zweck der nachfolgenden Zeilen ist, anzugeben, in welcher Weise durch einfache Rechenschiebereinstellung die zu der Pfeilhöhe 10 cm und einem beliebigen, über 80 m betragenden Radius gehörenden Bogenlängen ermittelt werden können. Sie

verfolgen aber noch den weiteren Zweck, darzutun, wie dankbar der Uebergang von der reinen Mathematik zur Approximation für viele Zwecke des technischen Rechnens ist.

Behandeln wir die Aufgabe zunächst trigonometrisch und setzen:

- 1 die gesuchte Kurvenlänge,
- 2α den zugehörigen Centriwinkel,
- p die gegebene Pfeilhöhe,
- r den gegebenen Radius,
- ρ die Bogenzahl zu $r = 1$,

so folgt mit Hülfe einer einfachen Figur, die wir den Leser selbst machen lassen

$$1. \quad l = r \frac{2\alpha}{\rho}$$

$$2. \quad p = r - r \cos. \alpha,$$

daraus

$$3. \quad \cos. \alpha = \frac{r - p}{r}$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich der Winkel α und durch Einsetzung in Gleichung 1 sodann die Bogenlänge.

Wir wollen nun die Zahlenrechnung für $r = 80^m$ $p = 0.1$ mit fünfstelligen Log.-Tafeln (Gauss) durchführen:

$$\cos. \alpha = \frac{(r - p)}{r} = \frac{80 - 0.1}{80} = \frac{79.9}{80}$$

$$\log. 79.9 = 1.90255$$

$$\log. 80 = 1.90309$$

$$\log. \cos. \alpha = 9.99946$$

$$\alpha = 2^\circ 51' 30'' = 172'$$

$$l = r \frac{2\alpha}{\rho}$$

$$\log. 2 = 0.30103$$

$$\log. 80 = 1.90309$$

$$\log. \alpha' = 2.23553$$

$$\log. \frac{1}{\rho} = 6.46373$$

$$\log. l = 0.90338$$

$$l = 8.0055$$

Wir haben hier mit Absicht den unempfindlichen Cosinus verwendet. Eine schärfere Rechnung erhalten wir durch die Umformung:

$$p = r - r \cos. \alpha = r (1 - \cos. \alpha) = 2 r \sin.^2 \frac{\alpha}{2}$$

dies gibt:

$$\sin.^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{p}{2 r} = \frac{0.1}{160}$$

$$\log. 0.1 = 9.00\,000 - 10$$

$$\log. 160 = \underline{2.20\,412}$$

$$\log. \sin.^2 \frac{\alpha}{2} = 6.79\,588 - 10$$

$$\log. \sin. \frac{\alpha}{2} = 8.39\,794 - 10$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1^\circ 25' 57''$$

$$\alpha = 2^\circ 51' 54'' = 10314''.$$

Und nun $1 = 2r \frac{\alpha}{\rho}$

$$\log. 2 = 0,30\,103$$

$$\log. 80 = 1.90\,309$$

$$\log. \alpha'' = 4.01\,343$$

$$\log. \frac{1}{\rho''} = 4.68\,557 - 10$$

$$0.90\,312$$

$$1 = 8.0006 \text{ m}$$

nahe übereinstimmend mit dem früheren Resultate.

Gehen wir nun zur Näherungsrechnung über und setzen, indem wir nun von den Winkeln zu den Bogenzahlen übergehen,

1. $1 = 2r \alpha,$

2. $p = r - r \cos. \alpha = r - r \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} + \dots\right) = r \frac{\alpha^2}{2} - \dots$

setzen den aus 1. folgenden Wert

$$\alpha = \frac{1}{2r} \text{ in Gleichung 2 ein, so folgt sofort ohne}$$

Zwischenrechnung

3. $p = \frac{r}{2} \cdot \frac{1^2}{4r^2} = \frac{1^2}{8r}$

daraus

$$4. l = \sqrt{8 pr}$$

und durch Einsetzung der Zahlenwerte:

$$l = \sqrt{8 \cdot 01 \cdot 80} = \sqrt{64} = 8,000.$$

Man beachte die Uebereinstimmung mit dem oben angegebenen scharfen Resultate auf 0,6 mm.

Wir sind also zu dem Endwerte für l gelangt, ohne die Grösse des Winkels α ermittelt zu haben und, wie weiter ersichtlich, kann die gesuchte Bogenlänge mit *einer* Rechenschiebereinstellung im Zeitraum von wenigen Sekunden erhalten werden. Wir geben gleich eine kleine Tafel bei:

$r = 80$	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
$l = 8.0$	8.49	8.95	9.38	9.79	10.19	10.58	10.95	11.31	11.66	12.00
$r = 190$	200									
$l = 12.33$	12.65									

Diese Tafel ist ohne weiteres am Schieber abgelesen worden und ihre Werte sind für die Zwecke der Praxis durchaus hinreichend. Vergleiche ich die Zeit, die deren Aufstellung in Anspruch nimmt, mit derjenigen der logarithmisch-trigonometrischen Rechnung, so erinnere ich mich lebhaft des Ausspruches von Professor Dr. Hammer in der Vorrede seines trefflichen Lehr- und Handbuches der ebenen und sphärischen Trigonometrie: Für so viele ist die *Trigonometrie, als wichtige und unmittelbare Grundlage des ganzen Vermessungswesens*, nicht sowohl ein Gebiet mathematischer Erkenntnis, als vielmehr ein *Gebrauchsgegenstand, ein Werkzeug, das in jeder Beziehung gebrauchsbereit zur Hand sein muss.* St.

Städtebau-Ausstellung in Zürich.

Zu dem auf Samstag den 25. Februar angesagten gemeinsamen Besuch hatten sich gegen 50 Teilnehmer eingefunden. Durch Zirkular waren die angemeldeten Interessenten noch speziell auf die Gelegenheit einer fachmännischen Führung durch Herrn Ingenieur C. Jegher in Zürich, Leiter der Ausstellung aufmerksam gemacht worden und es folgte die Zuhörerschaft während beinahe zwei Stunden mit grösstem Interesse dessen