Un problème sur la division des surfaces

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **10 (1912)**

Heft 3

PDF erstellt am: **16.07.2024**

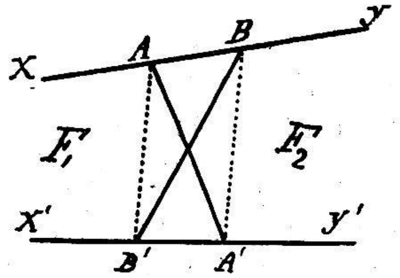
Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-182123

Un problème sur la division des surfaces.

Le problème suivant se présente fréquemment en pratique: *Diviser une figure XY . . . Y′X′ . . . en 2 parcelles de surface F_1 et F_2 par une droite passant par un point P?*

Il existe une infinité de droites faciles à construire (AA′, BB′, CC′, . . .) qui déterminent dans la figure XY . . . Y′X′ . . . deux parcelles de surface F_1 et F_2; je vais prouver qu'elles enveloppent

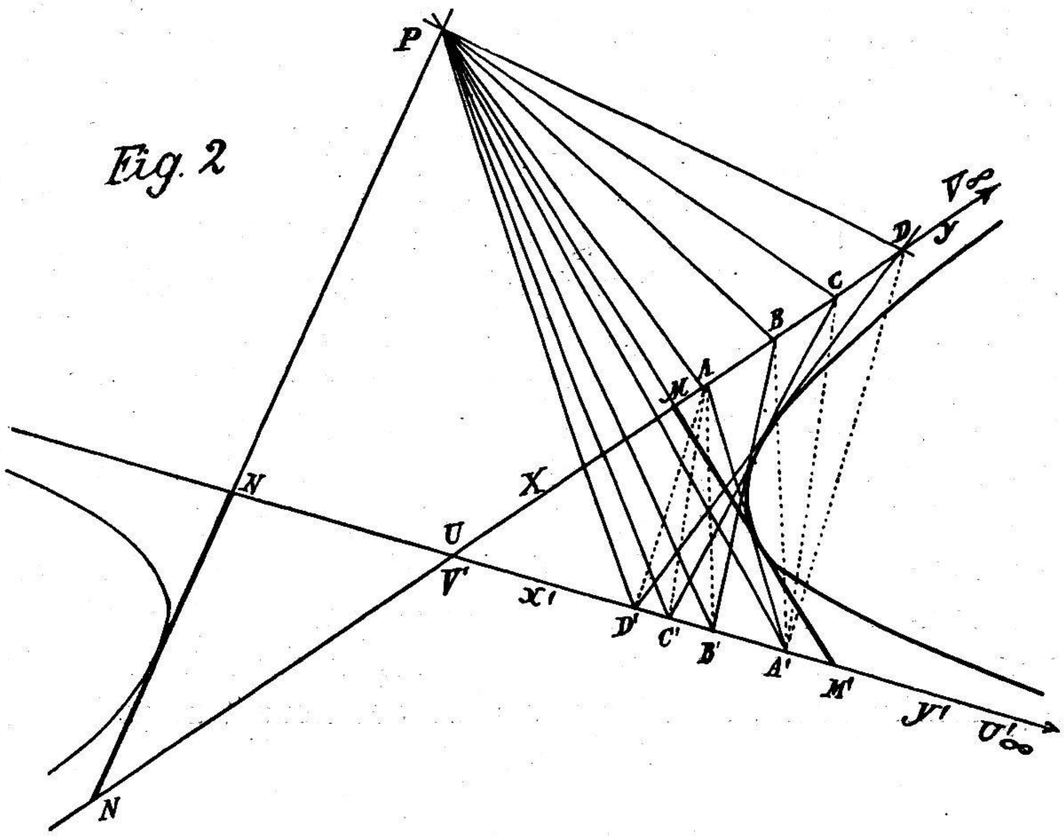
Fig. 1



une conique. Deux quelconques d'entr'elles AA′, et BB′ sont telles que AB′ est parallèle à BA′.

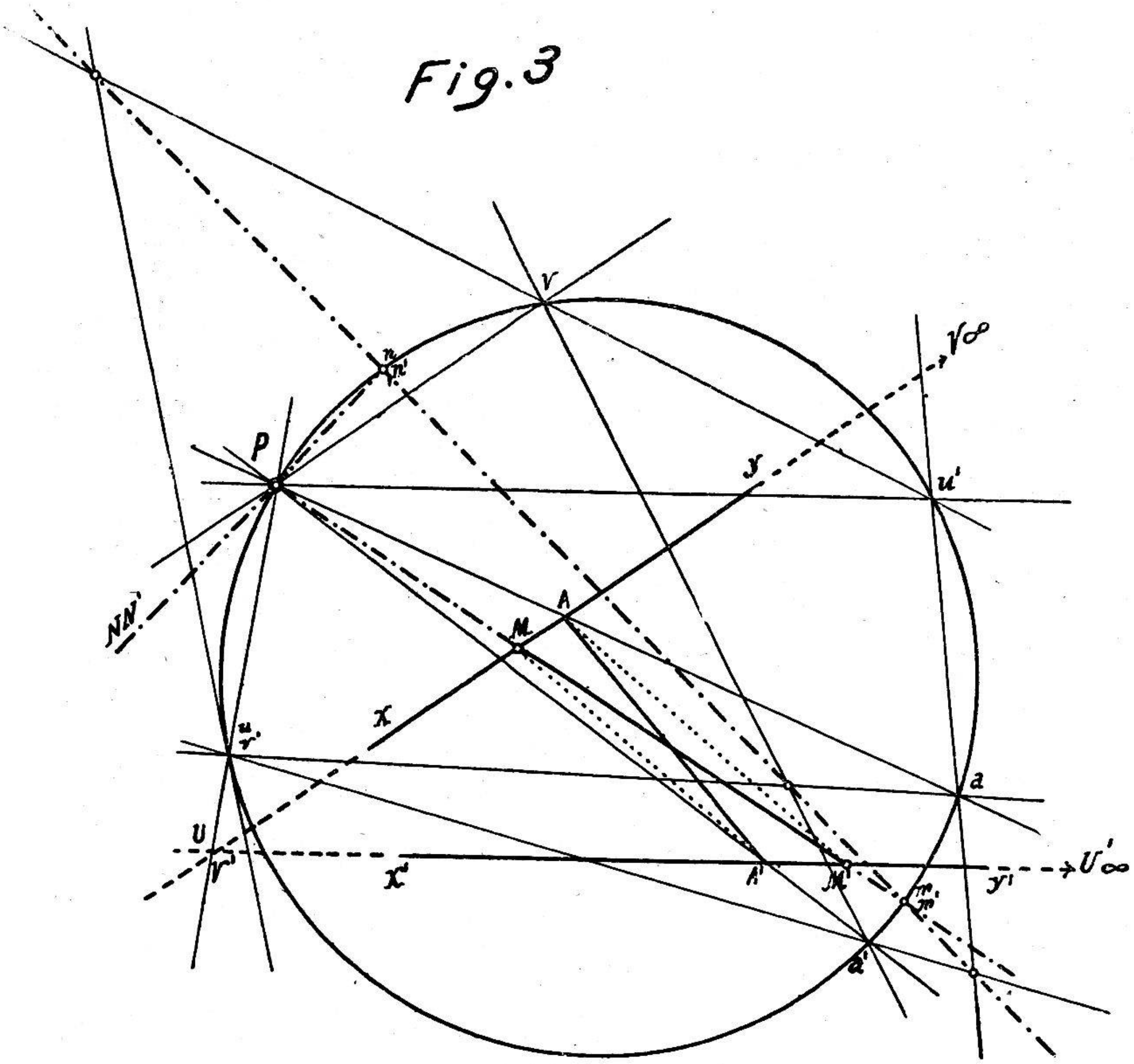
Supposons construite la droite AA′ (fig. 2); les droites BB′, CC′, DD′ . . . . s'obtiennent en appliquant la propriété de parallélisme énoncé ci-dessus. Les faisceaux de rayons (AB′, AC′, AD′ . . . .) et (A′B, A′C, A′D . . . .) se correspondent projectivement (projective Strahlenbüschel); ils sont même perspectifs, puisque deux rayons homologues quelconques se coupent sur

Fig. 2



la droite de l'infini; à UV' correspondent les points U', et V à l'infini; notre enveloppe est donc une hyperbole ayant XY et X'Y' pour asymptotes; (point d'intersection N') d'ailleurs la relation: Surf. UAA' = Surf. UBB' = Surf. UCC' = ... = Constante entraîne UA . UA' = UB . UB' = UC . UC' = ... = Constante et on sait que cette propriété caractérise les tangentes à l'hyperbole. Il ne reste plus, pour résoudre le problème, qu'à déterminer les tangentes PMM' et PNN' issues de P.

Les faisceaux concentriques (PA, PB, PC ....) et (PA', PB', PC' ....) sont projectifs: deux rayons PM et PN doivent donc coïncider avec leurs homologues PM' et PN'; ce sont les tangentes cherchées (selbst entsprechende Strahlen).



La fig. 3 montre la construction effective de ces tangentes. Il suffit de connaître 3 couples de points correspondants; mais nous en connaissons déjà deux (U, U') et (V, V'); soit (A, A,) le troisième.

Les faisceaux P (AUV...) et P (A′U′V′...) coupent un cercle quelconque passant par P suivant les ponctuelles superposées du 2° ordre (a, u, v, ...) et (a′, u′, v′ ...). Les 3 points au′—ua′), (av′—va′), (uv′—vu′) sont sur une droite qui coupe le cercle en (mm′) et (nn′); ces 2 points joints à P donnent les tangentes. Comme contrôle AM′ est parallèle à MA′.

Cas particulier. Cette construction s'applique pour toute position du point P à l'intérieur ou à l'extérieur de la figure; si P est à l'infini, le proplème s'énoncera:

Diviser une figure dans un rapport donné par une droite de direction donnée.

Remarque: Si P est à l'intérieur de l'hyperbole, les tangentes PMM′ et PNN′ sont imaginaires; si P est sur l'hyperbole, elles sont confondues et PM = PM′; dans ce cas, de toutes les droites issues de P, c'est la tangente MM′ qui forme le triangle UMM′ de surface minimum. *A. Ansermet.*

Die Erfindung der „Wasserwage".

Eines der nützlichsten und unentbehrlichsten, in der messenden Geometrie tagtäglich verwendeten Instrumente feiert gegenwärtig ein stilles Jubiläum: Vor nunmehr einem Vierteljahrtausend, im Jahre 1661, hat der französische Gelehrte Melchisedec *Thévenot* in einem vom 15. November genannten Jahres datierten Briefe an den Mathematiker und Astronomen Viviani letzterem Kenntnis von seiner Erfindung der „Röhren*libelle*", gemeiniglich „Wasserwage" genannt, gegeben. (Libelle, vom lateinischen „libella", Diminutivform von „libra", die Wage.) Schon die damalige alte Form war diejenige einer Glas*röhre,* die mit Weingeist gefüllt ist, so dass noch ein kleiner Raum bei der Füllung übrigbleibt, der hernach, wenn die Röhre beiderseits gut verschlossen wird, und der horizontalen Lage sich sehr nähert, als die bekannte zitternde „Blase" erscheint, die stets die höchste Stelle der Röhre einzunehmen bestrebt ist. Thévenot beschrieb seine berühmte Erfindung zuerst in einem anonymen Schriftchen, das den Titel trug „Machine nouvelle pour la conduite des eaux, pour les bâtiments, pour la navigation et pour la plupart des autres arts. Paris 1666 in 8°", womit er erstere also eigentlich erst fünf Jahre später in Konstruktion und Ansolches anzuwenden, das eine möglichst leichte Nachführung der Kartenzeichnung erlaubt. Es wird sich dazu auch heute noch der Stich auf Kupfer am besten eignen, mit galvanoplastischer Verstählung der Platten für den Druck.

Im gesamten soll die Karte so ausgeführt sein, dass ihr die allgemeinste Verwendungsfähigkeit für die verschiedensten Zwecke erhalten bleibt, dass sie ein Einzeichnen bezw. Eindrucken von allerlei speziellen Daten erlaubt, ohne in ihrer Lesbarkeit zu leiden. Im Gegenteil, sie soll durch sachgemässes Eintragen von Dingen, die in der Natur eine Ursache oder Folge der Bodenform und Bodenart sind, nur noch deutlicher werden. Sie soll keinen Strich oder Ton enthalten, die neu hinzukommenden, für eine besondere Darstellung notwendigen Strichen und Farben hinderlich sind. Das führt zunächst zu einer Gerippe-Karte, die aber so vollendet und ausführlich ist, dass der kundige Leser aus der Gerippezeichnung schon alles herauslesen kann, was man für den weniger Kundigen noch besonders hineinzeichnen muss.

Mit *einer* Ausgabe werden wir den verschiedensten Anforderungen, die an eine Landeskarte gestellt werden, nicht mehr nachkommen können. Es ist also zunächst nur ein Fundament zu schaffen, auf das dann in den verschiedenen Richtungen aufgebaut werden kann. Dieses Fundament bildet *die Kurven- und Situationskarte mit Schrift.* Für den einfachen Gebrauch zur Orientierung im Gelände, namentlich in Bezug auf seine Gestaltung und Gliederung ist eine weitere plastisch-zeichnerische Behandlung notwendig, wieder in der ökonomischsten Weise ausgeführt. Wir werden hier das willkürlich Künstlerische und Wechselnde möglichst ausschalten müssen und also eine sog. Beleuchtung oder besser Belichtung anwenden, *die objektiv ist und alle gleichgeformten oder gleichlaufenden Hänge oder Flächen gleich behandelt.* Das wird nur die *senkrechte* Belichtung gestatten und ermöglichen. Man wirft der senkrechten Beleuchtung vor, dass sie hoch und niedrig gleich behandle und also keine richtige Höhenplastik, also Gliederung nach hoch und tief, ergebe. Fügen wir zu der senkrechten Beleuchtung aber noch eine hypsometrische Behandlung, machen wir die senkrechte Beleuchtung zu einer Belichtung, die von oben nach unten gleichmässig schwächer wird, wie das Licht