

# Le nouveau système de projection de la mensuration cadastrale Suisse

Autor(en): [s.n.]

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **9 (1911)**

Heft 8

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-181702>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

jusqu'au 1<sup>er</sup> octobre a. c. des propositions éventuelles pour la revision des statuts en perspective.

L'invitation à notifier des propositions relatives à cette revision est adressée par la présente à tous nos membres, avec le renvoi au délai sus-mentionné pour des requêtes éventuelles.

En vertu de ses propres projets de revision et de ceux présentés, le comité central rédigera un avant-projet et, conjointement avec des représentants des sections, éventuellement des membres isolés, un projet approprié pour les sociétés affiliées. Le résultat des délibérations des sociétés doit être communiqué au comité central et, suivant les circonstances, le projet définitif pour l'assemblée générale de l'année prochaine devra être élaboré par la commission prévue.

La *bibliothèque de la société* se trouve désormais à Zurich et les demandes de livres et journaux périodiques doivent être adressées au secrétaire. Pour la table des matières, voir le rapport annuel de 1910.

Zurich, août 1911.

Par ordre:

Le secrétaire: *E. Fischli.*

---

### **Sektion Zürich-Schaffhausen.**

Unsern Mitgliedern diene zur gefl. Kenntnisnahme, dass der Einzug des Jahresbeitrages pro 1911 Ende August vermittelt Postnachnahme erfolgen wird.

*Der Kassier.*

---

### **Le nouveau système de projection de la mensuration cadastrale Suisse.**

Conférence faite à l'occasion de la X<sup>e</sup> assemblée générale de la Société Suisse des géomètres par F. Bäschlin, professeur de géodésie à l'École polytechnique fédérale.

---

#### **Introduction.**

L'article 21 de l'Instruction sur les mensurations cadastrales a trait au système de projection qui doit être employé pour le calcul des coordonnées rectangulaires des points de mensuration; il indique que le système adopté est le système de projection autogonale cylindrique à axe oblique. Ce système a

reçu la consécration officielle, en suite de l'approbation par l'autorité fédérale de l'Instruction du 15 décembre 1910.

Tout d'abord, permettez-moi de rendre un hommage reconnaissant au créateur de notre nouveau système de projection, mon vénéré maître, Monsieur le Professeur Docteur Max Rosenmund.

Sous les auspices du Service topographique fédéral, dont il a été l'adjoint, Rosenmund poursuivit les études et établit les calculs du nouveau système de projection. Il publia le résultat de ses travaux dans l'ouvrage: Le changement du système de projection de la mensuration suisse, Berne 1903, dépôt de la section de la topographie. Prix relié frs. 5.—.

Le but de ma conférence doit être d'indiquer à vous tous, Messieurs, qui aurez à faire avec des coordonnées calculées selon ce système, les grandes lignes de la raison d'être de la nouvelle projection et ses conséquences pratiques.

### **Généralités.**

Le but de toute projection est de donner sur un plan la position relative d'un système de points considéré sur la surface de la terre.

Selon les données des connaissances actuelles, on admet que la surface mathématique de la terre, comme chacun le sait, est à peu de chose près un ellipsoïde de rotation aplati aux pôles, et cette supposition a servi de base aux calculs ayant pour but la cartographie.

Pour la Suisse les dimensions adoptées pour cet ellipsoïde sont celles connues sous le nom de dimensions de la terre d'après Bessel, qui ont été calculées en 1841 et publiées en 1842, par le célèbre astronome et géodète Bessel.

Il est facile de comprendre et de montrer qu'il n'est pas possible de projeter sur un plan, sans déformation ou sans modifications dans sa position relative, une figure quelconque située à la surface d'un ellipsoïde de rotation ou d'une sphère, car en effet, ni l'une ni l'autre de ces surfaces ne peut se développer sur un plan.

Sans entrer dans des considérations mathématiques, on peut le montrer de la manière suivante, nous supposons une sphère de caoutchouc sur la surface de laquelle nous dessinons des

figures géométriques. Puis nous coupons par un plan un segment de sphère.

Nous ne pouvons pas appliquer sur une surface plane ce segment de sphère, sans l'étendre ou le comprimer. Par ces compressions ou ces extensions, les angles et les longueurs de nos figures géométriques sont modifiés. Les figures sur le plan ne sont pas semblables aux figures originales; elles sont déformées.

Une fois que l'on a reconnu que des déformations se produisent pour toute projection d'un ellipsoïde sur le plan, on peut alors chercher à analyser ces déformations.

Tout d'abord les *longueurs* sont modifiées par la projection: on nomme rapport des longueurs dans une direction donnée le rapport de la projection d'une longueur à cette longueur elle-même.

En général ce rapport des longueurs change de valeur, lorsque l'on fait tourner la longueur considérée autour d'un point fixe. De plus le rapport des longueurs varie de point à point.

Une conséquence directe de ces modifications de longueurs par la projection est la modification, par cette même projection, de l'angle que deux droites forment entre elles sur l'ellipsoïde. Le changement qu'un angle subit par la projection se nomme la déformation des angles.

Il y a une série de projections qui possèdent les propriétés suivantes:

Supposons que d'un point pris sur un ellipsoïde, nous menions un système de faisceaux de lignes géodésiques d'une longueur infiniment petite; dans ce cas l'image de ce système sera semblable à l'original et les rayons correspondants se couperont suivant le même angle dans la projection et dans l'original. On peut donc dire qu'une telle projection est semblable dans toutes ses parties infiniment petites. Par contre, elle n'est pas semblable dans les parties d'une longueur finie, parce que le rapport des longueurs varie de point en point. Une semblable projection se nomme „autogonale“ ou „conforme“.

En outre il existe un autre groupe de projections qui possèdent la propriété de conserver dans la projection l'égalité de surface de l'original. Mais alors les angles sont dé-

formés; on nomme ces projections „à égale surface“ ou „équivalentes“. Une projection ne peut jamais être à la fois autogonale et équivalente, car l'une des conditions exclut l'autre.

Pour les besoins de la triangulation, on doit considérer en première ligne la projection conforme ou autogonale; c'est pour cela que la Suisse a adopté ce système.

### **De la nouvelle projection.**

Après avoir fixé les principes fondamentaux de la projection des cartes, passons maintenant à la description sommaire de la projection adoptée en Suisse.

La nouvelle projection suisse est connue aussi sous le nom de double projection, parce que les points de l'ellipsoïde sont d'abord projetés sur une sphère pour être ensuite projetés sur un plan.

De cette manière nous avons obtenu la projection d'un ellipsoïde sur un plan. Au premier abord cette méthode détournée peut paraître une complication inutile; il n'en est rien cependant, car cette supposition permet de simplifier considérablement les formules.

Pour reporter les points de l'ellipsoïde sur la sphère, nous employons dans notre système la méthode de *projection conforme de l'ellipsoïde sur la sphère d'après C. F. Gauss*.

Cette projection possède les propriétés suivantes: les cercles des méridiens et des parallèles de l'ellipsoïde sont formés par les mêmes lignes sur la sphère.

Le rapport des longueurs ne diffère que très peu de l'unité, par le fait que la sphère de projection diffère très peu de l'ellipsoïde; par conséquent la projection ne comprend pas de fortes déformations.

Les formules qui servent pour calculer la projection sur une sphère d'un point situé sur un ellipsoïde sont de ce fait très simples, si simples qu'en employant des tables comme, par exemple, celles que l'on trouve dans le volume de Rosenmund cité plus haut, on peut en cinq minutes exécuter tous les calculs avec une exactitude largement suffisante pour les besoins de la pratique.

La première étape de notre double projection, très compliquée en théorie, est par contre très simple en pratique.

Nous passons maintenant de la projection sur la sphère à la projection autogonale cylindrique et cela de la manière suivante.

Pour la projection du point central de la carte (Observatoire de Berne), nous supposons un plan vertical tracé perpendiculairement au méridien.

Ce plan coupe la sphère suivant un grand cercle qui s'éloigne de plus en plus du parallèle passant par le point central de la carte; on appelle ce dernier le grand cercle d'origine.

Puis nous supposons maintenant un cylindre mené tangentiellement à la sphère le long du grand cercle d'origine choisi.

L'axe du cylindre passe par le centre de la sphère et forme avec l'axe de la terre un angle égal à la déclinaison géographique du point central de la carte.

Cette projection cylindrique est oblique, parce que l'axe du cylindre est oblique par rapport à l'axe de la terre. Si l'axe du cylindre correspondait avec l'axe de la terre (l'équateur étant le grand cercle tangent), on aurait une projection cylindrique normale. Puis quand l'axe du cylindre est compris dans le plan de l'équateur, et qu'il forme avec l'axe de la terre un angle droit (le méridien étant le grand cercle tangent), on a ce que l'on nomme une projection cylindrique transversale.

Maintenant nous allons examiner comment nous pouvons projeter un point quelconque de la sphère.

Supposons tout d'abord que nous avons dessiné les pôles du grand cercle tangent, soit du grand cercle d'origine.

Par ces pôles, nous menons des plans qui sont perpendiculaires au grand cercle d'origine et qui coupent la sphère suivant des grands cercles.

Nous déterminons un point sur la sphère lorsqu'on connaît le grand cercle dans lequel il est compris et la distance de ce point au grand cercle d'origine mesurée sur le grand cercle passant par le point.

On crée ainsi un système de coordonnées sphériques analogue aux coordonnées géographiques.

Les grands cercles de la sphère sont représentés sur le cylindre par les génératrices déterminées par l'intersection de leurs plans avec le cylindre.

Ensuite nous supposons que le cylindre est coupé suivant

la génératrice opposée à celle passant par le point d'origine. La surface cylindrique, obtenue ainsi, peut se développer suivant une surface plane.

Le grand cercle d'origine est transformé après le développement, en une ligne droite; le méridien d'origine, que nous ne considérons que comme un grand cercle d'un caractère spécial, devient également une ligne droite perpendiculaire à la précédente.

Les deux droites se coupent en un point qui correspond dans la projection au centre de la carte: Elles sont les axes du système à coordonnées rectangulaires planes, employé pour la détermination des points.

La projection du méridien d'origine devient l'axe des X, celle du grand cercle d'origine devient l'axe des Y. Les signes sont déterminés de telle sorte que l'axe des X se dirige vers le Nord, et l'axe des Y vers l'Est.

Les cercles principaux sont représentés en projection par des lignes parallèles, entre elles, perpendiculaires à l'axe des Y.

Le grand cercle conserve sa vraie longueur dans la projection, puisque sa projection est déterminée par son développement.

Nous avons maintenant à examiner comment nous représentons les distances des points mesurées des grands cercles sur leurs cercles respectifs.

Le plus simple semblerait consister à reporter en vraie grandeur ces distances sur les projections correspondantes des cercles principaux. De cette manière, nous obtiendrions une projection correspondant à la projection selon Soldner, mais qui ne serait ni conforme, ni équivalente.

Pour obtenir une projection conforme, on doit remplacer X par la valeur

$$X^1 = X + \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{24} + \frac{61}{5040}X^7, \text{ etc.}$$

La projection qui résulte du procédé décrit plus haut, se nomme *projection autogonale cylindrique à axe oblique*; c'est celle employée pour la Suisse.

Rosenmund a établi des formules qui permettent, au moyen des coordonnées géographiques d'un point sur la sphère, de déterminer les coordonnées  $Y^1$  et  $X^1$ . On peut inversement déduire de  $Y^1$  et  $X^1$  les coordonnées géographiques d'un point.

Les méridiens et les parallèles sont représentés en projection sous forme de courbes.

On nomme convergence des méridiens en un point donné l'angle formé par la tangente à l'image du méridien en ce point et la parallèle à l'axe des X (image du grand cercle).

Rosenmund a développé cette convergence des méridiens en fonctions de  $Y^1$  et  $X^1$ .

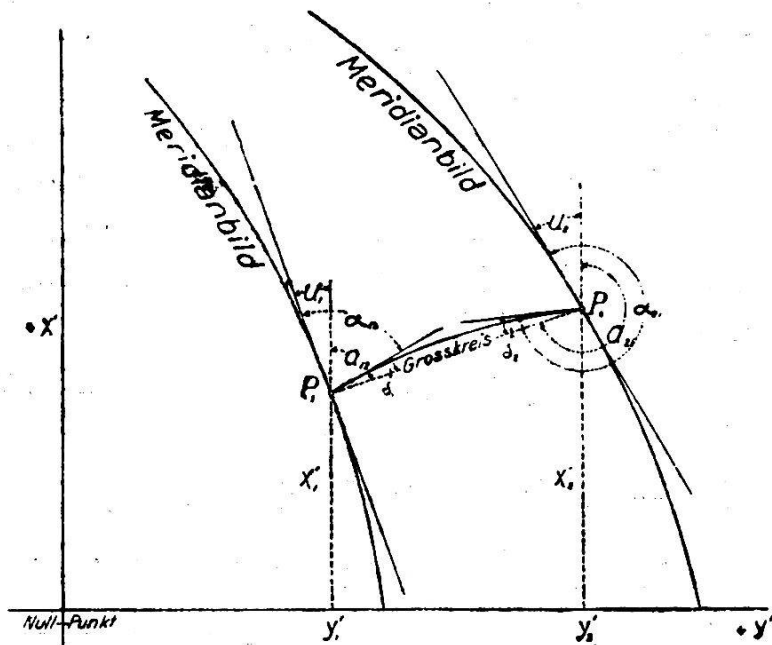
On se sert de la convergence des méridiens pour passer des azimutes astronomiques aux angles d'inclinaison employés dans le calcul de coordonnées planes et inversement.

La projection est conforme.

Si nous supposons maintenant un point trigonométrique situé sur la terre, duquel partent des visées vers d'autres points trigonométriques, nous pouvons considérer ces visées comme représentant des cercles principaux de la sphère. Les angles sphériques compris entre ces cercles principaux sont ceux que l'on mesure avec le théodolite.

Les grands cercles ne sont pas en général représentés dans la projection par des droites, mais par des courbes.

Fig. 1.



$\alpha_{12}$	azimut astronomique	$P_1 P_2$
$\alpha_{21}$	"	$P_2 P_1$
$a_{12}$	inclinaison plane	$P_1 P_2$
$a_{21}$	"	$P_1 P_2$

Les tangentes à ces cercles principaux au point considéré



forment exactement le même angle que les grands cercles, justement parce que la projection est conforme.

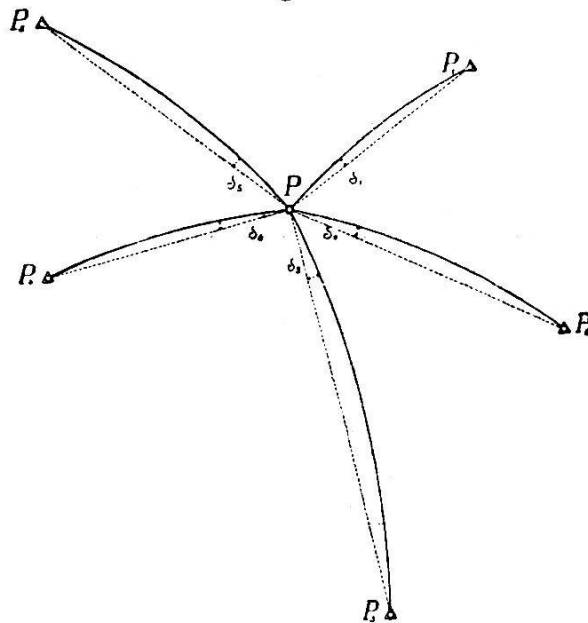
Il est facile d'établir des formules qui donnent la différence de direction entre les tangentes à l'image du grand cercle entre  $P_1$  et  $P_2$  au point  $P$  et la ligne droite  $P_1, P_2$  et cela en fonctions de  $X'_1, Y'_1, X'_2$  et  $Y'_2$ . Nous désignons ces différences de direction par  $\delta_1$  et  $\delta_2$ .

La droite  $P_1 P_2 = s'$  n'est pas égale à la longueur de la partie du grand cercle comprise entre  $P_1$  et  $P_2$  soit  $s$ , et la différence  $\log s' - \log s$  peut se représenter en fonctions de  $X'_1, Y'_1, X'_2$  et  $Y'_2$ .

Au moyen des formules concernant  $\delta$  et  $\log s' - \log s$ , nous pouvons maintenant et très facilement transformer les résultats de la trigonométrie sphérique, de manière à pouvoir employer les formules de la trigonométrie plane.

Supposons, par exemple, le cas d'un recouplement en arrière.

Fig. 2.



On donne les coordonnées de cinq points calculées selon notre projection.

On demande de calculer les coordonnées de  $P$  au moyen des angles de direction mesurés, sur ce point  $P$  depuis les cinq points donnés. Nous supposons provisoirement que les angles  $\delta$  sont nuls, et nous pouvons calculer les coordonnées approximatives de  $P$  au moyen de trois directions suivant les formules de la trigonométrie plane.

(A suivre.)