

**Zeitschrift:** Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres  
**Band:** 14 (1916)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Du calcul trigonométrique des altitudes  
**Autor:** Müller, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-184117>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

5.  $e < d' \cdot 0,015$

Diese Bedingung 5. gibt uns folgende Maximalwerte für e, bei denen das dritte Korrektionsglied vernachlässigt werden kann.

$$\begin{array}{cccc} d' = & 300 & 500 & 1000 & 2000 \text{ m} \\ e < & 4,5 & 7,5 & 15,5 & 30,0 \text{ m} \end{array}$$

Die Mitbenützung des zweiten Gliedes wird also ziemlich sicher in den meisten Fällen genügen, bietet aber dann keine Vorteile gegenüber andern Methoden, da in so extremen Fällen

das erste Glied  $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$  nicht mehr mit dem Rechenschieber bestimmt, und das d' im Nenner nicht durch d ersetzt werden kann.

Auch bei grossen Exzentrizitäten erreichen wir mit dem ersten Gliede allein genügende Genauigkeit, wenn

$$\begin{array}{l} \cos 2 i = 0, \text{ oder} \\ i = 45^{\circ}, 135^{\circ} \text{ etc. ist.} \end{array}$$

*Kriens*, im Oktober 1916.

*E. Müller.*

### Du calcul trigonométrique des altitudes.

Dans l'article que, sous ce titre, nous avons publié à la page 310 de notre journal, il y a lieu de remarquer que la formule que nous avons déduite pour  $\log d'$  n'est valable que pour des excentricités relativement minimales.

Lorsqu'on a à faire avec des excentricités plus grandes, il faut modifier les développements de la formule dont nous sommes partis, en ce sens que nous conservons le terme  $e^2$ . Les développements sont donc les suivants:

$$d^2 = d'^2 + e^2 - 2 d' e \cos i \text{ ou}$$

$$d^2 = d'^2 \left( 1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'} \right) \text{ et}$$

1°  $2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x)$ , lorsque nous posons

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'}$$

$$\text{or } \log (1 + x) = M \cdot \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \right)$$

$$x = - \frac{2 e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{x^2}{2} &= \frac{2 e^2 \cos^2 i}{d'^2} + \frac{2 e^3 \cos i}{d'^3} - \frac{e^4}{2 d'^4} \\
 \frac{x^3}{3} &= \frac{8 e^3 \cos^3 i}{3 d'^3} + \frac{4 e^4 \cos i}{d'^4} - \dots \\
 -\frac{x^4}{4} &= \frac{4 e^4 \cos^4 i}{d'^4} + \dots
 \end{aligned}$$

ou en remplaçant,  $\log(1+x) =$

$$M \left( -\frac{2 e \cos i}{d'} + \frac{e^2 (1 - 2 \cos^2 i)}{d'^2} + \frac{e^3 (2 \cos i - \frac{8}{3} \cos^3 i)}{d'^3} - \dots \right)$$

Or  $1 - 2 \cos^2 i = 1 - (1 + \cos 2i) = -\cos 2i$

$$\begin{aligned}
 2 \cos i - \frac{8}{3} \cos^3 i &= 2 \cos i - \frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \cos i + \frac{1}{4} \cos 3i \right) \\
 &= 2 \cos i - 2 \cos i - \frac{2}{3} \cos 3i = -\frac{2}{3} \cos 3i
 \end{aligned}$$

Et la formule simplifiée devient:

$$2^0 \log(1+x) = M \left( -\frac{2 e \cos i}{d'} - \frac{e^2 \cdot \cos 2i}{d'^2} - \frac{2 e^3 \cos 3i}{3 d'^3} - \dots \right)$$

En combinant les formules 1 et 2 on obtient:

$$3^0 \log d' = \log d + \frac{M \cdot e \cdot \cos i}{d'} + \frac{M \cdot e^2 \cdot \cos 2i}{2 d'^2} + \frac{M \cdot e^3 \cdot \cos 3i}{3 d'^3} + \dots$$

Dans nos considérations, nous voulons admettre que la sixième décimale de  $\log d'$  doit être exacte.

Or si (dans 3<sup>0</sup>) nous voulons abandonner le second terme correctif, nous devons avoir comme condition:

$$\frac{M \cdot e^2 \cos 2i}{2 d'^2} < 0,0000005$$

Or la plus grande valeur que  $\cos 2i$  puisse atteindre est 1, donc nous pouvons poser:

$$e^2 < d'^2 \frac{0,000001}{0,434}$$

$$e < d' \sqrt{0,0000023}$$

$$4^0 \quad e < d' \cdot 0,0015$$

Si la condition posée à l'équation 4<sup>0</sup> est satisfaite, nous pouvons, dans tous les cas, nous contenter du premier terme correctif. Il s'en suit donc que pour

$d' =$	300	500	1000	2000 mètres
$e <$	45	75	150	300 cm.

Si nous voulons utiliser le second terme correctif, nous devons poser la condition:

$$\frac{M \cdot e^3 \cos 3 i}{3 d'^3} < 0,0000005$$

$$\cos 3 i \text{ max} = 1$$

$$e^3 < d'^3 \frac{0,0000015}{0,434}$$

$$e < d' \cdot \sqrt[3]{0,0000035}$$

$$5^0 \quad e < d' \cdot 0,015$$

La condition 5<sup>0</sup> détermine les valeurs maximales de e, pour lesquelles le troisième terme correctif peut être abandonné, c'est-à-dire pour

d' = 300	500	1000	2000 mètres
e < 4,5	7,5	15,5	30,0 mètres

Dans la plupart des cas, il suffit donc amplement de s'en tenir au second terme correctif, mais malgré cela, la méthode décrite plus haut ne présente pas de grands avantages sur d'autres méthodes. En effet, même dans le cas le plus favorable, le premier terme  $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$  ne peut plus être déduit au moyen de la règle à calcul et le terme d' placé au dénominateur ne peut plus être remplacé par d; toutefois, même dans de grandes excentricités, l'emploi du premier terme seul nous donne une approximation suffisante, lorsque

$$\cos 2 i = 0, \text{ soit lorsque}$$

$$i = 45^0, 135^0 \text{ etc.}$$

Kriens, octobre 1916.

E. Müller.

### **Abteilung für Grundbuchgeometer**

**an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.**

Dem Programm der Eidgenössischen Technischen Hochschule für das Wintersemester entnehmen wir als Schlussbemerkung zum Studienplan der Ingenieurschule:

„Studierende, die sich zu *Grundbuchgeometern* ausbilden wollen, können die Vorlesungen und Uebungen der Unter-Abteilung für Vermessungsingenieure besuchen. Für diese Stu-