Le nouveau système de projection de la mensuration cadastrale Suisse : conférence faite à l'occasion de la Xe assemblée générale de la Société Suisse des géomètres [Suite]

Autor(en): **Bäschlin, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **9 (1911)**

Heft 9

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-181707

Le nouveau système de projection de la mensuration cadastrale Suisse.

Conférence faite à l'occasion de la X^e assemblée générale de la Société Suisse des géomètres par F. Bäschlin, professeur de géodésie à l'École polytechnique fédérale.

(Suite.)

Puis, au moyen de ces coordonnées approximatives, nous pouvons calculer les δ et les log s' — log s, et revenir ensuite des directions sphériques aux directions planes. Nous avons alors terminé le problème de la détermination des coordonnées planes de P. Nous déterminons ensuite les coordonnées définitives de P, au moyen d'une compensation.

Puis les coordonnées de P et celles des points donnés nous permettent de calculer les inclinaisons planes. Nous calculons ensuite les directions sphériques compensées, en introduisant, mais en signe contraire, les inclinaisons obtenus précédemment. En même temps, nous obtenons les log s', et nous en déduisons les log s, soit les distances sphériques, et le problème est terminé.

L'avantage le plus frappant de la nouvelle méthode de projection réside en ceci:

Les δ sont d'autant plus petits que les distances sont plus courtes et ils peuvent être négligés par rapport aux erreurs de mensurations des angles lorsqu'il s'agit de côtés tels que ceux que l'on considère habituellement dans les triangulations de IV^e ordre.

On trouve par exemple que pour les deux points en Suisse placés le plus défavorablement, de maximum en secondes de δ est égal à 0,3168 s, où s représente la distance en kilomètres.

Pour δ = 1 seconde, nous avons s = 3,1 km.

Donc, dès qu'une triangulation de IV^e ordre comporte des côtés mesurant plus de 3 km, il y a lieu de rechercher par un petit calcul supplémentaire, si les δ n'atteignent pas la valeur de 1 seconde. Car selon mon appréciation, l'exactitude des calculs d'une triangulation de IV^e ordre doit être d'au moins 1 seconde sexagésimale.

Une autre conséquence de la nouvelle méthode de projection est la suivante:

Nous avons vu que chaque méthode de projection comporte avec elle des déformations de longueurs, et nous voulons examiner quelles conséquences ces déformations peuvent avoir.

La distance entre deux points trigonométriques, calculée selon les formules élémentaires, au moyen des coordonnées, ne nous donne pas la vraie longueur.

Lorsque nous mesurons à la latte les distances correspondantes, le résultat de la mensuration directe ne correspond pas avec la longueur calculée, même si nous supposons que le résultat est absolument correct et juste.

Plus nous nous éloignons de l'axe des Y de notre système de projection, plus la différence augmente entre la mensuration directe et le calcul. Cependant pour un territoire étendu, tel qu'une ville ou une commune importante, on peut admettre que pratiquement le rapport entre le résultat du calcul et la mensuration directe est un chiffre constant.

Dans les conditions extrêmes de notre pays, ce rapport est égal à **1,000186,** c'est-à-dire **18,6 cm pour 1 km.**

Pour la même raison, les rattachements des polygones ne concordent pas, et le résultat de la mensuration directe doit être toujours *plus petit* que le résultat du calcul.

Même dans les contrées où les longueurs ne sont pas modifiées par la projection, c'est-à-dire sur l'axe des Y, les côtés de la triangulation mesurés directement ne concordent pas avec le calcul; car nous supposons les résultats de la triangulation ramenés au niveau de la mer. Or il est clair que cette projection est plus courte que la ligne originale située au niveau du sol, dès que le niveau de ce sol est plus élevé que le niveau de la mer, comme c'est le cas en Suisse. Pour cette raison, les mensurations directes donnent des résultats *plus grands* que les longueurs calculées.

Nous voyons donc que ces deux circonstances doivent être prises avec des signes différents et qu'elles s'annulent en partie.

Comme la différence des longueurs par la projection est surtout appréciable dans les mensurations effectuées avec soin, comme c'est le cas par exemple pour le domaine de l'instruction I (mensuration des villes), nous donnons ci-après un aperçu des différences de longueurs pour quelques villes suisses, tirées d'une table donnée par Rosenmund.

	Par la projection une longueur de 1000 m est augmentée de m	Altitude au-dessus de la mer m	Par la réduction au niveau de la mer, une longueur de 1000 m est diminuée de m	Modification totale pour 1000 m + augmentation — diminution m
Zurich	+ 0.028	430	— 0.067	— 0.039
Berne	+ 0.000	550	— 0.086	— 0.086
Lucerne	+ 0.002	450	— 0.071	— 0.069
Fribourg	+ 0.003	620	— 0.097	— 0.094
Bâle	+ 0.056	250	— 0.039	+ 0.017
Schaffhouse	+ 0.086	430	— 0.067	+ 0.019
Saint-Gall	+ 0.036	670	— 0.105	— 0.069
Coire	+ 0.001	600	— 0.094	— 0.093
Lugano	+ 0.133	300	— 0.047	+ 0.086
Lausanne	+ 0.028	500	— 0.078	— 0.050
Neuchâtel	+ 0.000	450	— 0.071	— 0.071
Genève	+ 0.084	400	— 0.063	+ 0.021

Nous déduisons de ce tableau que nous obtenons les circonstances les plus défavorables pour Fribourg et Coire (— 0,094 et —0,093 m par 1000 m), mais que ces déformations proviennent presque exclusivement de la réduction au niveau de la mer.

Comparons maintenant la déformation maximale de 0,094 m pour 1000 m avec la tolérance pour l'erreur de fermeture dans les polygones principaux de l'instruction I.

Tolérance $= 0{,}005 \sqrt{s} + 50$ mm

pour s = 1000 m; tolérance = 208 mm; modification maximale de projection = 94 mm;

pour s = 400 m; tolérance = 150 mm; modification maximale de projection = 38 mm.

Nous constatons donc que les modifications maximales de projection sont sensibles, mais plus faibles que la tolérance.

Pour les domaines des instructions II et III, les modifications de projection n'entrent plus en ligne de compte, parce que les tolérances sont notablement augmentées.

Dans les mensurations de villes cependant, ces circonstances peuvent très facilement être prises en considération lorsqu'on compare les lattes, non pas avec l'étalon, mais avec des longueurs déduites de côtés triangulés.

Les modifications de longueurs ont aussi pour conséquence que les surfaces calculées au moyen des coordonnées ne correspondent pas exactement avec les surfaces originales.

Mais comme l'altération des longueurs est constante pour un territoire étendu, que par conséquent cette altération est également constante pour les surfaces, l'inconvénient est nul pratiquement.

Le prix du terrain par m^2 est en effet une mesure relative déduite de la comparaison avec les terrains avoisinants.

Toutefois, un hectare n'a pas la même étendue à Lugano qu'à Coire, c'est-à-dire que si, dans ces deux villes nous achetons un hectare de terrain, nous n'obtenons pas exactement la même surface.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A Lugano nous obtenons } 9998{,}28\ \text{m}^2 \\ \text{A Coire nous obtenons } 10001{,}88\ \text{m}^2\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{selon la mesure} \\ \text{du mètre-étalon}\end{array}$$

Pour un prix de 10 frs. le m^2, la différence n'est que de 36 frs. pour une valeur de 100,000 frs., ce qui est certainement insignifiant.

Nous pouvons donc dire que ces circonstances n'ont aucune influence pratique; nous avons parlé plus haut de leur influence technique.

Jusqu'ici, nous avons admis que la sphère dans nos considérations sur l'utilisation de la nouvelle méthode de projection, en ce qui concerne les calculs trigonométriques.

Cependant lors de la définition de notre projection, nous avons admis que la surface mathématique de la terre était un ellipsoïde de rotation.

Nous devons donc indiquer en quoi notre mode de calcul est modifié, lorsque nous considérons l'ellipsoïde.

Les angles que nous mesurons d'un point de la surface de la terre, sont des angles formés par des lignes géodésiques, ce que l'on nomme des angles géodésiques, et sens strict, ce n'est cependant pas le cas, car les angles mesurés directement doivent être augmentés d'une petite quantité, pour être considérés comme des angles géodésiques.

Mais ces augmentations sont si petites qu'on peut aisément les négliger.

Par la projection conforme de l'ellipsoïde sur la sphère, les lignes géodésiques ne sont pas formées par des grands cercles, mais par des courbes à double inflexion.

Supposons tracée sur la sphère la ligne géodésique de deux points A et B de l'ellipsoïde, nous constatons ce qui suit:

fig. 3

A' et B' sont les projections sur la sphère de A et B. Comme l'image de la ligne géodésique ne correspond pas avec le grand cercle passant par A et B, nous constatons au point A' un angle formé par ces deux directions. De même en B'.

Désignons ces deux angles par $\triangle_1$ et $\triangle_2$.

Rosenmund a développé des formules dans lesquelles $\triangle_1$ et $\triangle_2$ sont représentés comme fonctions des coordonnées géographiques de A et B.

La longueur du grand cercle A' B' = S n'est pas égale à la longueur de la ligne géodésique A B = S.

Rosenmund a développé une formule permettant de calculer log s — log S en fonction de la déclinaison géographique de A et de B.

Dès que l'on connait les valeurs de $\triangle_1$, $\triangle_2$ et s, on peut passer facilement des directions et longueurs sur l'ellipsoïde aux mêmes éléments sur la sphère.

Et si l'on calcule ensuite, comme il a été dit, les valeurs de δ_1, δ_2 et s', on passe des rapports sur l'ellipsoïde au plan et on peut employer les formules de trigonométrie plane.

Il semblerait résulter de ce qui précède que l'emploi de la nouvelle méthode de projection donne lieu à des calculs très compliqués.

Il n'en est rien cependant dans les circonstances ordinaires.

Déjà dans les triangulations de IIe ordre, les valeurs de $\triangle_1$, $\triangle_2$ et log s — log S, résultant de la théorie de l'ellipsoïde peuvent être négligées, car elles sont bien en dessous de l'exactitude du calcul de 0,01 seconde et une unité de la 7e décimale des logarithmes.

Même pour la triangulation de Ier ordre, ces valeurs sont très petites.

Pour donner une idée de la grandeur de ces corrections, nous choisissons un côté du réseau de triangulation de Ier ordre, celui de Lägern-Feldberg pour lequel

$$\left.\begin{array}{l} \underset{\text{pour Lägern}}{\triangle_1} = -\ 0'',0004 \\ \underset{\text{pour Feldberg}}{\triangle_2} = +\ 0,0006 \end{array}\right\} \text{projection de l'ellipsoïde sur la sphère}$$

$$\log s - \log S = -\ 0,000\,0000\,02$$

$$\delta_1 = +\ 5'',653,\ \delta_2 = -\ 6'',759,\ \text{sphère sur le plan}$$

$$\log s' - \log s = +\ 0,0000\,3592.$$

Dans les exemples donnés plus haut se trouve justement un des avantages les plus importants de la nouvelle méthode de projection qui résulte du système de la double projection.

Pour les calculs usuels des triangulations de IIe et IIIe ordre, la configuration de la terre en tant qu'ellipsoïde ne joue aucun rôle; pour les calculs usuels de la triangulation de IVe ordre, la configuration de la terre en tant que sphère ne joue que rarement un rôle. Et cependant tous les calculs des coordonnées correspondent exactement aux exigences de la théorie de l'ellipsoïde.

Il est aussi possible de déduire très simplement des coordonnées des points d'ordre inférieur, les coordonnées géographiques correspondantes, avec une exactitude rigoureuse et de comparer ces résultats avec ceux obtenus en employant les méthodes scientifiques utilisées pour la mensuration internationale (représentée dans notre pays par la commission géodésique suisse), sans avoir recours à des calculs compliqués.

Pour mettre en lumière les avantages de la nouvelle projection, il suffit de dire que les concordances relatées plus haut étaient toutes différentes, avec l'ancienne méthode de projection, dont les coordonnées sont encore utilisées dans la plupart des cantons.

Lorsqu'il s'agissait d'apprécier la valeur des résultats d'une triangulation semblable, il fallait remonter aux mensurations originales d'angles et par de longs et ennuyeux calculs, déterminer les coordonnées géographiques.

Aujourd'hui il en est autrement.

Et à ce point de vue, la mensuration cadastrale suisse a eu une influence bénie.

En considération de la venue prochaine de cette mensuration, Rosenmund a mis au net ses recherches, et par l'instruction fédérale la méthode de projection proposée par lui a reçu la consécration officielle.

Ainsi la pratique et la science peuvent se réjouir de ce résultat, parce que toutes deux reçoivent satisfaction, sans que l'une des parties ait chargé l'autre de travaux inutiles.

Laissez-moi terminer mes considérations en exprimant le vœu que j'ai solutionné, dans le même esprit que celui qui a régné dans la question fondamentale de la méthode de projection, toutes les questions qui se rattachent à la grande œuvre de la mensuration cadastrale suisse, à savoir en pleine harmonie entre pratique et science pour le plus grand bien des deux et par conséquent pour le bien de notre patrie.

Das eidgenössische Grundbuchamt.

Dieser Tage ist die Botschaft des Bundesrates betr. die Errichtung eines eidgenössischen Grundbuchamtes an die Räte abgegangen; gestützt auf die begleitende, ebenfalls im „Schweizer. Bundesblatt" No. 35 publizierte bundesrätliche Weisung, hat die gesamte schweizerische Geometerschaft, verkörpert durch den Zentralverband der staatlich geprüften Geometer, nach der Ansicht wohl aller Mitglieder ein berechtigtes Interesse, dem Inhalte des noch nicht in Kraft erwachsenen Bundesbeschlusses näherzutreten.

Der Beschluss-Entwurf sagt: Beim eidg. Justiz- und Polizeidepartement wird ein eidgenössisches Grundbuchamt errichtet; dasselbe überwacht die Anlegung und Führung des Grundbuches und die Durchführung und Nachführung der Vermessung in den Kantonen und bereitet die Entscheidungen des Bundesrates und des eidg. Justiz- und Polizeidepartementes in Grundbuch- und