

Die neue Projektionsmethode der schweizerischen Landesvermessung : Vortrag an der X. Generalversammlung des schweiz. Geometervereins

Autor(en): **Bäschlin, F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **9 (1911)**

Heft 7

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-181697>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Jahrgang IX

Schweizerische

15. Juli 1911

Geometer-Zeitung

Zeitschrift des Schweiz. Geometervereins

Organ zur Hebung und Förderung
des Vermessungs- und Katasterwesens

Redaktion: Prof. J. Stambach, Winterthur

Expedition: Buchdruckerei Winterthur vorm. G. Binkert

Jährlich 12 Nummern
und 12 Inseratenbulletins

No. 7

Jahresabonnement Fr. 4.—
Unentgeltlich für Mitglieder

Die neue Projektionsmethode der schweizerischen Landesvermessung.

Vortrag an der X. Generalversammlung
des schweiz. Geometervereins, gehalten von F. Bäschlin, Prof. der Geodäsie
an der eidgenössischen technischen Hochschule.

Einleitung.

Artikel 21 der Instruktion für die Grundbuchvermessungen spricht von der Projektionsmethode, welche zur Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten der Vermessungspunkte angewendet werden soll und sagt, dass es die winkeltreue, schiefaxige Zylinderprojektion sei, welche dazu Verwendung gefunden hat. Durch die bundesrätliche Genehmigung der Instruktion am 15. Dezember 1910 ist also auch die Projektion zur offiziell schweizerischen erhoben worden.

Gleich zu Anfang gestatten Sie mir, dankbar des Schöpfers unserer neuen Projektionsmethode zu gedenken, meines verehrten Lehrers, Herrn Prof. Dr. Max Rosenmund selig.

Rosenmund führte im Auftrag der schweizerischen Landestopographie, in seiner damaligen Stellung als Adjunkt derselben, die Studien und Berechnungen für die neue Projektionsmethode durch und veröffentlichte sie in dem Buche: Die Aenderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung, Bern 1903. Verlag der Abteilung für Landestopographie. Preis, gebunden Fr. 5.—.

Der Zweck meines Vortrages soll sein, Ihnen, meine Herren, die Sie alle mit den Koordinaten dieses Systems zu tun haben werden, in grossen Zügen das Wesen dieser neuen Projektion und ihre praktischen Konsequenzen vorzuführen.

Allgemeines.

Jede Kartenprojektion verfolgt den Zweck, die relative Lage eines Punktsystems, welches auf der Erdoberfläche gelegen ist, auf einem ebenen Zeichnungsblatte wiederzugeben.

Die mathematische Oberfläche der Erde ist nun bekanntlich nach dem Stande der heutigen Forschung nahezu ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid, und es wird auch für alle Berechnungen zu Landesvermessungszwecken von dieser Annahme ausgegangen.

Als Dimensionen für dieses Ellipsoid wurden für die Schweiz die sogenannten Bessel'schen Erddimensionen gewählt, wie sie von dem grossen Astronomen und Geodäten Bessel im Jahre 1841 berechnet und 1842 veröffentlicht worden sind.

Eine einfache Ueberlegung zeigt aber, dass es nicht möglich ist, eine beliebige Figur, welche auf der Oberfläche eines Rotationsellipsoides oder einer Kugel liegt, ohne Verzerrungen, ohne Veränderungen in der relativen Lage, auf eine Ebene abzubilden, weil weder Rotationsellipsoid noch Kugel in die Ebene abwickelbar sind. Man kann dies ohne mathematische Betrachtungen etwa in folgender Weise erkennen:

Wir denken uns einen Globus aus Kautschuk hergestellt, auf dessen Oberfläche wir uns geometrische Figuren zeichnen. Wir schneiden durch eine Ebene ein Kugelsegment ab.

Wollen wir jetzt dieses Kugelsegment in eine Ebene bringen, so ist das nur möglich, indem wir es dehnen und zusammendrücken. Dadurch werden aber auch die Winkel und die Strecken unserer geometrischen Figuren verändert. Die ebene Abbildung ist nicht ähnlich den Originalfiguren. Sie ist verzerrt.

Nachdem man so erkannt hat, dass bei jeder Projektion vom Ellipsoid auf die Ebene Verzerrungen entstehen müssen, kann man dazu übergehen, die Verzerrungen zu analysieren.

Zunächst werden die *Längen* durch die Projektion verändert.

Wir nennen das Verhältnis des Abbildes einer Strecke zu dieser Strecke selbst das Längenverhältnis in der betreffenden Richtung.

Im allgemeinen ändert dieses Längenverhältnis seinen Wert, wenn man die Originalstrecke um einen festgehaltenen Punkt herum dreht. Ausserdem ändert das Längenverhältnis auch von Punkt zu Punkt.

Eine direkte Folge dieser Längenveränderungen durch die Projektion ist nun auch, dass die Winkel, welche zwei Strecken auf dem Ellipsoid miteinander bilden, in der Projektion verändert erscheinen. Die Änderung, welche ein Winkel durch die Projektion erleidet, nennen wir die Winkelverzerrung.

Es gibt nun eine Reihe von Projektionen, welche folgende Eigenschaften haben:

Wenn wir auf dem Ellipsoid einen Punkt annehmen und von demselben ein Strahlensystem von geodätischen Linien ausgehen lassen, welche wir sehr kurz, streng genommen, unendlich kurz annehmen, so ist das Bild dieses Systems dem Original ähnlich, entsprechende Strahlen in der Projektion bilden dieselben Winkel miteinander wie auf dem Original. Das Längenverhältnis der unendlich kurzen Strecken ist durchwegs dasselbe. Man kann also sagen, dass eine solche Projektion in den unendlich kleinen Teilchen ähnlich sei. Deswegen ist sie aber in den endlichen Teilen doch nicht ähnlich, weil das Längenverhältnis von Punkt zu Punkt wechselt. Man nennt solche Projektionen winkeltreu oder konform.

Daneben gibt es eine andere Gruppe von Projektionen, welche die Eigenschaft besitzen, dass der Flächeninhalt aller Figuren in der Projektion gleich dem Flächeninhalt im Original ist. Dafür werden aber die Winkel verändert; solche Projektionen heissen flächentreu oder äquivalent.

Eine Projektion kann nie gleichzeitig winkeltreu und flächentreu sein. Die eine Bedingung schliesst die andere aus.

Für Triangulationszwecke eignen sich in erster Linie die winkeltreuen Projektionen. Daher ist auch für die Schweiz eine solche verwendet worden.

Die neue Projektion im speziellen.

Nach Festlegung dieser Grundbegriffe der Kartenprojektionslehre lassen Sie mich nun dazu übergehen, Ihnen das Wesen unserer schweizerischen Projektion zu skizzieren.

Die neue schweizerische Projektion ist eine sogenannte Doppelprojektion.

Das heisst: die Punkte des Ellipsoids werden zunächst auf eine Kugel projiziert. Die so erhaltene Kugelprojektion wird dann erst in die Ebene abgebildet. Auf diesem Umweg haben wir dann auch eine Abbildung vom Ellipsoid auf die Ebene erreicht. Auf den ersten Blick mag dieser Umweg als eine unnütze Komplizierung erschienen. Dem ist aber nicht so, indem die Formeln wesentlich vereinfacht werden.

Zu dieser Uebertragung der Punkte des Ellipsoids auf die Kugel wird bei unserer Projektion die *winkeltreue Uebertragung des Ellipsoides auf die Kugel nach C.-F. Gauss* angewendet.

Diese Projektion besitzt folgende Eigenschaften: Die Meridiane- und Parallelkreise des Ellipsoids werden in dieselben Linien auf der Kugel abgebildet.

Das Längenverhältnis unterscheidet sich nur ganz wenig von der Einheit. Dies ist deshalb möglich, weil die Projektionskugel sich nur wenig vom Ellipsoid entfernt und daher keine starken Verzerrungen nötig werden.

Die Formeln, welche dazu dienen, um einen Punkt des Ellipsoids auf die Kugel zu projizieren, werden daher auch sehr einfach, so einfach, dass man in fünf Minuten die betreffenden Berechnungen unter Benützung von Tafeln, wie sie z. B. in Rosenmunds Projektionssystem* enthalten sind, durchführen kann, mit einer Genauigkeit, welche für alle praktischen Verhältnisse mehr als genügt.

Der erste Schritt unserer Doppelprojektion ist daher nur in der Theorie kompliziert, für die Anwendung dagegen sehr einfach.

Von dieser Projektion auf die Kugel wird nun eine winkeltreue Cylinderprojektion ausgeführt in folgender Weise:

* M. Rosenmund. Die Aenderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung. Bern 1903.

Durch die Projektion des Kartenmittelpunktes (Sternwarte Bern) denken wir uns eine Vertikalebene, welche senkrecht auf dem Meridian steht (sog. I. Vertikal), gelegt.

Diese Ebene schneidet die Kugel in einem grössten Kreise, der sich mehr und mehr von dem Parallelkreis des Kartenmittelpunktes entfernt, dem sog. Grundkreis.

Wir denken uns jetzt einen Cylinder konstruiert, welcher die Kugel längs des erwähnten Grundkreises berührt.

Die Axe des Cylinders geht daher durch den Kugelmittelpunkt und bildet mit der Erdaxe einen Winkel, gleich der geographischen Breite des Kartenmittelpunktes.

Eine solche Cylinderprojektion wird schiefaxig genannt, weil die Axe des Cylinders schief zur Erdaxe steht. Würde die Cylinderaxe mit der Erdaxe zusammenfallen (berührender Grosskreis der Aequator) so hätte man eine normale Cylinderprojektion.

Wenn diese Axe aber in die Aequatorebene hineinfällt, mit der Erdaxe also einen rechten Winkel bildet (berührender Grosskreis Meridian), so hat man eine transversale Cylinderprojektion.

Wir wollen nun sehen, wie wir einen beliebigen Punkt der Kugel projicieren.

Wir denken uns die Pole unseres berührenden Grosskreises, des Grundkreises gezeichnet. Durch diese Pole legen wir Ebenen, welche alle auf dem Grundkreis senkrecht stehen und die Kugel längs Grosskreisen schneiden.

Wir bestimmen einen Punkt auf der Kugel durch die Angabe des durch ihn gehenden Hauptkreises und den Abstand dieses Punktes vom Grundkreis gemessen auf den betreffenden Hauptkreis.

Es wird also so ein sphärisches Koordinatensystem definiert ganz analog geographischer Breite und Länge.

Die Hauptkreise der Kugel sollen auf dem Cylinder dargestellt werden durch die Mantellinien, die durch den Schnitt ihrer Ebenen mit dem Cylinder sich ergeben.

Jetzt denken wir uns den Cylinder aufgeschnitten, etwa längs der Mantellinie auf der dem Nullpunkt gegenüberliegenden Seite, welche durch den Nullmeridian erzeugt wird. Da der Cylinder eine abwickelbare Fläche ist, erhalten wir nun sofort eine ebene Darstellung.

Der Grundkreis wird in der Abwicklung in eine gerade Linie übergehen. Der Nullmeridian, der uns einen speziellen Hauptkreis darstellt, ist ebenfalls eine gerade Linie, welche auf der vorigen senkrecht steht.

Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt, welcher in der Projektion dem Kartenmittelpunkt entspricht.

Diese beiden Geraden sind nun die Axen des ebenen rechtwinkligen Koordinatensystems, das wir zur Darstellung der Punkte verwenden. Das Bild des Nullmeridians wird als X-Axe, das Bild des Grundkreises als Y-Axe gewählt. Das Vorzeichen wird so gewählt, dass die X-Axe nach Norden, die Y-Axe nach Osten gerichtet ist.

Die Hauptkreise werden in der Projektion dargestellt durch parallele Linien, welche auf der Y-Axe senkrecht stehen.

Der Grundkreis ist durch die Projektion längentreu abgebildet, weil er ja einfach die Abwicklung des Grundkreises darstellt.

Wir haben jetzt aber noch die Frage offen gelassen, wie wir die Abstände der Punkte vom Grundkreis, gemessen auf ihrem Hauptkreis, darstellen. Das einfachste würde es scheinen, diese Abstände in wahrer Grösse auf den entsprechenden Hauptkreisbildern abzutragen. Auf diese Weise würden wir eine Projektion erhalten, welche der Soldner'schen entspricht. Diese Projektion wäre aber weder winkeltreu, noch flächentreu.

Um eine winkeltreue Projektion zu erhalten, muss man an Stelle von X abtragen

$$X^1 = X + \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{24} + \frac{61}{5040} X^7$$

Die Projektion, die nach dem geschilderten Vorgang entsteht, heisst die *winkeltreue, schiefaxige Cylinderprojektion* und ist also für die Schweiz verwendet worden.

Rosenmund hat Formeln aufgestellt, welche gestatten, aus geographischer Breite und Länge eines Punktes der Kugel, die Koordinaten Y^1 und X^1 zu berechnen. Auch für die Umkehrung dieser Aufgabe, aus Y^1 und X^1 die Breite und Länge zu ermitteln, sind die Formeln entwickelt.

Die Meridiane und Parallelkreise werden durch die Projektion in Form von Kurven dargestellt.

Wir nennen den Winkel zwischen der Tangente an das Meridianbild in einem bestimmten Punkte und der Parallelen zur X-Axe (Bild des Hauptkreises) die Meridiankonvergenz im betreffenden Punkt.

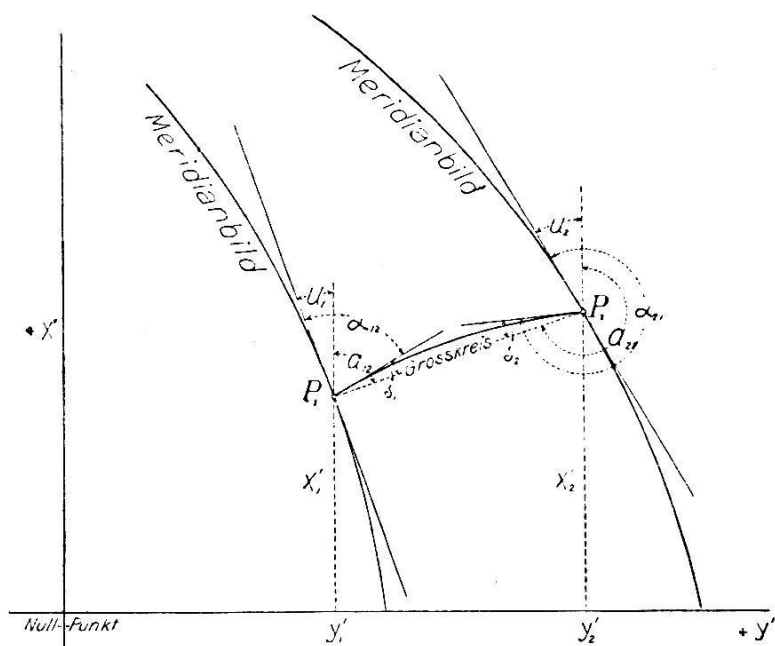
Rosenmund hat diese Meridiankonvergenz als Funktion von Y^1 und X^1 entwickelt.

Wir brauchen die Meridiankonvergenz, um aus den Neigungen im Sinne der ebenen Koordinatenrechnung auf die astronomischen Azimuthe zu schliessen und umgekehrt.

Die Projektion ist winkeltreu.

Betrachten wir also einen trigonometrischen Punkt auf der Erdoberfläche, von dem aus Visuren nach andern trigonometrischen Punkten ausgehen, so stellen uns diese Visuren auf der Kugel Grosskreise dar. Die sphärischen Winkel zwischen diesen Grosskreisen sind die Winkel, die wir mit dem Theodoliten messen.

Fig. 1.



$\hat{\alpha}_{12}$ astronomisches Azimut $P_1 P_2$

$\hat{\alpha}_{21}$ " " $P_2 P_1$

a_{12} ebene Neigung $P_1 P_2$

a_{21} " " $P_1 P_2$

Die Grosskreise werden durch die Projektion im allgemeinen nicht als gerade Linien, sondern als Kurven abgebildet.

Die Tangenten an die Grosskreisbilder im Standpunkt bilden nun ganz genau die gleichen Winkel wie die Grosskreise, eben weil die Projektion winkeltreu ist.

Wenn wir aber jetzt die geraden Verbindungslinien der Projektion unseres Standpunktes mit den Projektionen der andern Punkte ins Auge fassen, so erkennen wir, dass diese nicht dieselben Winkel einschliessen, wie die Originalrichtungen.

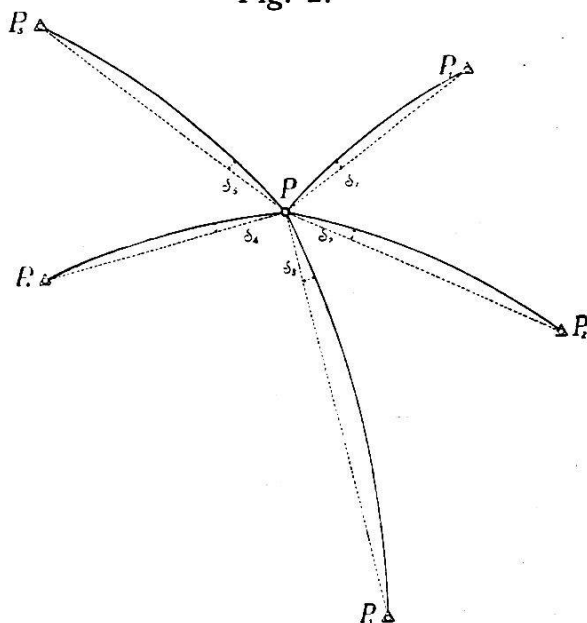
Es lassen sich leicht Formeln aufstellen, welche gestatten, den Richtungsunterschied zwischen den Tangenten an das Grosskreisbild zwischen P_1 und P_2 im Punkte P und den geraden Verbindungslinien P_1, P_2 als Funktion von X'_1, Y'_1 und X'_2 und Y'_2 darzustellen. Wir bezeichnen diese Richtungsunterschiede mit δ_1 und δ_2 .

Die geradlinigen Strecken $P_1 P_2 = s'$ sind nicht gleich dem Grosskreisstück $P_1 P_2 = s$, aber auch da lässt sich $\log s' - \log s$ als Funktion der X'_1, Y'_1, X'_2 und Y'_2 darstellen.

Mit Hilfe der Formeln für δ und $\log s' - \log s$, können wir jetzt die Ergebnisse sphärischer Triangulierung in sehr einfacher Weise so umwandeln, dass wir dann nach den Formeln der ebenen Trigonometrie rechnen können.

Denken Sie sich zum Beispiel einen Fall von Rückwärts-einschneiden.

Fig. 2.



Von 5 gegebenen Punkten sind die Koordinaten in unserer Projektion gegeben.

Aus den Richtungsmessungen auf einem Punkte P nach den 5 gegebenen Punkten sollen die Koordinaten von P abgeleitet werden.

Unter der vorläufigen Annahme, dass die δ gleich Null seien, rechnen wir aus drei Richtungen nach den Formeln der ebenen Trigonometrie Näherungskordinaten von P.

Mit Hilfe dieser Näherungskordinaten berechnen wir jetzt die δ und die $\log s' - \log s$ und können dann die sphärischen Richtungen auf ebene zurückführen. Dadurch ist jetzt das Problem der Koordinatenbestimmung von P auf ein ebenes System zurückgeführt. Mit Hilfe einer Ausgleichung finden wir die definitiven Koordinaten von P. Aus diesen und den Koordinaten der gegebenen Punkte berechnen wir die ebenen Neigungen. Indem wir die früher berechneten $\sqrt{\delta}$ in umgekehrtem Sinne wie vorher wieder anbringen, finden wir die ausgeglichenen sphärischen Richtungen. Gleichzeitig finden wir die $\log s'$ und können daraus die $\log s$, d. h., die sphärischen Distanzen berechnen. Damit ist die Aufgabe gelöst.

Der grösste Vorteil der neuen Projektionsmethode liegt aber in folgendem:

Die δ werden umso kleiner, je kürzer die Seiten werden und dürfen für Seiten, wie sie für Triangulierung IV. Ordnung gemeiniglich auftreten, gegenüber den Winkelmessungsfehlern vernachlässigt werden.

Man findet nämlich, dass für die in dieser Beziehung ungünstigsten Punkte der Schweiz $\delta''_{\max} = 0.3168 s$, wo s die Distanz in Kilometern angibt.

Setzen wir $\delta'' = 1''$ fest, so darf $s = 3.1$ km werden.

Sobald also bei einer Triangulierung IV. Ordnung Seiten von über 3 km auftreten, sollte durch eine kleine Spezialuntersuchung ermittelt werden, ob die δ nicht den Wert von $1''$ erreichen. Denn nach meiner Auffassung sollte die Rechnungsschärfe bei der Triangulierung IV. Ordnung mindestens $1''$ (sexagesimal) sein.

Auf eine Konsequenz der neuen Projektionsmethode möge hier noch näher eingegangen werden.

Wir haben gesehen, dass jede Projektionsmethode Längenverzerrungen zur Folge haben *muss*.

Wir wollen sehen, welche Folgen dieser Umstand hat:

Die Entfernung zweier trigonometrischer Punkte, wie sie sich nach elementaren Formeln aus den Koordinaten berechnen lässt, stellt uns nicht die wahre Länge dar. Wenn wir also mit Hilfe von Messlatten die betreffende Strecke nachmessen, so kann das direkte Längenmessungsergebnis, auch wenn wir die Voraussetzung machen, dass es vollständig fehlerlos sei, nicht mit der berechneten Länge übereinstimmen.

Je weiter wir von der Y-Axe unseres Projektionssystems entfernt sind, um so grösser wird der Unterschied zwischen direkter Nachmessung und Berechnung sein. Aber für ein grösseres Gebiet, etwa eine Stadt oder grössere Gemeinde, kann das Verhältnis zwischen Rechnungsergebnis und direkter Messung praktisch als konstant angenommen werden.

Für die extremsten Verhältnisse unseres Landes ist dieses Längenverhältnis **1.000186**, das heisst, **18,6 cm auf 1 km**.

Um diesen Betrag werden also auch die Abschlüsse der Polygonzüge nicht stimmen.

Das direkte Messungsergebnis wird von dieser Ursache her immer *kleiner* sein als das berechnete.

Aber auch in denjenigen Gegenden, wo die Längen durch die Projektion nicht verändert werden, das ist auf der Y-Axe, werden die direkt gemessenen Triangulationsseiten nicht mit der Berechnung übereinstimmen; denn die Resultate der Triangulation stellen uns die Projektion auf das Meeresniveau dar. Nun ist ohne weiteres klar, dass diese Projektion kürzer ist, als die auf der physischen Erdoberfläche liegende Originalstrecke, so bald die physische Erdoberfläche über dem Meeresniveau gelegen ist, wie dies ja in der Schweiz durchgängig der Fall ist. Aus dieser Ursache heraus werden die direkten Messungen *grösser* sein als die berechneten Resultate. Wir sehen also, dass die beiden Ursachen mit entgegen gesetzten Vorzeichen eingehen und sich daher zum Teil aufheben.

Da die Veränderung der Längen durch die Projektion in erster Linie dort bemerkbar wird, wo die Längenmessungen mit besonderer Sorgfalt ausgeführt werden, das ist im Instruktionsgebiet I (Stadtvermessungen), so betrachten wir in der

nachfolgenden aus Rosenmunds Projektionssystem entnommenen Tafel die Längenveränderungen für einige Schweizerstädte.

	Durch Projektion wird eine Länge von 1000 m vergrößert um m	Mittlere Höhe über Meer m	Durch Reduktion auf Meereshöhe wird eine Länge von 1000 m verkleinert um m	Totalveränderung von 1000 m + vergrößert — verkleinert m
Zürich	+ 0.028	430	— 0.067	— 0.039
Bern	+ 0.000	550	— 0.086	— 0.086
Luzern	+ 0.002	450	— 0.071	— 0.069
Freiburg	+ 0.003	620	— 0.097	— 0.094
Basel	+ 0.056	250	— 0.039	+ 0.017
Schaffhausen	+ 0.086	430	— 0.067	+ 0.019
St. Gallen	+ 0.036	670	— 0.105	— 0.069
Chur	+ 0.001	600	— 0.094	— 0.093
Lugano	+ 0.133	300	— 0.047	+ 0.086
Lausanne	+ 0.028	500	— 0.078	— 0.050
Neuchâtel	+ 0.000	450	— 0.071	— 0.071
Genf	+ 0.084	400	— 0.063	+ 0.021

Wir ersehen daraus, dass wir die ungünstigsten Verhältnisse für Freiburg und Chur erhalten (— 0.094 und — 0.093 m pro 1000 m), dass aber diese Verzerrungen der Reduktion aufs Meeresniveau zur Last fallen.

Wir wollen diese maximale Längenverzerrung von 0.094 m pro 1000 m vergleichen mit der Toleranz für den Abschlussfehler von Hauptpolygonzügen im Instruktionsgebiet I.

$$\text{Toleranz} = 0.005 \sqrt{s} + 50 \text{ mm}$$

für $s = 1000 \text{ m}$; Toleranz = 208 mm. Maximale Projektionsveränderung = 94 mm;

für $s = 400 \text{ m}$; Toleranz = 150 mm. Maximale Projektionsveränderung = 38 mm.

Wir konstatieren also, dass die maximalen Projektionsveränderungen wohl fühlbar, aber kleiner als die Toleranz sind.

Für die Instruktionsgebiete II und III kommen die Projektionsveränderungen überhaupt nicht mehr in Betracht, weil dort die Toleranzen wesentlich grösser sind.

Bei Stadtvermessungen können aber diese Verhältnisse sehr leicht dadurch in Berücksichtigung gezogen werden, indem die

Latten nicht genau auf wahres Metermass, sondern auf die durch die Triangulation bedingten Längen kompariert werden.

Eine weitere Folge der Längenveränderungen ist die, dass die aus Koordinaten berechneten Flächen nicht genau den Originalflächen entsprechen.

Da aber die Längenveränderung für ein grösseres Gebiet konstant ist, womit auch dasselbe für die Flächenveränderungen gilt, so hat das weiter gar keine Nachteile für das praktische Leben.

Denn der Bodenpreis pro m^2 ist ein Relativmass, abgeleitet aus der Vergleichung nahe gelegener Grundstücke.

Allerdings ist eine amtliche Hektare in Lugano nicht gleich-gross wie in Chur; z. B.:

Kaufen wir in beiden Städten laut Grundbuch eine Hektare Land, so erhalten wir nicht genau dieselbe Fläche.

In Lugano erhalten wir $9998.28 m^2$	} in internationalem Metermass.
In Chur erhalten wir $10001.88 m^2$	

Bei einem Bodenpreis von Fr 10.— pro m^2 gibt das eine Differenz von Fr. 36.— auf eine Kaufsumme von Fr. 100,000.—; doch gewiss ein verschwindend kleiner Betrag.

Wir erkennen daraus, dass diese Verhältnisse für das praktische Leben belanglos sind. Wie wir sie vermessungstechnisch bewältigen können, ist früher gezeigt worden.

Wir haben bis dahin bei der Betrachtung der Anwendung der neuen Projektionsmethode auf trigonometrische Berechnungen immer nur Kugelverhältnisse angenommen.

Bei der Definition unserer Projektion sind wir aber von der Annahme ausgegangen, dass die mathematische Erdoberfläche ein Rotationsellipsoid sei.

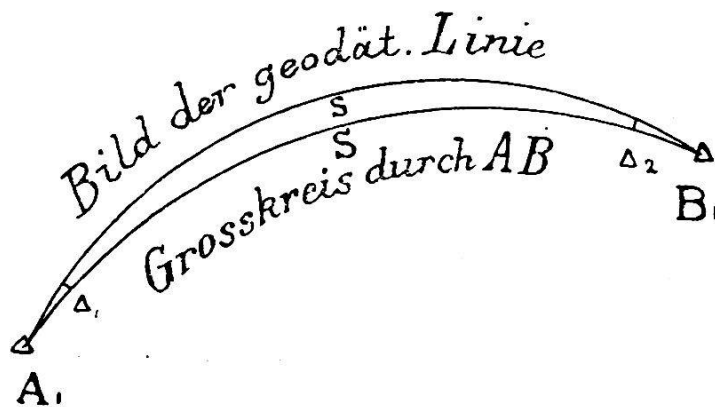
Wir müssen uns also darüber Rechenschaft geben, welche Veränderungen an unserm Rechnungsverfahren nötig werden, wenn wir die ellipsoidischen Verhältnisse berücksichtigen wollen.

Die Winkel, welche wir auf einem Punkte der Erdoberfläche messen, sind die Winkel zwischen den geodätischen Linien, die sog. geodätischen Winkel. In aller Strenge ist zwar auch das nicht der Fall, es müssen vielmehr die direkt gemessenen Winkel um kleine Grössen verbessert werden, um die geodätischen Winkel zu erhalten. Aber diese Verbesserungen sind sehr klein, so dass wir sie hier vernachlässigen wollen.

Die geodätischen Linien werden bei der winkeltreuen Projektion des Ellipsoids auf die Kugel im allgemeinen nicht durch Kugelgrosskreise abgebildet, sondern durch doppelt gekrümmte Kurven.

Denken wir uns daher die geodätische Linie zwischen zwei Punkten des Ellipsoids A und B auf die Kugel abgebildet, so konstatieren wir folgendes:

Fig. 3.



A' und B' seien die Kugelprojektionen von A und B.

Da das Bild der geodätischen Linie nicht mit dem Grosskreis durch A' und B' zusammenfällt, konstatieren wir, dass im Punkte A' ein Winkel zwischen der Richtung des geodätischen Linienbildes und des Grosskreises sich einstellt. Analog im Punkte B' .

Wir wollen diese beiden Winkel mit Δ_1 und Δ_2 bezeichnen.

Rosenmund entwickelte die Formeln, welche Δ_1 und Δ_2 als Funktion der geographischen Länge und Breite der Punkte A und B darstellen.

Die Länge des Grosskreises $A'B' = S$ ist nicht gleich der Länge der geodätischen Linie $AB = s$.

Rosenmund entwickelte die Formel, wonach man $\log s - \log S$ aus der geographischen Breite von A und B berechnen kann.

Sobald man die Grössen Δ_1 und Δ_2 und s kennt, kann man die ellipsoidischen Richtungen und Längen auf die einfachen Verhältnisse der Kugel mit ihren Grosskreisen zurückführen. Berechnet man sich dann nach früherem die δ_1 und δ_2 und das s' , so hat man die ellipsoidischen Verhältnisse auf die Ebene zurückgeführt und kann dann dort die Formeln der ebenen Trigonometrie anwenden.

Nach dem Bisherigen möchte man nun glauben, dass die Anwendung der neuen Projektionsmethode ein äusserst komplizierter Mechanismus wäre.

Dem ist aber für die gewöhnlichen Verhältnisse nicht so, weil schon für die bei Triangulationen II. Ordnung auftretenden Verhältnisse die Grössen Δ_1 und Δ_2 und $\log s - \log S$ der ellipsoidischen Theorie vernachlässigt werden dürfen, da sie weit unterhalb der Rechnungsschärfe $0''.01$ und 1 Einheit der 7. Log-Stelle liegen.

Selbst für Triangulierung I. Ordnung sind diese Grössen sehr klein.

Um Ihnen einen Begriff von der Grösse dieser Korrekturen zu geben, wählen wir die Seite unseres Dreiecksnetzes I. Ordnung

$$\begin{array}{r}
 \text{Lägern-Feidberg.} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \Delta_1 = - 0''.0004 \\
 \text{auf Lägern} \\
 \Delta_2 = + 0.0006 \\
 \text{auf Feidberg}
 \end{array} \right\} \text{Ellipsoid auf Kugel} \\
 \log s - \log S = - 0.000\ 0000\ 02 \\
 \delta_1 = + 5''.653, \delta_2 = - 6''.759 \text{ Kugel auf Ebene} \\
 \log s' - \log s = + 0.000\ 03592.
 \end{array}$$

In den hievor skizzierten Verhältnissen liegt nun gerade einer der wesentlichsten Vorteile der neuen Projektionsmethode, welcher als eine Folge des Systems der Doppelprojektion sich darstellt.

Für die bei der Triangulation zu meist auftretenden Rechnungen für die II. und III. Ordnung braucht auf die Verhältnisse der ellipsoidischen Gestalt der Erdoberfläche gar keine Rücksicht genommen zu werden; für die Triangulation IV. Ordnung im allgemeinen nicht einmal auf die Kugelverhältnisse und dennoch sind die aus der Berechnung hervorgehenden Koordinaten in aller Strenge der ellipsoidischen Theorie entsprechend.

Es ist also möglich, aus den Koordinaten der untergeordneten Punkte in einfacher Weise die geographischen Koordinaten streng richtig abzuleiten und so diese Punkte der strengen geodätischen Forschung, wie sie durch die internationale Erdmessung (in unserm Lande durch die schweiz. geodätische Kommission repräsentiert) ausgeführt wird, zur Verfügung zu stellen

und zwar ohne die Berechnung auch nur im geringsten zu komplizieren.

Um den Vorteil der neuen Projektion ins rechte Licht zu rücken, sei nur erwähnt, dass dies bei der alten Projektionsmethode, deren Koordinaten noch für die meisten Kantone in Verwendung sind, ganz anders war.

Wenn die Wissenschaft die Resultate jener Triangulationen verwerten wollte, so musste stets wieder auf die Originalwinkelmessungen zurückgegriffen und durch langwierige Berechnungen mussten jeweils die geod. geographischen Koordinaten abgeleitet werden.

Das ist nun anders geworden.

So hat also auch in dieser Beziehung die eidgenössische Grundbuchvermessung äusserst segensreich gewirkt.

Denn mit Rücksicht auf deren baldiges Kommen hat Rosenmund seine Untersuchungen angestellt und durch die Instruktion hat die von ihm vorgeschlagene Projektionsmethode die behördliche Genehmigung erhalten.

So kann sich also Praxis und Wissenschaft vereint freuen über diese Tat, weil beide damit vollständig befriedigt worden sind, ohne dass der eine Teil den andern mit unnötigen Arbeiten belastet hätte.

Lassen Sie mich meine Ausführungen schliessen mit dem aufrichtigen Wunsche, dass die andern Aufgaben, welche in Hinsicht auf das grosse Werk der eidgen. Grundbuchvermessung an uns herantreten, gleich wie diese grundlegende Frage der Projektionsmethode, in voller Harmonie zwischen Praxis und Wissenschaft gelöst und durchgeführt werden können zum Wohle beider Teile und damit auch zum Wohle unseres Vaterlandes.

Festbericht

über die X. Jahresversammlung des Vereins schweiz. Konkordatsgeometer

in Zürich, 13. bis 15. Mai 1911.

Von B. Theinert.

Herr Prof. Stambach ersuchte mich, den Festbericht über die diesjährige Geometertagung zu schreiben und bemerkte dabei, dass ich nichts weiteres zu tun habe, als zum „Sturzen den Kohl“ zu liefern. Dieses Rezept habe ich nun treulich befolgt und mich