Zeitschrift: Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres
Band: 14 (1916)
Heft: 12

Artikel: Du calcul trigonométrique des altitudes
Autor: Müller, E.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-184117

5. $$e < d' \cdot 0{,}015$$

Diese Bedingung 5. gibt uns folgende Maximalwerte für e, bei denen das dritte Korrektionsglied vernachlässigt werden kann.

d'	=	300	500	1000	2000 m
e	<	4,5	7,5	15,5	30,0 m

Die Mitbenützung des zweiten Gliedes wird also ziemlich sicher in den meisten Fällen genügen, bietet aber dann keine Vorteile gegenüber andern Methoden, da in so extremen Fällen das erste Glied $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$ nicht mehr mit dem Rechenschieber bestimmt, und das d' im Nenner nicht durch d ersetzt werden kann.

Auch bei grossen Exzentrizitäten erreichen wir mit dem ersten Gliede allein genügende Genauigkeit, wenn

$$\cos 2\,i = 0, \text{ oder}$$
$$i = 45^0,\ 135^0 \text{ etc. ist.}$$

Kriens, im Oktober 1916. *E. Müller.*

Du calcul trigonométrique des altitudes.

Dans l'article que, sous ce titre, nous avons publié à la page 310 de notre journal, il y a lieu de remarquer que la formule que nous avons déduite pour log d' n'est valable que pour des excentricités relativement minimes.

Lorsqu'on a à faire avec des excentricités plus grandes, il faut modifier les développements de la formule dont nous sommes partis, en ce sens que nous conservons le terme e^2. Les développements sont donc les suivants:

$$d^2 = d^{2\prime} + e^2 - 2\,d'\,e \cos i \text{ ou}$$

$$d^2 = d'^2 \left(1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\,e \cos i}{d'}\right) \text{ et}$$

1⁰ $2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x)$, lorsque nous posons

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\,e \cos i}{d'}$$

$$\text{or } \log (1 + x) = M \cdot \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \ldots\right)$$

$$x = -\frac{2\,e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$

$$-\frac{x^2}{2} = \text{———} - \frac{2\,e^2\cos^2 i}{d'^2} + \frac{2\,e^3\cos i}{d'^3} - \frac{e^4}{2\,d'^4}$$

$$\frac{x^3}{3} = \text{———} \quad \text{———} - \frac{8\,e^3\cos^3 i}{3\,d'^3} + \frac{4\,e^4\cos i}{d'^4} - \dots$$

$$-\frac{x^4}{4} = \text{———} \quad \text{———} \quad \text{———} \quad \text{———} - \frac{4\,e^4\cos^4 i}{d'^4} + \dots$$

ou en remplaçant, $\log(1+x) =$

$$M\left(-\frac{2\,e\cos i}{d'} + \frac{e^2(1-2\cos^2 i)}{d'^2} + \frac{e^3(2\cos i - {}^8\!/_3\cos^3 i)}{d'^3} - ..\right)$$

Or $1 - 2\cos^2 i = 1 - (1 + \cos 2\,i) = -\cos 2\,i$

$$2\cos i - \frac{8}{3}\cos^3 i = 2\cos i - \frac{8}{3}\left(\frac{3}{4}\cos i + \frac{1}{4}\cos 3\,i\right)$$

$$= 2\cos i - 2\cos i - \frac{2}{3}\cos 3\,i = -\frac{2}{3}\cos 3\,i$$

Et la formule simplifiée devient:

$$2^0\ \log(1+x) = M\left(-\frac{2\,e\cos i}{d'} - \frac{e^2\cdot\cos 2\,i}{d'^2} - \frac{2\,e^3\cos 3\,i}{3\,d'^3} - ..\right)$$

En combinant les formules 1 et 2 on obtient:

$$3^0\ \log d' = \log d + \frac{M\cdot e\cdot\cos i}{d'} + \frac{M\cdot e^2\cdot\cos 2\,i}{2\,d'^2} + \frac{M\cdot e^3\cdot\cos 3\,i}{3\,d'^3} + ..$$

Dans nos considérations, nous voulons admettre que la sixième décimale de log d' doit être exacte.

Or si (dans 3^0) nous voulons abandonner le second terme correctif, nous devons avoir comme condition:

$$\frac{M\cdot e^2\cos 2\,i}{2\,d'^2} < 0{,}0000005$$

Or la plus grande valeur que cos 2 i puisse atteindre est 1, donc nous pouvons poser:

$$e^2 < d'^2\,\frac{0{,}000001}{0{,}434}$$

$$e < d'\sqrt{0{,}0000023}$$

$$4^0 \qquad e < d'\cdot 0{,}0015$$

Si la condition posée à l'équation 4^0 est satisfaite, nous pouvons, dans tous les cas, nous contenter du premier terme correctif. Il s'en suit donc que pour

d'	=	300	500	1000	2000 mètres
e	<	45	75	150	300 cm.

Si nous voulons utiliser le second terme correctif, nous devons poser la condition:

$$\frac{M \cdot e^3 \cos 3\,i}{3\,d'^3} < 0{,}0000005$$

$$\cos 3\,i \max = 1$$

$$e^3 < d'^3 \frac{0{,}0000015}{0{,}434}$$

$$e < d' \cdot \sqrt[3]{0{,}0000035}$$

5⁰ $$e < d' \cdot 0{,}015$$

La condition 5⁰ détermine les valeurs maximales de e, pour lesquelles le troisième terme correctif peut être abandonné, c'est-à-dire pour

d' =	300	500	1000	2000	mètres
e <	4,5	7,5	15,5	30,0	mètres

Dans la plupart des cas, il suffit donc amplement de s'en tenir au second terme correctif, mais malgré cela, la méthode décrite plus haut ne présente pas de grands avantages sur d'autres méthodes. En effet, même dans le cas le plus favorable, le premier terme $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$ ne peut plus être déduit au moyen de la règle à calcul et le terme d' placé au dénominateur ne peut plus être remplacé par d; toutefois, même dans de grandes excentricités, l'emploi du premier terme seul nous donne une approximation suffisante, lorsque

$$\cos 2\,i = 0, \text{ soit lorsque}$$

$$i = 45^0,\ 135^0 \text{ etc.}$$

Kriens, octobre 1916. *E. Müller.*

Abteilung für Grundbuchgeometer

an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.

Dem Programm der Eidgenössischen Technischen Hochschule für das Wintersemester entnehmen wir als Schlussbemerkung zum Studienplan der Ingenieurschule:

„Studierende, die sich zu *Grundbuchgeometern* ausbilden wollen, können die Vorlesungen und Uebungen der Unter-Abteilung für Vermessungsingenieure besuchen. Für diese Stu-