Rechenprobe für die Höhenunterschiede der trigonometrischen Punkte.

Die algebraische Summe der gegenseitig bestimmten Höhenunterschiede h_1 und h_2 zweier trigonometrischer Punkte kann, wie nachstehend gezeigt wird, in einfacher Weise direkt berechnet werden und so zur Kontrolle für die Berechnung dienen. Der mathematische Ausdruck für $h_1 + h_2$ lautet:

$$h_1 + h_2 = \underbrace{D\,(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2)}_{\text{1. Teil.}} + \underbrace{(I_1 + ER - S_2) + (I_2 + ER - S_1)}_{\text{2. Teil.}}$$

Für den 1. Teil dieses Ausdruckes ist sehr genähert zu setzen:

$$\frac{D\,.\,(\alpha_1 + \alpha_2)}{\varphi\,.\,\cos^2\alpha},$$

wo α der Kürze wegen für $\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$ eingeführt ist. Bei kleineren Winkeln α und bei geringen Unterschieden der Absolutwerte α_1 und α_2 kann unbedenklich an Stelle von $\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$ der eine der beiden Winkel α_1 oder α_2 gesetzt werden.

Der zweite Teil obigen Ausdruckes soll durch Umstellungen, welche zu neuen Additionen führen, in die Form

$$(I_1 + I_2) - (S_1 + S_2) + 2\,ER$$

gebracht werden.

Der so gewonnene neue Ausdruck für $h_1 + h_2$ lautet nun:

$$h_1 + h_2 = \underbrace{\frac{D\,.\,(\alpha_1 + \alpha_2)}{\varphi\,.\,\cos^2\alpha}}_{\text{1. Teil.}} + \underbrace{(I_1 + I_2) - (S_1 + S_2) + 2\,(E-R)}_{\text{2. Teil.}}$$

Der erste Teil dieses Ausdruckes bildet eine Kontrolle für die Berechnung der Größen $D\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha_1$ und $D\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha_2$, weil er der algebraisch zu bildenden Summe $D\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha_1 + D\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha_2$ gleich zu setzen ist. Der zweite Teil kontrolliert die Additionen $I_1 + ER-S_2$ und $I_2 + ER-S_1$. Der ganze Ausdruck stellt die Proberechnung für die algebraische Summe $h_1 + h_2$ und somit auch der einzeln berechneten Höhenunterschiede h_1 und h_2 dar. Nicht aufgedeckt werden hierbei natürlich allfällige, durch falsches Eintragen der Elemente in das Berechnungsformular entstehende Fehler.

Der erste Teil des Ausdruckes ist bequem mit dem Universalrechenschieber von Nestler zu rechnen. Durch die Anordnung der Teilungen ist es hier möglich, den aus der trigonometrischen Berechnung zu entnehmenden Wert log D direkt verwenden zu können.

Beispiel: Proberechnung:

	m	m	
$\triangle$ 173 $\alpha_1 = -1^\circ 31' 49''$	$I_1 = + \; 1{,}24$	$I_2 = + \; 1{,}33$	$I_1 + I_2 = +2{,}57$
	$ER = + \; 1{,}11$	$ER = + \; 1{,}11$	$2\,ER = +2{,}22$
log D = 3,605,031	$+ \; 2{,}35$	$+ \; 2{,}44$	$+4{,}79$
	$-S_2 = - \; 2{,}00$	$-S_1 = - \; 2{,}00$	$-(S_1 + S_2) = -4{,}00$
	$+ \; 0{,}35$	$+ \; 0{,}44$	$+0{,}79$
$\triangle$ 174 $\alpha_2 = +1^\circ 31' 13''$	$D \,.\, tg\, \alpha_1 = -107{,}60$	$D \,.\, tg\, \alpha_2 = +106{,}90$	$\frac{D \,.\, (\alpha_1 + \alpha_2)}{\varphi \,.\, \cos^2 \alpha} = -0{,}70$
$\alpha_1 + \alpha_2 = - \quad 36''$	$h_1 = -107{,}25$	$h_2 = +107{,}34$	
	$h_1 + h_2 = +0{,}09$		$h_1 + h_2 = +0{,}09$

Zürich, im Juni 1919. *W. Leemann.*

Statik der Luft-Seilbahnen.

Von *C. Zwicky*, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung.)

Damit folgt dann ferner für einen beliebigen Zwischenpunkt P, sowie speziell für die Bogenmitte M:

Punkt	P	M (11)
Abszisse	$x = x_A + \Delta x$	$x = x_A + \frac{l}{2}$
Argument	$\varphi = \varphi_A + \frac{\Delta x}{a}$	$\varphi = {}^1\!/_2\, (\varphi_A + \varphi_B)$
Neigung	$p_P = \mathfrak{Sin}\; \varphi$	$p_M = \mathfrak{Sin}\; \varphi$
Bogenstück	$\Delta s = a\, (p_P - p_A)$	$\Delta s = a \,.\, (p_M - p_A)$
Steigung	$\Delta y = a\, (\mathfrak{Cos}\; \varphi - \mathfrak{Cos}\; \varphi_A)$	$\Delta y = a\, (\mathfrak{Cos}\; \varphi - \mathfrak{Cos}\; \varphi_A)$
Seildurchhang	$z_P = \frac{h}{l} \,.\, \Delta x - \Delta y$	$z = \frac{h}{2} - \Delta y$

b) Indirekte Bestimmung der Kettenlinie aus l, h und p_A. Durch die Neigung $p_A = \sin \varphi_A$ sind zunächst auch $\varphi_A = \mathfrak{Ar}\; \mathfrak{Sin}\; p_A$ und $\mathfrak{Cos}\; \varphi_A$ gegeben. Sodann ergibt sich für das unbekannte Argument φ_B mittelst der Neigung p der Sehne A B: