

# Statik der Luft-Seilbahnen [Schluss]

Autor(en): **Zwicky, C.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **18 (1920)**

Heft 2

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-186210>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Gewissen; wenn dies nirgends einrostet, so wird es immer eine Verständigung geben.

Herblingen, den 2. Februar 1920.

Für den Vorstand  
des schweiz. Verbandes angestellter Grundbuchgeometer,  
Der Aktuar: *J. Bühler*.

## Statik der Luft-Seilbahnen.

Von *C. Zwicky*, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.  
(Schluß.)

Aus der Figur 10, bzw. aus der  $2\frac{1}{2}$ mal größer gezeichneten Originalfigur dazu, ergibt sich nun die nachfolgende Tabelle G. Daraus ersieht man, daß die Längenzunahmen  $\Delta z$  und  $\Delta s$  für alle drei Annahmen zu  $z$  nur wenig differieren, und daß bei den Zugkräften  $S_A$  und  $S_B$  die Verhältniszahlen  $v_A$  und  $v_B$  viel kleiner sind als die Zahl  $v$ , die sich aus der Vergleichung der beiden Poldistanzen für  $Q = 0$  und für  $Q > 0$  ergibt, nämlich aus:

$$H_0 = \frac{G}{2(p_2 - p_1)} \quad \text{und} \quad H = \frac{G + 2Q}{2(p_2 - p_1)}, \quad \text{mit}$$

$$v = \frac{H - H_0}{H_0} = \frac{2Q}{G}.$$

Die große Abweichung der Zahlen  $v_A$  und  $v_B$  gegenüber  $v$  erklärt sich nun aus zwei Gründen:

a) Zunächst ist die Seilkurve  $K_0$  mit der Poldistanz  $H_0$  nicht identisch mit der Seilkurve  $K'$ , aus welcher  $K$  hervorgeht. Für  $z = 40,00$  m ist z. B.:

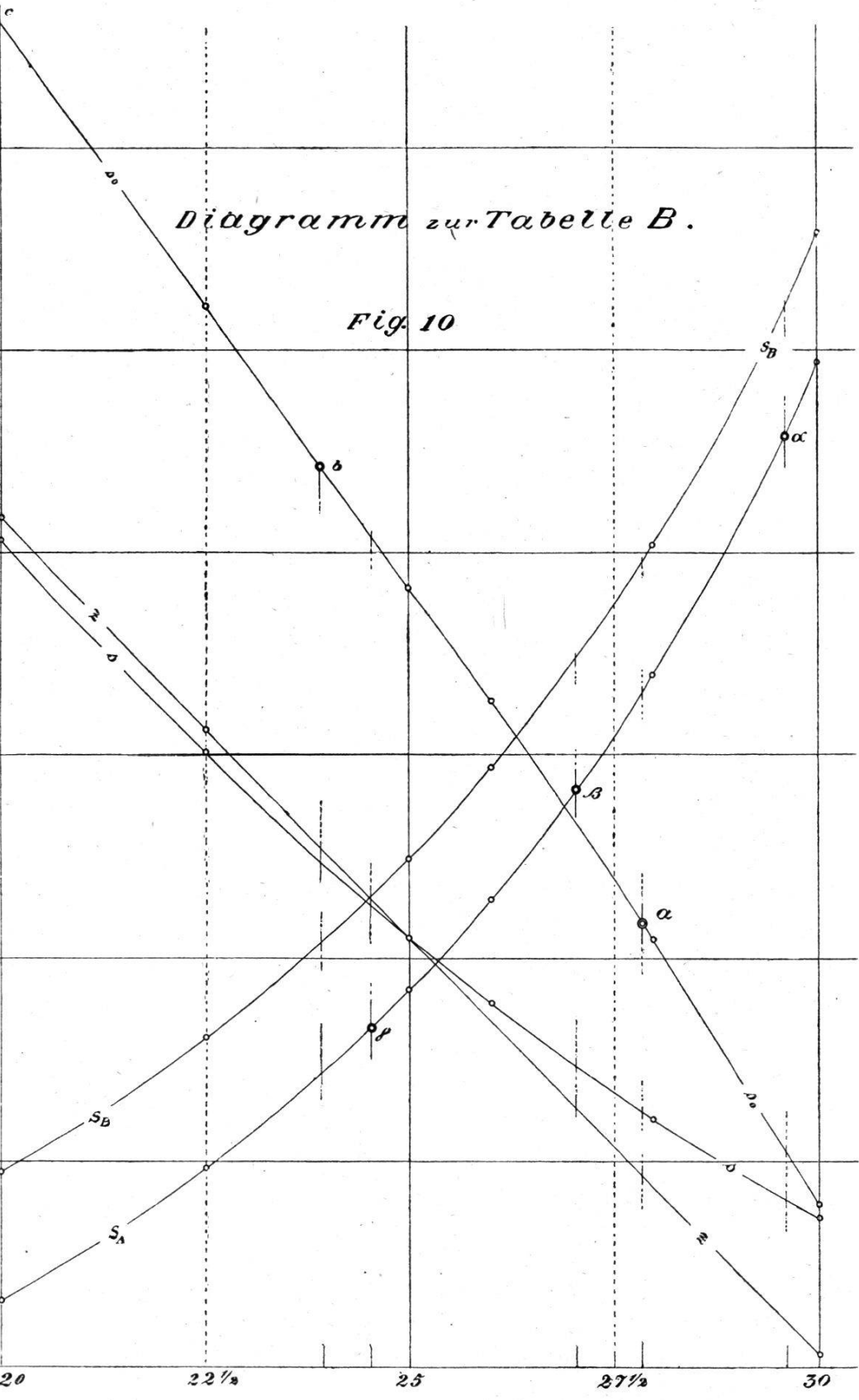
bei $K_0 =$ Parabel nach der Tabelle B:	$(p_A)_0 = 20,00 \%$
bei $K_0 =$ Kettenlinie nach der Figur 10:	$(p_A)_0 = 20,40 \%$
während für $K'$ gilt:	$p'_A = 23,92 \%$

Haupttabelle G siehe Seite 33.

Damit hängt auch zusammen, daß im Beispiel unter II, 1, b) für  $Q = G$  die Zugkräfte  $S_A$  und  $S_B$  wesentlich unter dem doppelten Betrage dieser Zugkräfte für das mit  $G$  belastete gleich lange Seil bleiben.

b) Der Zunahme der Zugspannungen infolge der Vermehrung der Seilbelastung steht eine Verminderung der erstern zu-

$s$ $m$	$S$ $m$	$Z$ $m$	$S_A$ u. $S_B$ $kg.$
63			5000
62			4500
61	66	40	4000
60	65	55	3500
59	64	30	3000
58	63	25	2500
57	62	20	2000



Haupttabelle G.

Angriffspunkt von Q		P	No.	a	b	c	d	
		x	m	400	400	400	400	
		z	m	32	40	48	?	
Längen	$\eta = s_0$	m	859.18	861.41	863.66			
	$\xi = p'_A$	%	<b>27.85</b>	<b>23.92</b>	<b>19.90</b>		27.50	
	z	m	32.00	40.00	48.00		<b>32.69</b>	
	z'	"	24.65	32.65	41.00		25.34	
	$\Delta z = z - z'$	"	<b>7.35</b>	<b>7.35</b>	<b>7.00</b>		7.35	
	s	m	863.96	865.27	866.88		<b>864.06</b>	
	s'	"	863.24	864.55	866.10		863.34	
	$\Delta s = s - s'$	"	<b>0.72</b>	<b>0.72</b>	<b>0.78</b>		0.72	
	Kräfte	$S_A$	kg	4284	3405	2818		<b>4177</b>
		$S'_A$	"	3650	2715	2145		3537
$\Delta S_A = S_A - S'_A$		"	634	690	673		640	
$v_A = \frac{\Delta S_A}{S'_A}$		%	<b>17.4</b>	<b>25.4</b>	<b>31.3</b>		<b>18.1</b>	
$S_B$		kg	4684	3812	3222		<b>4578</b>	
$S'_B$		"	3970	3035	2465		3858	
$\Delta S_B = S_B - S'_B$		"	714	777	757		720	
$v_B = \frac{\Delta S_B}{S'_B}$		%	<b>18.0</b>	<b>25.6</b>	<b>30.7</b>		18.7	
$v = \frac{2Q}{G}$		%	$100 \cdot \frac{2 \times 230}{865} = 53,1 \%$					

folge der Seilverlängerung gegenüber. Wenn nun bei dem nur mit G belasteten Seil die Neigung  $p_A$  um  $2\frac{1}{2}\%$  abnimmt, so entspricht

einer Abnahme derselben von $30\%$ auf $27\frac{1}{2}\%$ , $22\frac{1}{2}\%$ auf $20\%$		
eine Zunahme von $z$ um	5.12 m	5.37 m
„ „ „ $s$ „	0.62 „	1.05 „
„ Abnahme „ $\sigma$ „	869 kg	309 kg

Beim weniger ausgebogenen Seil hat daher eine kleinere Verlängerung eine wesentlich größere Spannungsabnahme zur Folge und deshalb findet bei diesem durch Hinzutreten einer Verkehrslast relativ eine viel geringere Zunahme der Zugkräfte statt.

Daraus erkennt man, daß die Beanspruchung durch Verkehrslasten — und zwar insbesondere bei wenig ausgebogenen Seilen und namentlich bei Seilen aus Drähten mit einem gegenüber massiven Seilen wesentlich kleinerem Elastizitätsmodul ( $E = 0,35 \cdot E^*$ ) — bei weitem nicht so bedenklich ist, als man aus der Formel für H anzunehmen geneigt ist.

Aus den Werten  $\Delta z$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta S_A$  und  $\Delta S_B$  für die drei Annahmen a, b, c für  $z$  von P sind durch Interpolation die obigen Differenzen für  $p'_A = 27,5\%$  ermittelt worden. Diese führen dann zu den Werten  $z$  ( $= z' + \Delta z$ ),  $s$ ,  $S_A$  und  $S_B$  für diejenige Seilkurve K zur Belastung mit G und Q, welche aus K' mit  $p'_A = 27,5\%$  hervorgeht. (Vergl. Kolonne d in Tabelle G.)

### III.

#### *Seil mit einem Gegengewicht $L_A$ .*

Bei einem solchen Seil ist die Zugkraft  $S_A$  für alle Belastungen gleich groß und damit kann sich auch die Zugkraft  $S_B$  nur wenig ändern, wenn die Belastung sich ändert. Der Frage nach den maximalen Werten der Zugkräfte kommt daher hier keine große Bedeutung zu; dagegen ist die Form der Seilkurve hier insofern maßgebend, weil dadurch der Durchhang des Seiles an der Laststelle bedingt wird.

#### 1. Einzellast Q am gewichtslosen Seil.

a) *Theorie.* Aus den Figuren 8<sup>a</sup> und 8<sup>b</sup> ergibt sich:

$$h = p_1 x + p_2 \cdot (l-x) = p \cdot l$$

$$p_2 = \frac{p l - p_1 x}{l-x} \quad \text{und} \quad p_2 - p_1 = \frac{l}{l-x} \cdot (p - p_1)$$

$$H = \frac{Q}{p_2 - p_1} = \frac{l-x}{l} \cdot \frac{Q}{p-p_1}$$

$$S_1 = L_A = H \cdot \sqrt{1 + p_1^2} = \frac{l-x}{l} \cdot \frac{\sqrt{1 + p_1^2}}{p-p_1} \cdot Q.$$

Hieraus folgt:

$$l-x = \frac{p-p_1}{\sqrt{1 + p_1^2}} \cdot \frac{L_A}{Q} \cdot l.$$

Nimmt man nun für die Neigung  $p_1$  einige rundzahlige Werte an, so kann man die zugehörigen Werte  $l-x$  berechnen, womit dann die Koordinaten  $x, y$  von  $P$ , sowie die Kräfte  $S_1$  und  $S_2$  bestimmt sind.

b) *Anwendung.* Für  $Q = G = 865$  kg und  $L_A = 3460$  kg  $= 4 \cdot Q$  (womit  $L_A$  dem Werte 3537 kg der Zugkraft  $S_A$  für die Kettenlinie zu  $p_A = 27,5$  ‰ ziemlich nahe kommt) ergibt sich nun:

$$v = \frac{l-x}{l} = \frac{0,40-p_1}{\sqrt{1 + p_1^2}} \cdot \frac{3460}{865} = 4 \cdot \frac{0,40-p_1}{\sqrt{1 + p_1^2}}.$$

Damit erhält man für einige Annahmen zur Neigung  $p_1$  von  $A$   $P$ :

$p_1$		‰	0.15	0.20	0.25	0.2705	0.30	0.35	0.40
Längen	$l-x = v \cdot l$	—	90	627	465	400	306	151	0
	$x = l-(l-x)$	m	10	173	335	400	494	649	800
	$y = p_1 \cdot x$	"	1.50	34.6	83.8	108.2	148.2	227.2	320.0
	$z_P = (p-p_1) x$	"	2.50	34.6	50.2	<b>51.8</b>	49.4	32.4	0
Zugkräfte	$p_2 = \frac{h-y}{l-x}$	—	0.403	0.454	0.508	0.5295	0.561	0.614	?
	$H = \frac{Q}{p_2-p_1}$	kg	3420	3400	3350	3340	3310	3270	
	$S_1 = H \cdot \sqrt{1 + p_1^2}$	"	3460	3460	3460	3460	3460	3460	
	$S_2 = H \cdot \sqrt{1 + p_2^2}$	"	<b>3690</b>	<b>3740</b>	<b>3760</b>	<b>3780</b>	<b>3790</b>	<b>3830</b>	

Der Seildurchhang  $z_P$  für den Lastangriffspunkt  $P$  wird für  $x = \frac{l}{2} = 400$  m ein Maximum, während die Zugkraft  $S_2$  in  $P$   $B$  mit wachsendem  $x$  von  $P$  langsam zunimmt.

Für die Seillänge  $s = s_1 + s_2 = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(l-x)^2 + (h-y)^2}$  erhält man zu

$p_1 =$	0.15	0.2705	0.35
$s =$	865.33 m	867.00	864.86 m.

Das Seilgewicht bleibt daher für alle Lagen von P ziemlich konstant, indem sich dasselbe wegen der nahezu konstant bleibenden mittleren Spannung proportional der Seillänge  $s$  ändert.

## 2. Das durch Eigengewicht und Verkehrslast beanspruchte Seil.

a) *Theorie.* Wir gehen wieder wie unter 1. von der Annahme eines bestimmten Wertes für den Seildurchhang  $z_P$  aus; die damit berechnete Zugkraft  $S_A$  muß dann mit dem Werte des Gegengewichtes  $L_A$  übereinstimmen. Daher liefert in Figur 10 die Kurve  $S_{A'} = f(p_{A'})$  als Abszisse  $\xi$  zum Kurvenpunkte mit der Ordinate  $\eta = S_A$  die Neigung  $p_{A'}$  derjenigen Kettenlinie  $K'$ , welche durch Hinzutreten der Verkehrslast  $Q$  in die für  $z_P$  berechnete Seilkurve  $K$  übergeht.

b) *Anwendung.* Auch hier ziehen wir wieder nur eine Verkehrslast in Betracht, deren Angriffspunkt P die Abszisse  $x = \frac{l}{2}$  besitzt, weil sich hierfür der größte Seildurchhang  $z$  ergibt.

Das Seilgewicht nehmen wir wieder als konstant an, und zwar wie früher zu  $G = 865$  kg. Die den Werten  $z = 32, 40$  und  $48$  m entsprechenden Punkte P numerieren wir mit Rücksicht auf Figur 10 mit  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$  (statt mit a, b und c), wobei noch  $\delta$  den zu  $p_{A'} = 27,5\%$  gehörenden Punkt P bezeichnet. Dann wird:

Annahme für P	No.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$z$	m	32.00	40.00	48.00	<b>38.54</b>
$\eta = S_A = S_{A'}$	kg	4284	3405	2818	3537
$\xi = p_{A'}$	%	29.60	27.05	24.52	27.50
$\Delta z = z - z'$	m	+ 10.98	+ 13.75	+ 16.60	+ 13.20
$\Delta s = s - s'$	m	+ 1.16	+ 1.83	+ 2.63	+ 1.71
$\Delta S_B = S_B - S_{B'}$	kg	+ 84	+ 77	+ 76	+ 79



H.

**Kontinuierliches Seil mit mehreren Unterstützungspunkten.**

In den vorangegangenen Abschnitten ist die statische Berechnung einer Luftseilbahn mit einer einzigen Spannweite für alle möglichen Befestigungen und Belastungen des Seiles in eingehender Weise zur Erörterung gelangt. Zum Schlusse soll nun auch noch das Wesentliche für die Berechnung eines Seiles mit mehreren Spannweiten mitgeteilt werden.

Im Detail werden dabei die gleichen Berechnungsmethoden zur Anwendung gelangen müssen. Als neues Moment treten hier nur noch die Beziehungen zwischen den einzelnen Spannweiten hinzu, die an Hand der Figuren 11a und 11b leicht überblickt werden können.

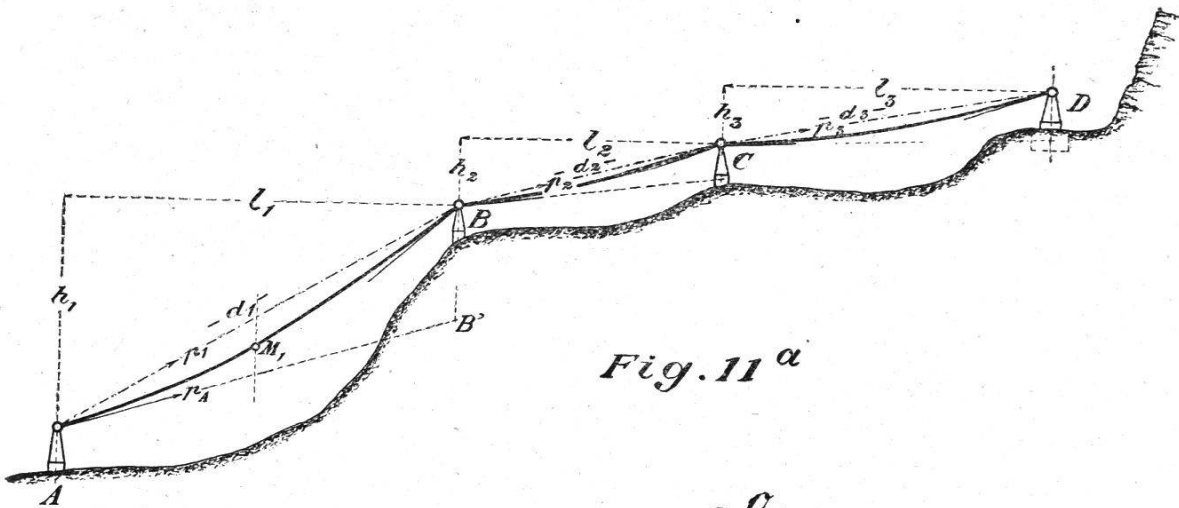


Fig. 11<sup>a</sup>

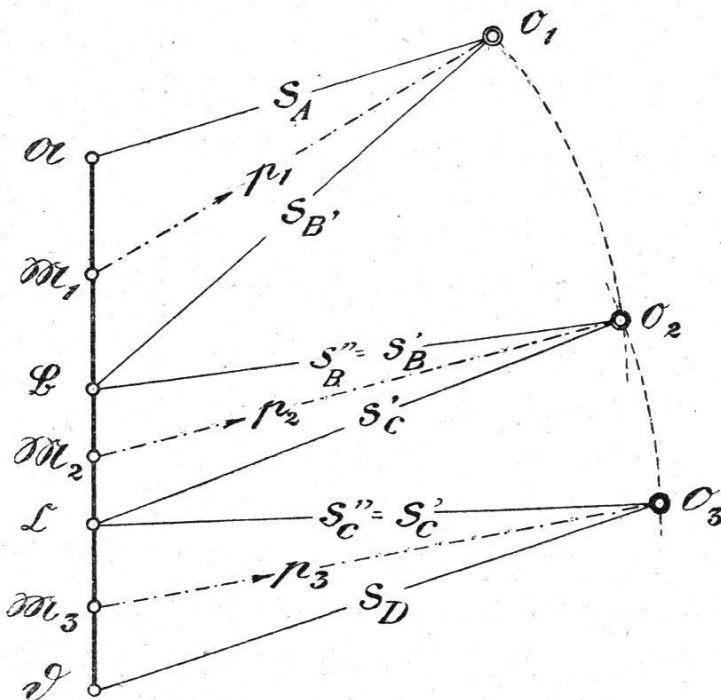


Fig. 11<sup>b</sup>



Wir beschränken uns dabei auf die Erläuterung des graphischen Verfahrens, wobei wir noch voraussetzen, das Seil habe auf seiner ganzen Länge den gleichen Querschnitt und die Seilkurven für Eigengewichtsbelastung seien derart flach, daß dieselben als Parabeln betrachtet werden können.

Das Seil sei an zwei Zwischenpunkten B und C, sowie an den Endstützen A und D unterstützt, wobei dasselbe bei B und C über Rollen gleiten kann. Die totale Entfernung  $l$  zwischen A und D wird dann in drei Spannweiten  $l_1$ ,  $l_2$  und  $l_3$  mit den Steigungen  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  zerlegt, woraus sich die Längen  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  der Sehnen und deren Neigungen  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  berechnen lassen.

In Anbetracht der stets relativ sehr geringen Längenunterschiede  $s_i - d_i$  kann man für die Gewichte  $G_i$  hinreichend genau setzen :

$$G_i = g \cdot d_i,$$

so daß auch diese direkt aus den Dimensionen  $l_i$  und  $h_i$  berechnet werden können.

1. Wir setzen nun zunächst nur eine Belastung mit den Eigengewichten  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  voraus und nehmen dabei noch an, es sei für die erste Spannweite  $l_1$  die Neigung  $p_A$ , oder der Seildurchhang  $z_1$  oder die Zugkraft  $S_A$  gegeben. Alsdann zerlegen wir in Figur 11<sup>b</sup> die Vertikale  $\mathfrak{A} \mathfrak{D} = [G_i]$  in die sechs Strecken :

$$\mathfrak{A} \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_1 \mathfrak{B} = \frac{1}{2} G_1 = \frac{g}{2} \cdot d_1$$

$$\mathfrak{B} \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_2 \mathfrak{C} = \frac{1}{2} G_2 = \frac{g}{2} \cdot d_2$$

$$\mathfrak{C} \mathfrak{M}_3 = \mathfrak{M}_3 \mathfrak{D} = \frac{1}{2} G_3 = \frac{g}{2} \cdot d_3,$$

worauf wir durch die Punkte  $\mathfrak{M}_1$ ,  $\mathfrak{M}_2$  und  $\mathfrak{M}_3$  die Parallelen  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  zu den Sehnen AB, BC und CD in Figur 11<sup>a</sup> ziehen.

Mit  $\mathfrak{B} \mathfrak{B}' = h_1 - p_A \cdot l_1$  oder  $\mathfrak{B} \mathfrak{B}' = 4 z_1$  liefert A  $\mathfrak{B}'$  die Seiltangente  $t_A$  in A; daher erhält man den auf  $g_1$  liegenden Pol  $\mathfrak{D}_1$  des Kräftepolygons zu  $l_1$  aus  $\mathfrak{A} \mathfrak{D}_1 \parallel t_A$  oder  $\mathfrak{A} \mathfrak{D}_1 = S_A$ ;

für das Kräftepolygon zu  $l_2$  ist  $\mathfrak{D}_2$  auf  $g_2$  mit  $\mathfrak{B} \mathfrak{D}_2 = \mathfrak{B} \mathfrak{D}_1$  und für das Kräftepolygon zu  $l_3$  ist  $\mathfrak{D}_3$  auf  $g_3$  mit  $\mathfrak{C} \mathfrak{D}_3 = \mathfrak{C} \mathfrak{D}_2$ .

Die Tangenten  $t_B'' \parallel \mathfrak{B} \mathfrak{D}_2$  und  $t_C'' \parallel \mathfrak{C} \mathfrak{D}_3$  ergeben auf den

Vertikalen durch C und D die Abschnitte  $C'C = 4z_2$  und  $D'D = 4z_3$ , womit nun sowohl die Form der Seilkurven  $s_1$  als auch die Größe der Zugkräfte  $S_A, S_{B'}; S_{B''}, S_{C'}; S_{C''}, S_D$  bestimmt sind.

Hieraus ersieht man, daß diese Zugkräfte für alle Spannweiten annähernd gleich groß ausfallen und insbesondere in ihrer Größe viel weniger von den Dimensionen der einzelnen Spannweiten  $l$  als von den Neigungen  $p$  der Sehnen AB, BC und CD abhängig sind, jedoch von A bis D fortwährend etwas zunehmen.

2. Tritt im ersten Felde zum Gewichte  $G_1$  noch eine Verkehrslast  $Q$  hinzu, so wird — falls das Seil bei A und D verankert ist — das Seilstück  $s_1$  etwas verlängert und gleichzeitig  $s_2$  und  $s_3$  etwas verkürzt, indem sich das Seil bei B etwas mehr als bei C gegen A hin verschiebt, bis wieder  $S_{B'} = S_{B''}$  und  $S_{C'} = S_{C''}$  wird, während die dem spannungslosen Zustande entsprechende Seillänge  $s_0$  unverändert bleiben muß. Die für die Befriedigung dieser Bedingungen sich ziemlich kompliziert gestaltenden Berechnungen kann man sich in vielen Fällen ersparen, wenn man erwägt, daß dabei für das Seilstück  $s_1$  die Verhältnisse etwas günstiger liegen als bei einem Seil mit nur einer Spannweite, bei der eine Seilverschiebung bei B nicht möglich ist.

3. Ist das Seil bei A mit einem Gegengewicht versehen und im zweiten Feld auch mit  $Q$  belastet, dann bleibt das Kräfte-dreieck  $\mathfrak{A} \mathfrak{D}_1 \mathfrak{B}$  ganz unverändert, beim  $\Delta \mathfrak{B} \mathfrak{D}_2 \mathfrak{C}$  ändert  $\mathfrak{B} \mathfrak{C}$  die Größe,  $\mathfrak{B} \mathfrak{D}_2$  die Richtung und  $\mathfrak{C} \mathfrak{D}_2$  die Größe und Richtung, während im  $\Delta \mathfrak{C} \mathfrak{D}_3 \mathfrak{d}$  nur die Grundlinie  $\mathfrak{C} \mathfrak{d}$  ganz unverändert bleibt. Das zweite Feld ist dabei nach dem unter G III beschriebenen Verfahren zu behandeln. Um den Betrag der Verlängerungen von  $s_2$  und  $s_3$  wird sich das Gegengewicht bei A nach aufwärts bewegen.

### **Eine neue Polygonpunktversicherung.**

Die Erfahrung weist darauf hin, daß für eine gute Vermessung nicht nur eine genaue Messung, sondern auch eine gute, dauerhafte Versicherung der Vermessungsfixpunkte von