Equation de condition d'un système central

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **11 (1913)**

Heft 2

PDF erstellt am: **05.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-182601

gerade nicht gewünscht, um in Lage I und II unabhängige Ablesungen zu haben und damit Wiederholung von Ablesefehlern zu vermeiden.

Für die Feststellung der Libellenkreuzung genügt im allgemeinen das ungefähre Einspielenlassen der Libelle und Drehen des Fernrohres um 90° um die mechanische Axe; durch Korrektion an den seitlich wirkenden Korrektionsschrauben wird die Kreuzung zur *mechanischen Axe* gehoben.

In einwandfreier, aber etwas umständlicher Weise kann der Kreuzungsfehler *zur Zielaxe* wie folgt beseitigt werden:

Man wählt eine Lattenstellung senkrecht zur Richtung zweier Stellschrauben; das Instrument wird nach der Dosenlibelle horizontiert und bei einspielender Nivellier-Libelle eine Ablesung gemacht. Hierauf dreht man eine der seitwärts liegenden Stellschrauben um eine halbe oder ganze Umdrehung und bringt mit der anderen seitwärtsliegenden das Fadenkreuz angenähert und mit der Kippschraube genau auf die früher gemachte Ablesung. Zeigt nun die Libelle im Prisma einen Ausschlag, so muss derselbe mit den horizontalen Korrektionsschrauben beseitigt werden.

Der Umstand, dass diese Korrektionsschrauben benützt werden müssen, wird uns veranlassen, die Libellenkreuzung beim Beginne einer genauen Justierung zu untersuchen. *W.*

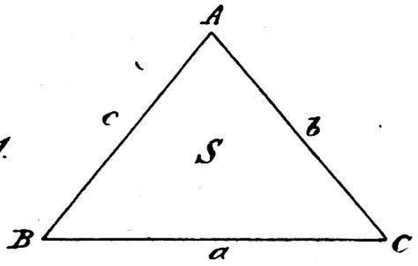
Équation de condition d'un système central.

Une publication de l'Institut géodésique royal de Prusse* dont la *Geometer-Zeitung* n'a jamais fait mention sauf erreur, m'a amené à faire l'étude de la compensation d'un système central dans le cas où les différents côtés sont mesurés directement; l'équation de condition à satisfaire peut s'établir sous plusieurs formes remarquables, mais nous n'en donnerons que

* „Bedingungsgleichungen für Liniennetze und für Rückwärtseinschnitte", von L. Krüger (Veröffentlichung des Königl. preussischen Geodätischen Institutes).

trois qui sont plus particulièrement appelées à rendre des services dans les applications.

Fig. 1



Considérons au préalable un triangle quelconque ABC (fig. 1), et donnons aux côtés des accroissements différentiels $d\,a$, $d\,b$, $d\,c$; quels sont les accroissements angulaires $d\,A$, $d\,B$, $d\,C$, qui en résultent ?

Soient S la surface du triangle, 2p le périmètre, R le rayon du cercle circonscrit, r le rayon du cercle inscrit, r' r'' r''' les rayons des cercles ex-inscrits

$$S = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)} = p\,r$$
$$= (p-a)\,r' = (p-b)\,r'' = (p-c)\,r'''$$
$$= \frac{a\,b\,c}{4\,R} = \frac{1}{2}\,b\,c.\ \sin.\ A$$

$$\text{tg.}\ \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a} = \sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{p\,(p-a)}} = \frac{r'}{p}\,;\quad \begin{array}{l} 4\,R = r' + r'' + r''' - r \\ 2\,R + r - r' = a.\ \text{ctg.}\ A. \end{array}$$

Il est inutile d'écrire les formules analogues pour B et C.

$$d\ \text{Log. tg}^2\ \frac{A}{2} = 2\,\frac{d\,A}{\sin.\ A} = \frac{b\,c}{S}\,d\,A$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{d\,a + d\,c - d\,b}{p-b} + \frac{d\,a + d\,b - d\,c}{p-c} - \frac{d\,a + d\,b + d\,c}{p} - \frac{d\,b + d\,c - d\,a}{p-a}\right]$$

$$d\,A = \frac{1}{2\,b\,c}\left[d\,a\,(r'' + r''' - r + r') + d\,b\,(-r'' + r''' - r - r') + d\,c\,(r'' - r''' - r - r')\right]$$

$$= \frac{1}{2\,b\,c}\left[d\,a\,(4\,R) - d\,b\,(4\,R - 2\,r''' + 2\,r) - d\,c\,(4\,R - 2\,r'' + 2\,r)\right]$$

$$= \frac{1}{b\,c}\left[\frac{a\,b\,c}{2\,S}\,d\,a - d\,b\,(2\,R + r - r''') - d\,c\,(2\,R + r - r'')\right]$$

$$= \frac{a}{2\,S}\,d\,a - (2\,R + r - r''')\,\frac{d\,b}{b\,c} - (2\,R + r - r'')\,\frac{d\,c}{b\,c} \qquad (1)$$

$$= \frac{a}{2\,S}\,d\,a - c\ \text{ctg.}\ C\,\frac{d\,b}{b\,c} - b\,.\ \text{ctg.}\ B\,\frac{d\,c}{b\,c}$$

$$= \frac{a}{2\,S}\,d\,a - \frac{a}{2\,S}\,\cos.\ C\,d\,b - \frac{a}{2\,S}\,\cos.\ B.\,d\,c$$

$$= \frac{a}{2\,S}\,(d\,a - \cos.\ C\,d\,b - \cos.\ B\,d\,c) \qquad (2)$$

Ces formules trouvent une application directe au problème qui nous occupe; il s'agit donc de compenser le système central représenté sur la figure 2, le principe des moindres carrés étant applicable aux côtés et non aux angles. On voit immédiatement sur la figure quelles sont les notations choisies: les côtés $a_1\ a_2\ a_3 \ldots .\ b_1\ b_2\ b_3 \ldots .$ seront entachés d'erreurs $\delta a_1\ \delta a_2$

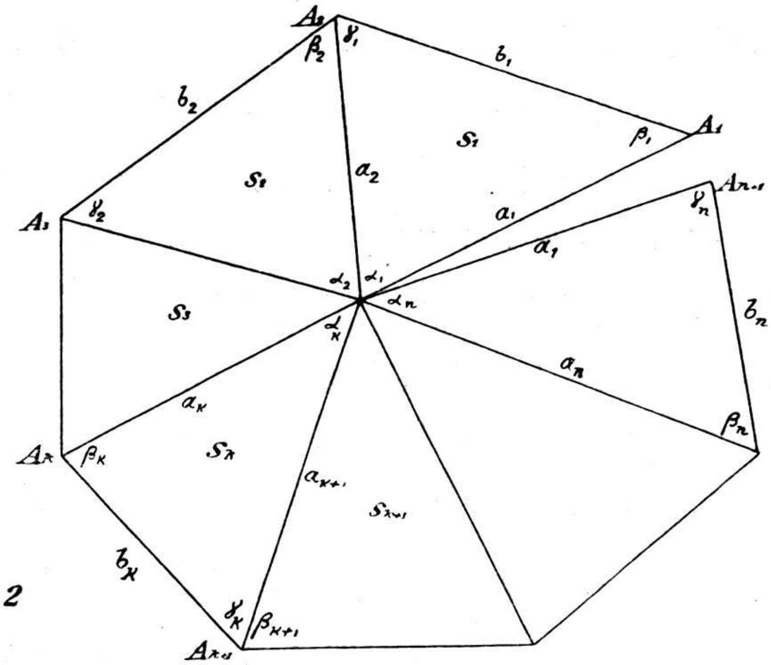


Fig. 2

$\delta a_3 \ldots .\ \delta b_1\ \delta b_2\ \delta b_3 \ldots .$ que nous assimilerons à des différentielles, et il faut apporter ces corrections inconnues pour que le système central se ferme, c'est-à-dire pour que A_{n+1} tombe sur A_1; cela nous donne l'équation de condition:

$$360^0 - \sum_1^n (\alpha_k) = \sum_1^n (\delta \alpha_k)$$

et les équations (1) et (2) ci-dessus nous fournissent immédiatement deux formes pour cette équation de condition:

$$\text{(I)} \qquad 360^0 - \sum_1^n (\alpha_k) =$$

$$= \rho'' \sum_1^n \left[\frac{b_k}{2S} \delta b_k - (2R_k + r_k - r_k''') \frac{\delta a_k}{a_k a_{k+1}} - (2R_k + r_k - r_k'') \frac{\delta a_{k+1}}{a_k a_{k+1}} \right]$$

$$\text{(II)} \quad 360^0 - \sum_1^n (\alpha_k) = \frac{1}{2} \rho'' \sum_1^n \left[\frac{b_k}{S_k} (\delta b_k - \cos.\beta_k\ \delta a_k - \cos.\gamma_k\ \delta a_{k+1}) \right]$$

$$\rho'' = 206265$$

Considérons enfin le coefficient de δa_{k+1} par exemple:

$$\frac{b_k \cos.\gamma_k}{2\ S_k} + \frac{b_{k+1} \cos.\beta_{k+1}}{2\ S_{k+1}} = \frac{b_k \cos.\gamma_k}{b_k\ a_{k+1} \sin.\gamma_k} + \frac{b_{k+1} \cos.\beta_{k+1}}{b_{k+1}\ a_{k+1} \sin.\beta_{k+1}}$$

$$= \frac{a_{k+1}\ b_k\ b_{k+1} \sin.(\gamma_k + \beta_{k+1})}{4\ S_k\ S_{k+1}} = a_{k+1} \frac{\Omega_{k+1}}{2\ S_k\ S_{k+1}}$$

On a posé:

$$\Omega_{k+1} = \frac{1}{2}\, b_k\, b_{k+1} \sin.\,(8_k + \beta_{k+1}) = \text{Surface triangle } A_k\, A_{k+1}\, A_{k+2}$$

$$\text{(III)} \qquad 360^0 - \sum_1^n (\alpha_k) = \frac{1}{2}\, \rho'' \sum_1^n \left[\frac{b_k}{S_k}\, \delta b_k - \frac{\Omega_{k+1}}{S_k\, S_{k+1}}\, a_{k+1}\, \delta a_{k+1}\right]$$

Cette équation jointe à celle des moindres carrés:

$$\sum_1^n \left[p_k\, (\delta a_k)^2 + p_k'\, (\delta b_k)^2\right] = \text{Minimum} \qquad (p = \text{poids})$$

permet de déterminer les **2n** inconnues du problème.

Pour les applications numériques l'équation (III) sera en général la plus avantageuse; on peut d'ailleurs éviter les calculs très longs des coefficients des inconnues en construisant le système central et en déterminant graphiquement ces coefficients, ce qui est suffisamment exact en pratique.

A. Ansermet.

Modifications aux Instructions fédérales.

En date du 15 novembre 1912, le Conseil fédéral, sur la proposition de son Département de Justice et Police, a pris la décision de modifier les articles 68 (paragraphe 1), 89 et 101 (paragraphes 1 et 2) des instructions fédérales du 15 décembre 1910, sur les mensurations cadastrales, et de les rédiger comme suit:

Art. 68, paragraphe 1. La configuration du sol est représentée sur les plans d'ensemble et sur les plans de forêts devant servir à l'exploitation forestière. A cet effet, on trace sur les plans, sur le terrain même, et en se basant sur un nombre suffisant de points cotés, des courbes de niveau équidistantes de 10 mètres, et en cas de besoin, des courbes intermédiaires (voir art. 101). Les brusques changements de déclivité du terrain, tels que bords de terrasses, arêtes, etc., sont également levés.

Art. 89. Les plans originaux doivent contenir tous les objets déterminés par le levé en conformité de la présente instruction.

On emploie les échelles suivantes:

Instruction I: 1:200, 1:250, 1:500.
Instruction II: 1:250, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:2500.
Instruction III: 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:2500, 1:4000, 1:5000, 1:10000.