

# Die Berechnungsgrundlagen stereophotogrammeterischer Aufnahmen [Schluss]

Autor(en): **Grubenmann, E.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und  
Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et  
améliorations foncières**

Band (Jahr): **18 (1920)**

Heft 1

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-186203>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Vorstand erweitert werde, um die Schulfrage, die einer baldigen Lösung bedürfe, zu behandeln und einer spätern Versammlung Bericht zu erstatten. Dieser Antrag wird angenommen.

Der Präsident orientiert weiter über die Verhandlungen mit der Baudirektion betreffend die Revision der Anweisung über die Behandlung der öffentlichen Gewässer, welche noch nicht abgeschlossen sind. Der Vorstand erhält Weisung, die Angelegenheit von sich aus weiter zu verfolgen, unter späterer Mitteilung an die Sektion.

Nachdem noch auf eine Anregung aus der Mitte der Versammlung die Spendung eines Beitrages zu Gunsten der Sammlung für die hungernden Völker aus der Vereinskasse beschlossen worden und ein Mitglied von Groß-Winterthur in launiger Weise die Zeitschrift, die Standesfrage u. a. m. kommentiert hatte, konnte der Präsident um 6 Uhr die dreistündigen, sehr interessanten Verhandlungen schließen.

Zürich, im Dezember 1919.

Der Aktuar: *M. Frey.*

## Die Berechnungsgrundlagen stereophotogrammetrischer Aufnahmen.

Von *E. Grubenmann*, Diplom-Ingenieur, Bern.

(Schluß.)

Horizontale, parallele optische Achsen. In diesem Falle messen wir auf Platte rechts den Wert  $x_2''$ , wobei der oben abgeleitete Zusammenhang  $x_1'' = x_2'' - \frac{b \sin \varphi}{E} x_2''$  besteht. Ferner ergibt sich aus Figur 3, daß das gemessene  $b$  zu ersetzen ist durch  $b \cos \varphi$ , wenn wir dieser Plattenstellung den Normalfall substituieren wollen.

Es ist nun nach Gleichung I:

$$E = \frac{b \cos \varphi}{x_1' - x_1''} \cdot f = \frac{b \cos \varphi}{x_1' - x_2'' + \frac{b \sin \varphi}{E} \cdot x_2''} \cdot f.$$

Hieraus:

$$E (x_1' - x_2'') + b x_2'' \sin \varphi = b \cdot f \cos \varphi; \quad \text{da } x_1' - x_2'' = a.$$

$$E = \frac{b f \cos \varphi - b x_2'' \sin \varphi}{a}$$

$$= b \sin \varphi \frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{a f} \cdot f$$

und da ganz allgemein:  $\Delta X = \frac{E}{f} x'$  und  $\Delta H = \frac{E}{f} y'$ , so erhalten wir als Abstandsgleichung für den Fall horizontaler, parallel verschwenkter optischer Achsen:

$$\left| \begin{array}{l} E = \frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{f} \cdot f \\ \Delta X = \frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{f} \cdot x_2' \\ \Delta H = \frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{f} \cdot y_2' \end{array} \right. \quad \text{II.}$$

Wir wählen absichtlich für die Abstandsgleichungen diese scheinbar noch zu vereinfachende Form, da diese für die Auswertung mit dem Rechenschieber besonders günstig gebaut ist.

Die optischen Achsen sind horizontal und schneiden sich. Wir bezeichnen als Konvergenzwinkel  $+\psi$  denjenigen Winkel, um den die optische Achse der Aufnahme rechts im Sinne des Uhrzeigers gedreht werden muß, um in die zur optischen Achse der Aufnahme links parallele und gleich gerichtete Lage zu kommen, d. h.  $\psi$  gilt als positiv, wenn sich die optischen Achsen in der Aufnahmerichtung schneiden, negativ aber, wenn nur ihre Rückverlängerungen einen Schnitt ergeben.

Auf den Platten messen wir  $x_3''$  und  $a = x_3' - x_3''$ , wobei nach früheren Ausführungen:

$$x_2' = x_3'; \quad x_2'' = \frac{x_3'' - f \operatorname{tg} \psi}{1 + x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}$$

wenn wir uns die vorliegende Plattenstellung durch Drehung der optischen Achse rechts um den Winkel  $\psi$  in den Fall parallel verschwenkter Platten übergeführt denken. Nach Gleichung II ist:

$$E = \frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{f} \cdot f$$

$$\frac{f \cotg \varphi - x_2' + a}{b \sin \varphi} \cdot a$$

Obige Werte für  $x_3'$  und  $a$  eingeführt, ergibt:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{f \cotg \varphi - x_3' + x_3' - \frac{x_3'' - f \operatorname{tg} \psi}{1 + x_3'' \operatorname{tg} \psi / f}}{\frac{f}{b \sin \varphi} \left[ x_3' - \frac{x_3'' - f \operatorname{tg} \psi}{1 + x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}} \right]} \cdot f. \\
 &= \frac{f (\cotg \varphi + \operatorname{tg} \psi) - x_3'' (1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi)}{\frac{f}{b \sin \varphi} \left[ a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f} \right]} \cdot f. \\
 &= \frac{f \frac{\cotg \varphi + \cotg \psi (90 - \psi)}{1 - \cotg \varphi \cotg (90 - \psi)} - x_3''}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot f
 \end{aligned}$$

und es ergeben sich somit als Abstandsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_3' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot f. \\
 \Delta X &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_3' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot x_3' \\
 \Delta H &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_3' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot y_3'
 \end{aligned}$$

III.

Die Gleichungen dieses Systems unterscheiden sich vom System II lediglich dadurch, daß an Stelle des  $a$  im Nenner ein ziemlich mühsam zu berechnender Ausdruck tritt, der aber bei sehr kleinen  $\psi$  meist genügend genau zu  $a + f \operatorname{tg} \psi$  angenommen werden kann. Diese Korrektur an der Abszissendifferenz wird aber sehr oft gemacht werden müssen, auch wenn bei gegenseitiger Sicht der Standpunkte parallele Aufnahmeachsen erstrebt wurden, da kleine Fehler in der Parallelstellung schon einen

erheblichen Abstandsfehler ergeben. Für den häufigen Spezialfall  $\varphi = 0$  würden wir die Formeln von System I erhalten, wobei  $a$  ebenfalls durch

$$\frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_3' x_3'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \operatorname{cotg} \varphi \operatorname{tg} \psi}$$

zu ersetzen wäre.

Die optischen Achsen sind beliebig gerichtet. Zur Ableitung

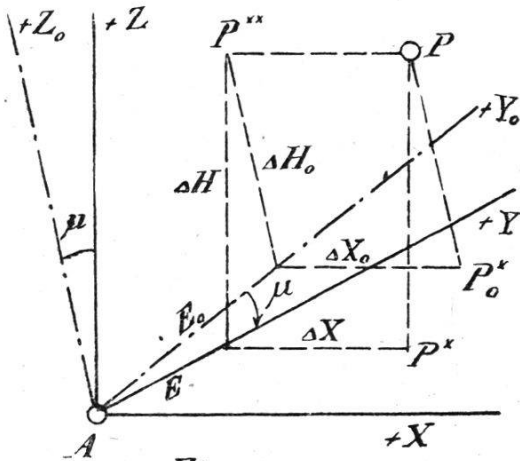


Fig. 5

der Abstandsformeln für diesen allgemeinen Fall denken wir uns die aufzunehmenden Punkte bezogen auf ein Hilfskoordinatensystem. Dieses geht aus dem ursprünglichen System hervor durch Drehung um die  $x$ -Achse desselben um den Winkel  $\mu$ . Ein Punkt  $P$ , der in diesem neuen System die Koordinaten  $E_0, \Delta X_0, \Delta H_0$  besitzt, hat im ursprünglichen System:

$$E = E_0 \cos \mu - \Delta H_0 \sin \mu.$$

$$\Delta X = \Delta X_0.$$

$$\Delta H = E_0 \sin \mu + \Delta H_0 \cos \mu.$$

Der Winkel  $\mu$  werde so gewählt, daß die  $X_0 Y_0$  Ebene parallel ist zur optischen Achse der Aufnahme rechts.

Ist der Neigungswinkel der optischen Achse rechts  $\delta''$ , so ergibt sich aus nachstehender Figur:

$$B^* R^* = \frac{b \cos \varphi}{\sin \psi}; \quad R R^* = \frac{b \cos \varphi}{\sin \psi} \operatorname{tg} \delta''.$$

$$A R^* = \frac{b \sin(180^\circ - [90^\circ - \varphi + \psi])}{\sin \psi}; \quad R R^* = \frac{b \cos(\varphi - \psi)}{\sin \psi} \cdot \operatorname{tg} \mu.$$

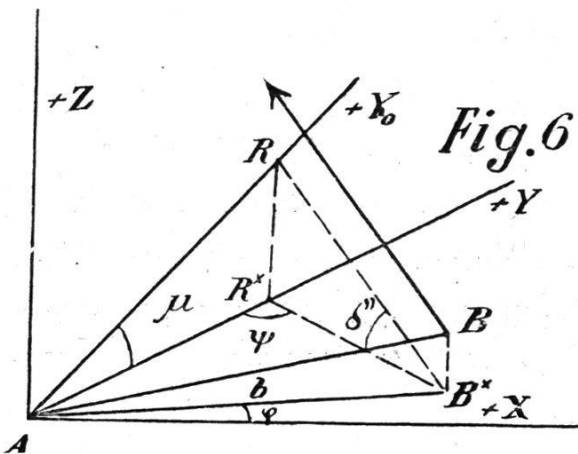


Fig. 6

$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} \delta'' \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi - \psi)}$$

Bezeichnen wir den Neigungswinkel der optischen Achse links mit der Horizontalebene mit  $\delta'$ , so schließt diese optische Achse mit der  $X_0 Y_0$  Ebene den Neigungswinkel  $\nu' = \delta' - \mu$  ein.

Bezogen auf das gedrehte System  $X_0 Y_0 Z_0$ , liegt ein Plattenpaar vor, dessen Aufnahme links allein verkippt ist und zwar um den Winkel  $v'$ . Auf dieser Platte links messen wir die Bildkoordinaten  $x_4'$  und  $y_4'$  eines Objektpunktes P ein. Denken wir uns nun die Aufnahme links um ihren Neigungswinkel  $v'$  gedreht, so daß ihre optische Achse in die  $X_0 Y_0$  Ebene hineinfällt, so erhalten wir für den Punkt P nach früheren Ausführungen die Bildkoordinaten:

$$x_3' = \frac{1}{\cos v'} \cdot \frac{x_4'}{1 - \frac{y_4'}{f} \operatorname{tg} v'}; \quad y_3' = \frac{y_4' + f \operatorname{tg} v'}{1 - \frac{y_4'}{f} \operatorname{tg} v'}$$

Bei Berücksichtigung der errechneten Werte  $x_3'$  und  $y_3'$  statt der gemessenen  $x_4'$  und  $y_4'$  können wir zur Berechnung der Koordinaten  $E_0$ ,  $\Delta X_0$  und  $\Delta H_0$  des Punktes P die Abstandsformeln des Systems III anwenden. Es ist:

$$E_0 = \frac{[f \operatorname{cotg} (\varphi - \psi) - x_4''] (1 - \operatorname{cotg} \varphi \operatorname{tg} \psi)}{b \sin \varphi \cdot \left[ \frac{x_4'}{\cos v' - \frac{y_4'}{f} \sin v'} - x_4'' + f \operatorname{tg} \psi + \frac{x_4' x_4'' \operatorname{tg} \psi}{f (\cos v' - \frac{y_4'}{f} \sin v')} \right]} \cdot f.$$

Es sei:  $f \cos v' - y_4' \sin v' = \xi'$ ; dann ist:

$$E_0 = \frac{[f \operatorname{cotg} (\varphi - \psi) - x_4''] (1 - \operatorname{cotg} \varphi \operatorname{tg} \psi)}{\frac{1}{b \sin \varphi} \cdot [f x_4' - x_4'' \xi' + f \xi' \operatorname{tg} \psi + x_4' x_4'' \operatorname{tg} \psi]} \cdot \xi'$$

Bezeichnen wir obigen Bruch mit A, so ist:

$E_0 = A \xi'$  und weiter:

$$\Delta X_0 = \frac{A \xi'}{f} \cdot x_3' = \frac{A \xi'}{f} \cdot \frac{x_4'}{\cos v' - \frac{y_4'}{f} \sin v'} = A x_4'$$

$$\Delta H_0 = \frac{A \xi'}{f} \cdot y_3' = \frac{A \xi'}{f} \cdot \frac{y_4' + f \operatorname{tg} v'}{1 - \frac{y_4'}{f} \operatorname{tg} v'} = A (y_4' \cos v' + f \sin v').$$

Bezogen auf das ursprüngliche Koordinatensystem, erhalten wir:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cos \mu - \Delta H_0 \sin \mu. \\ &= A \cos \mu (f \cos v' - y_4' \sin v' - y_4' \cos v' \operatorname{tg} \mu - f \sin v' \operatorname{tg} \mu). \\ &= A [f (\cos \mu \cos v' - \sin \mu \sin v') - y_4' (\sin \mu \cos v' + \cos \mu \sin v')]. \\ &= A [f \cos \delta' - y_4' \sin \delta'], \text{ da } \mu + v' = \delta'. \end{aligned}$$

$$\Delta X = \Delta X_0.$$

$$\Delta H = A [f \sin \mu \cos v' - y_4' \sin \mu \sin v' + y_4' \cos \mu \cos v' + f \cos \mu \sin v'].$$

$$= A [f \sin (\mu + v') + y_4' \cos (\mu + v')].$$

$$= A [f \sin \delta' + y_4' \cos \delta'].$$

Es ergeben sich somit als Abstandsgleichungen für den allgemeinsten Fall der Stereophotogrammetrie:

$$\begin{aligned} E &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_4' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{x_4' - x_4'' \frac{\xi'}{f} + \xi' \operatorname{tg} \psi + x_4' x_4'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot (f \cotg \delta' - y_4') \sin \delta'. \\ \Delta X &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_4' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{x_4' - x_4'' \frac{\xi'}{f} + \xi' \operatorname{tg} \psi + x_4' x_4'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot x_4' \quad \text{IV.} \\ \Delta H &= \frac{f \cotg (\varphi - \psi) - x_4' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{x_4' - x_4'' \frac{\xi'}{f} + \xi' \operatorname{tg} \psi + x_4' x_4'' \frac{\operatorname{tg} \psi}{f}}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} \cdot (f \operatorname{tg} \delta' + y_4') \cos \delta'. \end{aligned}$$

Wir werden also bei jeder beliebigen Plattenstellung in der Lage sein, auf Grund der oben abgeleiteten Abstandsgleichungssysteme aus den gemessenen Bildkoordinaten  $x'$ ,  $y'$  und  $x' - x''$  eines Objektpunktes, dessen Koordinaten in bezug auf ein bestimmtes räumliches rechtwinkliges System zu berechnen unter der Voraussetzung, daß folgende Größen auf der Station gemessen oder aber bei der Auswertung der Platten errechnet worden sind:

1. Länge und Richtung der Horizontalprojektion der Verbindungsstrecke der beiden Aufnahmestandpunkte.
2. Die Winkel der Vertikalebene durch die beiden optischen Achsen mit der Vertikalebene durch die Standlinie.
3. Die Neigungswinkel der optischen Achse mit der Horizontalebene.

Die für die Punktauswertung aufzuwendende Rechnerarbeit nimmt aber ganz bedeutend zu bei der Verwendung von Plattenstellungen, die vom Normalfall abweichen. Für den letzt-



behandelten Fall beliebig gestellter Platten ist die Berechnung der Raumkoordinaten eines Punktes so zeitraubend, daß eine allgemeine Anwendung dieser Plattenstellung so ziemlich ausgeschlossen ist. Unter Beobachtung von einschränkenden Bedingungen, die die praktische Anwendung der Stereophotogrammetrie nicht wesentlich beeinflussen, werden wir auch für verkippte Achsen Abstandsformeln erhalten mit wesentlich einfacherer Auswertungsmöglichkeit.

a) Wenn es möglich ist, die optischen Achsen parallel zu stellen, so ist:

$$\psi = 0; \quad \delta' = \delta'' = \delta$$

nun ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} \delta; \quad v' = 0; \quad \xi' = f;$$

und wir erhalten folgende Abstandsformeln:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{f \cotg \varphi - x_4' + a}{f} \cdot \frac{a}{b \sin \varphi} \cdot (f \cotg \delta - y_4') \sin \delta \\ \Delta X &= \frac{f \cotg \varphi - x_4' + a}{f} \cdot \frac{a}{b \sin \varphi} \cdot x_4' \\ \Delta H &= \frac{f \cotg \varphi - x_4' + a}{f} \cdot \frac{a}{b \sin \varphi} \cdot (f \operatorname{tg} \delta + y_4') \cos \delta \end{aligned} \right\} \text{IVa.}$$

Diese Abstandsformeln unterscheiden sich von denjenigen für parallele, horizontale Achsen nur dadurch, daß an Stelle von  $f$  resp  $y'$  eine Funktion von  $y_4'$  auftritt, die allerdings für jeden Punkt neu zu berechnen ist.

b) Ist es aus irgend einem Grunde ausgeschlossen, die optischen Achsen parallel zu stellen, so soll doch darauf geachtet werden, die optische Achse der Aufnahme rechts parallel zu stellen der Ebene, die bestimmt ist durch die optische Achse links und die Horizontalprojektion der Standlinie. In diesem Falle ist:

$$\operatorname{tg} \delta' = \operatorname{tg} \delta'' \frac{\cos \varphi}{\cos (\varphi - \psi)} = \operatorname{tg} \mu$$

$$\text{somit } \operatorname{tg} v' = 0. \quad \xi' = f$$



und wir erhalten:

$$E = \frac{f \cotg(\varphi - \psi) - x_4' + a}{\frac{f}{b \sin \varphi} \cdot \frac{a + f \operatorname{tg} \psi + x_4' x_4''}{1 - \cotg \varphi \operatorname{tg} \psi}} (f \cotg \delta' - y_4') \sin \delta' \dots \text{IV"}$$

Analog ergeben sich  $\Delta X$  und  $\Delta H$ .

#### 4. *Schlußfolgerungen.*

Die im vorigen Abschnitt abgeleiteten Abstandsformeln geben uns die Grundlage für eine rationelle Durchführung der Feldarbeit. Wie schon in der Einleitung ausgeführt und begründet wurde, handelt es sich bei der Wahl der Aufnahmestationen in erster Linie darum, mit einem Minimum derselben das aufzunehmende Gebiet möglichst lückenlos zu photographieren, und zwar sollen die Stationen eine für die topographische Darstellung des Geländes günstige Einsicht in dasselbe gewähren. Die beiden sich direkt entgegengesetzten Anforderungen, mit einem Minimum von Stationen auszukommen und dennoch das Gebiet beinahe lückenlos aufzunehmen, müssen vom Gesichtspunkte der Wirtschaftlichkeit der Aufnahme aus gegeneinander abgewogen werden, wobei in Betracht zu ziehen ist, daß Lücken in der photogrammetrischen Aufnahme durch ein anderes topographisches Verfahren zu ergänzen sind. Als weiterer bestimmender Faktor für die Wahl einer Station tritt nun aber die Rücksicht auf einfache Auswertbarkeit der auf ihr aufzunehmenden Plattenpaare hinzu, und wir werden gestützt auf die Kenntnis der Abstandsgleichungen nach folgenden Gesichtspunkten entscheiden: Von der Parallelverschwenkung horizontaler optischer Achsen wird man weitgehend Gebrauch machen, da dadurch der von einer Standlinie aus aufzunehmende Sektor ganz bedeutend vergrößert werden kann. Die Berechnung der Bildpunkte verschwenkter Platten benötigt etwa die doppelte Zeit, die für Punkte beim Normalfall aufzuwenden ist. Gestattet das Aufnahmeinstrument eine gleichmäßige Verkippung der parallelen optischen Achsen, so wird auch davon gegebenenfalls Anwendung gemacht werden, da gewisse Gebiete sonst überhaupt nicht auf die Platte gebracht werden können. Ist gegenseitige Sicht

zwischen den Aufnahmepunkten vorhanden, so ist kein Grund da, die Auswertung unnötig zu komplizieren durch die keine Vorteile bietende konvergente oder divergente Stellung der optischen Achsen. Im Gegenteil wird man, auch wenn keine gegenseitige Sicht vorhanden ist, darauf trachten, die optischen Achsen parallel stellen zu können, z. B. durch Einschaltung eines Zwischenpunktes. Es können aber Fälle vorkommen, wo genaue Parallelstellung ohne unverhältnismäßig großen Arbeitsaufwand überhaupt ausgeschlossen ist, und es wird dann zu entscheiden sein, ob die Bedeutung der in Frage stehenden Station einen wesentlich vermehrten Rechnungsaufwand, der bei starker Abweichung aus der parallelen Lage der Aufnahmeachsen das Drei- bis Vierfache desjenigen des Normalfalles betragen kann, rechtfertigt. Muß auf einer derartigen Station zudem noch verkippt werden, so wird man sich möglichst dem Falle IV“ anzunähern trachten, aber auch dann noch wird die rechnerische Auswertung des Platteninhaltes eine ziemlich langwierige Arbeit sein.

Von dem letztbehandelten seltenen Falle abgesehen, bietet gerade die Auswertung photogrammetrischer Aufnahmen bedeutende Vorteile gegenüber andern Verfahren. Sämtliche mechanische Arbeiten, wie Berechnen und Auftragen der Punkte, können von Hilfskräften besorgt werden, so daß dem geschulten Topographen nur noch das Ausmessen der Photographien im Komparator und das Entwerfen der Karte nach dem stereoskopischen Bild des Terrains verbleibt. Zieht man dazu noch die gegenüber jedem andern Verfahren wesentlich kürzere Feldarbeit in Betracht, so erscheint es begründet, daß die stereophotogrammetrische Aufnahmemethode besonders für Aufnahmen im Gebirge mehr und mehr Anwendung findet.

---