

# Die Berechnung einer Strecke aus Koordinaten mit Hilfe des Rechenschiebers

Autor(en): **Wyss, T.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **18 (1920)**

Heft 9

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-186238>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Nach Figur 3 ergibt sich ferner mit den Normalen  $MM' \perp AT$ ,  $MS \perp AE$  und  $MM'' \perp AC$  für die Koordinaten der Bogenmitte M, in Bezug auf die Tangente AT als x-Achse und den Radius AC als y-Achse:

$$x_m = AM' = M''M = r \cdot \sin \omega = AS = c = \frac{s}{2};$$

$$y_m = MM' = M''A = r - r \cdot \cos \omega = MS = f = 2r \cdot \sin^2 \frac{\omega}{2}.$$

Dabei ist s die Sehnenlänge und f die Pfeilhöhe für den ganzen Bogen  $\widehat{AE}$ .

Aus den obigen Beziehungen für M folgt somit:

1. Die Abszisse der Bogenmitte ist gleich der halben Sehnenlänge.
2. Die Ordinate der Bogenmitte ist gleich der Pfeilhöhe von  $\widehat{AE}$ . Die Bogenmitte ist daher beim Kreisbogen von der Sehne und von den beiden Endtangenteu gleich weit entfernt, d. h. M ist der Mittelpunkt des dem Dreieck ATE eingeschriebenen Kreises.

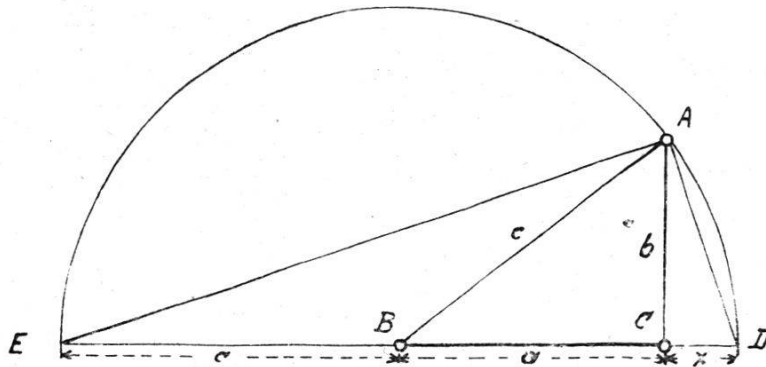
(Fortsetzung folgt.)

## Die Berechnung einer Strecke aus Koordinaten mit Hilfe des Rechenschiebers.

Es gibt verschiedene Methoden, die Länge einer Strecke zu berechnen, wenn die Koordinaten der Endpunkte gegeben sind. Man hat als Grundfigur immer ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten durch die bezüglichen Koordinatendifferenzen gegeben sind, und die Aufgabe ist, die Hypotenuse zu berechnen. Die Berechnung nach dem pythagoreischen Lehrsatz ist aber immer umständlich, so dass man zur Berechnung der Entfernung trigonometrisch bestimmter Punkte den Umweg über das Azimut gewählt hat. In neuerer Zeit bietet auch die Rechenmaschine wesentliche Erleichterungen. Für die Berechnung kleinerer Strecken, wie die Entfernung zweier Grenzpunkte z. B., ist es immerhin wünschenswert, eine weniger umständliche, genügend genaue Berechnungsart anwenden zu können. Sind zwei Punkte auf die nämliche Aufnahmslinie aufgewinkelt und wird ihre direkte Entfernung gemessen, so wird es erwünscht sein, diese Messung auf ihre Richtigkeit und Ge-

nauigkeit gleich im Felde prüfen zu können. Im Felde hat man aber gewöhnlich weder Logarithmen noch Rechenmaschine, sondern nur den Rechenschieber zur Verfügung. Die Berechnung nach dem pythagoreischen Lehrsatz wird aber gewöhnlich wieder zu ungenau, weil Strecken über 10 m Länge auf dem Rechenschieber gewöhnlich nicht mehr auf eine Genauigkeit von  $\pm 1$  cm abgelesen werden können. Es soll nun im folgenden gezeigt werden, wie trotzdem für längere Strecken mit dem Rechenschieber allein ein genügend genaues Resultat erreicht werden kann:

Es seien in nachstehender Figur die Punkte A und B gegeben. Die Abszissen- (resp. Ordinaten)-Differenz ist demnach gleich der *längern* Kathete a, die Ordinaten- (resp. Ab-



szissen-)Differenz gleich der *kürzern* Kathete b des rechtwinkligen Dreiecks ABC.

Zu berechnen ist die Hypotenuse c dieses Dreiecks. Verlängert man die Gerade B-C und schlägt um den Punkt B einen Halbkreis mit der Strecke c als Radius, so entsteht durch Verbindung der Durchmesser-Endpunkte D und E mit dem Punkt A das rechtwinklige Dreieck EAD. Die Strecke CD = x stellt die Differenz zwischen der gesuchten Strecke A-B = c und der längern Kathete a dar. Man erhält die Gleichung:

$$c = a + x. \quad (1)$$

Es wird nun die Aufgabe sein, diese Strecke x zu berechnen. Aus dem rechtwinkligen Dreieck EAD entnimmt man:  $b^2 = x(a + c)$ , oder unter Zuhilfenahme von Gleichung (1):  $b^2 = x(2a + x)$ .

Würde man diese quadratische Gleichung nach x auflösen, so würde dadurch nichts gewonnen, denn die direkte Lösung ergibt:  $x = -a \pm \sqrt{a^2 + b^2}$ . Diese Gleichung drückt dasselbe

aus, wie Gleichung (1), nur ist die Grösse  $c$  nach dem pythagoreischen Lehrsatz durch die Grössen  $a$  und  $b$  dargestellt.

Dividiert man Gleichung (2) durch  $(2a + x)$ , so erhält man:

$$x = \frac{b^2}{2a + x} \quad (3)$$

Da nun bei sehr spitzwinkligen Dreiecken die Grösse  $x$  einen sehr kleinen Wert hat, kann das  $x$  im Nenner des Bruches auf der rechten Seite von Gleichung (3) vernachlässigt werden und man erhält als sehr genäherten Wert für  $x$ :

$$x_1 = \frac{b^2}{2a}.$$

Bei sehr spitzwinkligen Dreiecken wird diese erste Annäherung schon eine genügende Genauigkeit ergeben. Der Wert von  $x_1$  ist indessen etwas zu gross, da der Nenner des Bruches auf der rechten Seite der Gleichung (3) zu klein ist. Setzt man den so gefundenen Wert  $x_1$  in Gleichung (3) ein, so erhält man als zweite Annäherung:

$$x_2 = \frac{b^2}{2a + x_1}.$$

Dieser zweite Näherungswert ist schon bedeutend genauer, indessen etwas zu klein. Durch Einsetzen dieses Wertes erhält

man:  $\frac{b^2}{2a + x_2}$ . Auf diese Weise kann weiter gefahren werden, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist, d. h. bis die Differenz der zwei zuletzt erhaltenen Werte für  $x$  kleiner oder gleich der gewünschten Genauigkeit ist.

Diese Berechnungsart erscheint zwar auch umständlich, doch ist sie für die Anwendung des Rechenschiebers sehr einfach. Man bilde die konstante Grösse  $b^2$  (durch direktes Multiplizieren, nicht mit der Quadrattteilung) und halte diese durch die Läufermarke fest. Durch Dividieren mit der Grösse  $2a$  erhält man die erste Annäherung  $x_1$ . Addiert man diesen Wert zu  $2a$ , so braucht es nur eine kleine Verschiebung der Schieberzunge, um den Wert  $x_2$  zu erhalten. Eine zweite, viel kleinere Verschiebung der Zunge ergibt den Wert  $x_3$  usw. Man wird auf diese Weise in kurzer Zeit zu einer Stellung der Zunge gelangen, dass bei Berücksichtigung der zuletzt erhaltenen Ablesung  $x_n$  die Zungenstellung nicht mehr geändert wird, und damit ist

die Genauigkeit erreicht, die mit dem betreffenden Rechenschieber überhaupt erreicht werden kann. Durch Addition der auf diese Weise berechneten Strecke  $x$  zu der bekannten Strecke  $a$  erhält man die gewünschte Strecke  $c$ .

Bei Dreiecken mit sehr spitzem Winkel können auf diese Weise sehr lange Strecken noch auf eine Genauigkeit von  $\pm 1$  cm berechnet werden. Aber auch im extremsten Falle, beim gleichschenkligen Dreieck, ist die Strecke  $x$  immer noch kleiner als  $\frac{1}{3}$  der Strecke  $c$ , so dass auch in diesem Falle die dreimal grössere Strecke mit der gleichen Genauigkeit erhalten werden kann, die durch eine Berechnung der ganzen Strecke nach der Formel:  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  mit dem Rechenschieber erreicht worden wäre.

*Th. Wyss, Grundbuchgeometer.*

## **Trigonometrische Längenbestimmung geodätischer Grundlinien nach A. Tichy.**

### **Referat und Kritik.**

Auf Wunsch verschiedener Leser dieser Zeitschrift treten wir auf eine schon vor geraumer Zeit propagierte Längenmessmethode ein.

In erster Linie liegt es uns daran, die Methode, die in vielen Fällen nutzbringende Verwendung finden kann, zur Kenntnis unserer Leser zu bringen. In einem zweiten Teile beschäftigen wir uns mit einer Kritik der Methode.

Unter dem Titel unseres Referates hat A. Tichy, Inspektor der österreichischen Staatsbahnen, in den Nummern 1—5 der «Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins», Jahrgang 1909, eine neue Methode zur Längenbestimmung geodätischer Grundlinien entwickelt. Die Abhandlung ist auch als Sonderabdruck erschienen.

Die Grundidee des Verfahrens beruht darauf, aus einem mässig langen Masstab (Etalon) (Länge 1.2 Meter) aus Invarmetall mit Hilfe der sogenannten Rautenmethode in mehrfacher Anwendung durch trigonometrische Messungen auf grössere Strecken überzugehen, die je nach Umständen zwischen 70 und 900 Meter liegen. Grössere Entfernungen wer-