Einige Entwicklungen zur Bonn'schen Kartenprojektion [Schluss]

Autor(en): **Baeschlin, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **16 (1918)**

Heft 10

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-185051

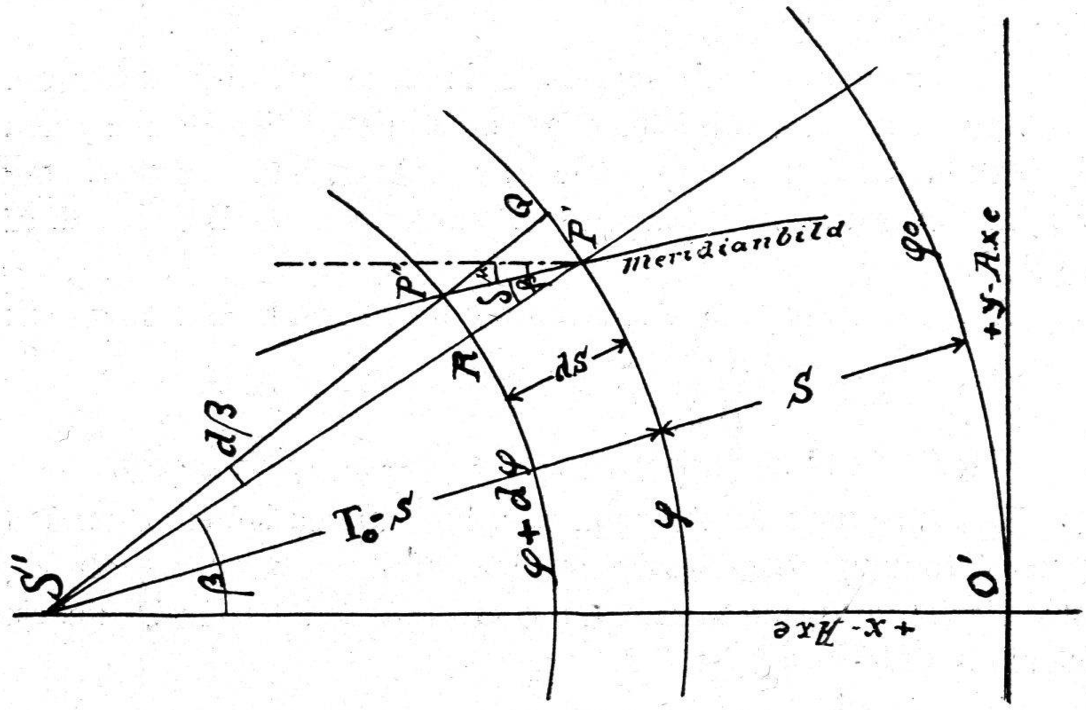
Einige Entwicklungen zur Bonne'schen Kartenprojektion.

Von *F. Baeschlin,* Professor, Zollikon.

(Schluß.)

5. Die Meridiankonvergenz der Bonne'schen Projektion.

Bekanntlich versteht man unter der Meridiankonvergenz einer Kartenprojektion den Winkel, den die Tangente an das Meridianbild eines beliebigen Punktes (φ, λ) mit der Parallelen zur x-Axe bildet. Die Meridianbilder der Bonne'schen Projektion sind schwach gekrümmte Kurven, welche ihre konkave Seite dem geradlinigen Bild des Nullmeridians, unserer x-Axe, zuwenden. Die Krümmung ist allerdings eine außerordentlich



geringe. Konstruiert man die drei Punkte ($47^0\ 57'\ 8''.66$, 3^0) ($46^0\ 57'\ 8''.66$, 3^0) und ($45^0\ 57'\ 8.''66$, 3^0), trägt sie im Maßstab 1 : 100 000 auf und verbindet die beiden äußern Punkte durch eine Gerade, so hat der mittlere Punkt einen Abstand von 0.349 mm von dieser Geraden, die selbst eine Länge von 2.223 Meter hat.

Diese Meridiankonvergenz spielt eine praktische Rolle bei unsern Siegfriedblättern im Maßstab 1 : 25 000 und 1 : 50 000, weil auf diesen bekanntlich nicht die Meridiane und Parallelkreise, sondern Parallele zur x- und y-Axe eingetragen sind. Will man auf einem solchen Blatte ein vielleicht mit dem Universal-Sitometer erhobenes magnetisches Azimut, das gemäß der Einrichtung jenes Instrumentes schon um einen Mittelwert der magnetischen Deklination korrigiert ist, auftragen, so würde man, von der Parallelen zur x-Axe ausgehend, einen Fehler von der Größe der Meridiankonvergenz begehen. Wir werden nachweisen, daß diese Meridiankonvergenz in aller Strenge durch den einfachen Ausdruck $\lambda \sin \varphi$ sich ausdrückt.

Zu vorstehender Figur bemerken wir folgendes: P′ ist das Bild eines Punktes (φ, λ). P″ dagegen ist das Bild eines dem Punkte P′ unendlich benachbarten zweiten Punktes, der mit P′ auf demselben Meridian liegt. Der entsprechende Punkt auf dem Erdellipsoid hat die Koordinaten $\varphi + d\varphi$ und λ.

Die Gerade P′ P″ stellt somit die Tangente an das Meridianbild im Punkte P′ dar.

Um Irrtümern zu begegnen, bemerken wir, daß die Figur insofern nicht den tatsächlichen Verhältnissen der Bonne'schen Projektion entspricht, als, wie wir bald sehen werden, der Winkel δ negativ ist und damit P′ P″ links von der Geraden P′ S′ verläuft.

Aus der Figur entnehmen wir nun folgende Beziehungen:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R P''}{P' R}; \; P' R = + d s; \; \mu = \beta - \delta$$

$$R P'' = [T_0 - (s + d s)] \, d\beta = [T_0 - s] \, d\beta + d s \, d\beta.$$

Der Ausdruck $d s \, d\beta$ kann aber für Differentialbetrachtungen erster Ordnung weggelassen werden, weil er zweiter Ordnung ist. Es ist also für unsere Untersuchung $R P'' = P' Q$, das ja ebenfalls $(T_0 - s) \, d\beta$ ist.

Da $\beta = \dfrac{N \cos \varphi \lambda}{T_0 - s}$ ist, erkennen wir, daß es Funktion von φ und λ ist. Das totale Differential von β ist daher:

$$d\beta = \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} d\lambda.$$

In dem uns hier vorliegenden Falle, wo P′ und P″ auf *demselben* Meridiane liegen, ist aber $d\lambda = 0$, so daß wir für das in unserer Figur und unsern obigen Formeln auftretende $d\beta$ finden:

$$d\beta = \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} d\varphi.$$

Wir erhalten, beachtend, daß auch N und s Funktionen von φ sind:

$$\frac{\partial \beta}{\partial \varphi} = \lambda \frac{(T_0 - s)\left[\frac{d N}{d \varphi} \cos \varphi - N \sin \varphi\right] + N \cos \varphi \frac{d s}{d \varphi}}{(T_0 - s)^2}$$

$$\frac{d N}{d \varphi} = + M \eta^2 \operatorname{tg} \varphi.$$

$\frac{d s}{d \varphi} = M$, weil nach geometrischer Anschauung $d s = M d \varphi$ ist.

So erhalten wir:

$$\frac{\partial \beta}{\partial \varphi} (T_0 - s) = \lambda \sin \varphi [M \eta^2 - N] + M \beta.$$

Da aber

$$M = \frac{c}{V^3}; \; N = \frac{1}{V} \text{ ist, so wird}$$

$$M \eta^2 - N = \frac{c}{V^3} [\eta^2 - (1 + \eta^2)] = - \frac{c}{V^3} = - M.$$

So wird nun

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R P''}{P' R} = \frac{(T_0 - s) d \beta}{d s} = \frac{(T_0 - s) \frac{d \beta}{d \varphi}}{\frac{d s}{d \varphi}} = \frac{(T_0 - s) \frac{\partial \beta}{\partial \varphi}}{M}$$

$= -\lambda \sin \varphi + \beta$, wo λ und β in analytischen Maße zu verstehen sind. Dieser Ausdruck ist für $\varphi = \varphi_0$ Null, sonst ist $\lambda \sin \varphi$ absolut immer größer als β, woraus hervorgeht, daß in unserer Figur δ negativ ist, wie oben bemerkt wurde.

Für $\varphi = 45^0\ 37'\ 8.''66$; $\lambda = 3^0\ 0'$ wird

$$\delta = -171.''6 = -2'\ 51.''6.$$

Daraus ergibt sich, daß selbst für diesen für die Schweiz extremsten Fall für siebenstellige logarithmische Rechnung

$$\operatorname{tg} \delta = \delta \text{ ist.}$$

Somit erhalten wir für diese Rechengenauigkeit für die ganze Schweiz:

$$\delta = -\lambda \sin \varphi + \beta.$$

Da aber die Meridiankonvergenz

$$\mu = \beta - \delta$$

ist, so finden wir:

$$\underline{\mu = \lambda \sin \varphi.}$$

Bekanntlich erhält man bei sphärischer Betrachtung der Bonne'schen Projektion für

$$\operatorname{tg} \delta = -\lambda \sin \varphi + \beta.$$

Es ist bemerkenswert, daß dieser Ausdruck bei ellipsoidischer Behandlung des Problems vollständig unverändert bleibt.

Bezüglich des Vorzeichens wollen wir die Meridiankonvergenz μ so definieren, daß

$$\text{astronomisches Azimut} = \text{Neigung} + \mu \text{ ist.}$$

$$\mu = \lambda \sin \varphi$$

stellt dann auch dem Vorzeichen nach den richtigen Wert von μ dar, da wir früher λ bei östlichen Längen positiv gezählt haben.

Die Meridiankonvergenz ist daher für alle Punkte östlich vom Nullmeridian positiv, westlich vom Nullmeridian negativ.

Geometerverein Aargau-Basel-Solothurn.

Um 9 Uhr vormittags eröffnete Vereinspräsident Schärer mit einem Hinweis auf die Wichtigkeit der Traktandenliste die 17. Hauptversammlung in Olten. Anschließend an die Hauptversammlung wurde eine Konferenz der Privatunternehmer abgehalten.

Die üblichen Vereinsgeschäfte, wie Jahresbericht und Protokoll, wurden in gewohnter Weise in zustimmendem Sinne erledigt, ebenso ein Bericht über die am 4. Mai 1918 abgehaltene Delegiertenversammlung des Schweizerischen Geometervereins.

Einem Zuwachs von fünf Mitgliedern steht ein Austritt entgegen. In Anbetracht der ungünstigen Kassenverhältnisse wurde der Jahresbeitrag von 3 Fr. auf 5 Fr. erhöht.

Traktandum 4, Stellungnahme zum Bundesratsbeschluß vom 5. Juli a. c. betreffend Teuerungszulagen für die Grundbuchvermessungen, zeitigte eine sehr interessante Diskussion. Allgemein war man der Ansicht, daß ein Teuerungszuschlag im Betrage von 20 %, wie er im Bundesratsbeschluß vom 5. Juli vorgesehen ist, der heutigen Teuerung in keiner Weise entspricht. Nach Entgegennahme einer kurzen Orientierung über die Bestrebungen der Privatgeometerkonferenzen und Verlesung der diesbezüglichen Protokolle mit den darin enthaltenen Anregungen, wurden nachfolgende Postulate zum Beschluß erhoben:

1. Es sei die Privatgeometerkonferenz zu beauftragen, ein