Die Bestimmung der Koordinaten des Schnittpunktes zweier Geraden

Autor(en): **Wyss, T.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **18 (1920)**

Heft 10

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-186241

jedoch immerhin stetig ändern. Daher sollten eigentlich die Zusatzgrössen d z nicht durch lineare, sondern durch die parabolische Interpolation ermittelt werden.

Gehören zu den Winkeln: γ_0, $\gamma_1 = \gamma_0 + \Delta\gamma$, $\gamma_2 = \gamma_0 + 2\cdot\Delta\gamma$
die Funktionswertgruppen: z_0, $z_1 = z_0 + \Delta z_0$, $z_2 = z_1 + \Delta z_1$
mit $\Delta z_1 - \Delta z_0 = \Delta^2 z_0$,
dann liefert die genauere parabolische Interpolation für z:

$$z = z_0 + \left(\Delta z_0 - \frac{\Delta^2 z_0}{2}\right) \cdot \frac{d\gamma}{\Delta\gamma} + {}^1/_2 \cdot \Delta^2 z_0 \cdot \left(\frac{d\gamma}{\Delta\gamma}\right)^2.$$

Der durch die frühere lineare Interpolation gefundene Wert

$$(z) = z_0 + \frac{d\gamma}{\Delta\gamma} \cdot \Delta z_0$$

bedarf daher noch einer Verbesserung v um den Betrag:

$$v = z - (z) = -{}^1/_2 \cdot \Delta^2 z \cdot \left\{\frac{d\gamma}{\Delta\gamma} - \left(\frac{d\gamma}{\Delta\gamma}\right)^2\right\}.$$

Die Differenzen zweiter Ordnung $\Delta^2 z$ überschreiten nun aber nie den Betrag von 8 mm, so dass sich als Höchstwerte V für v — je nach der Grösse von $d\gamma$ — die folgenden Werte ergeben:

Für $d\gamma$	=	0,10	0,25	0,40 Grad
wird V	=	—0,64	—1,00	—0,64 mm

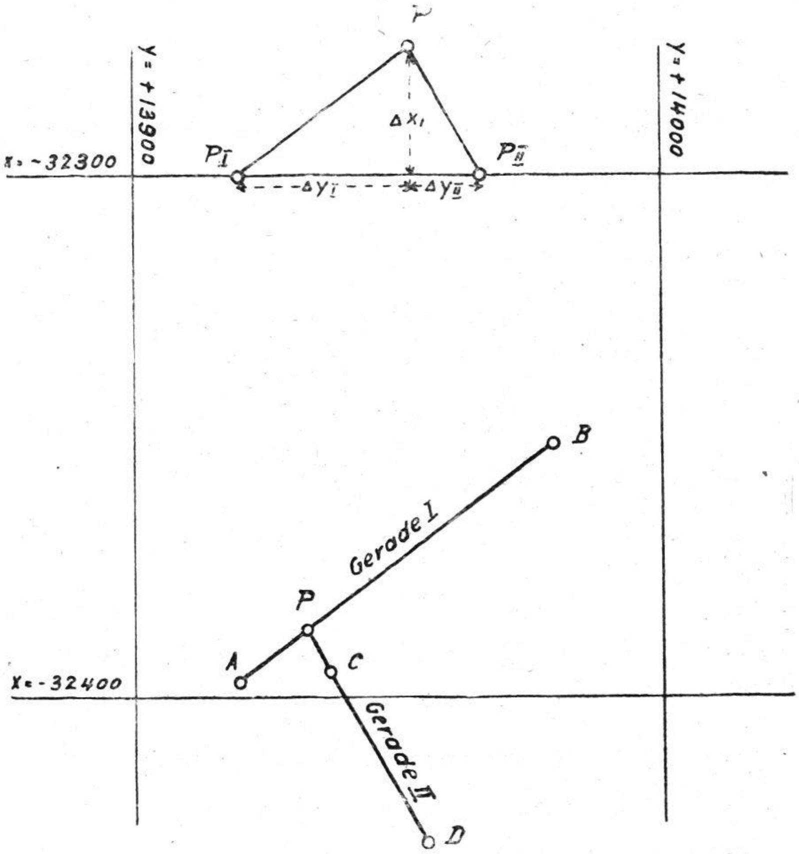
Trotz des gegenüber andern analogen Tabellenwerken ungewöhnlich gross gewählten Argumenten-Intervalles $\Delta\gamma = 0{,}5^0$, ist daher auch bei unserer Tabelle die einfache lineare Interpolation zulässig, ohne dass eine Einbusse in der Genauigkeit der Rechnungsergebnisse in den Kauf genommen werden muss.

(Fortsetzung folgt.)

Die Bestimmung der Koordinaten des Schnittpunktes zweier Geraden.

Für die Berechnung der Schnittpunkts-Koordinaten zweier Geraden, die durch je zwei Punkte bestimmt sind, wurden Normalformeln und ein spezielles Formular aufgestellt, das zur Berechnung mit der Rechenmaschine dient. Die Anwendung dieser Methode setzt eine gewisse Uebung voraus, die dem Praktiker, der nur selten in den Fall kommt, eine solche Berechnung auszuführen, gewöhnlich fehlt. Wenn die betreffenden Geraden auf einem Plane aufgetragen sind, was in der Regel der Fall sein wird, so können die Koordinaten des Schnittpunktes auf folgende Weise bestimmt werden:

Man bestimmt durch Planabgriff die eine der beiden Koordinaten des Schnittpunktes (z. B. die Abszisse) und berechnet für jede Gerade getrennt die zugehörige zweite Koordinate (die Ordinate).



Hat man für den Schnittpunkt P die Abszisse x_1 durch Planabgriff bestimmt, dann ist für die Gerade I:

$$y_I - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x_1 - x_A); \text{ und somit}$$

$$y_I = y_A + \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x_1 - x_A).$$

Ebenso ist für die Gerade II:

$$y_{II} = y_C + \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D}(x_1 - x_C).$$

Die Berechnung dieser Werte für y_I und y_{II} kann mit der Rechenmaschine, bei kleinen Koordinatendifferenzen auch mit dem Rechenschieber ausgeführt werden.

Man erhält auf diese Weise auf jeder Geraden einen Punkt (P_I [y_I, x_1] auf der Geraden I, P_{II} [y_{II}, x_1] auf der Geraden II) mit der Abszisse x_1. Diese zwei Punkte liegen dem Schnittpunkt P (y, x) sehr nahe. Die Lage dieser Punkte zeigt, auf welche Weise die abgelesene Abszisse x_1 korrigiert werden müsste, um bei einer zweiten Berechnung mit dem korrigierten Werte $x_2 = x_1 + \Delta x_1$ zwei näher gelegene Punkte zu erhalten. Die Grösse der Differenz $y_I - y_{II}$ und die Lage der Geraden gibt zugleich einen Anhaltspunkt für die schätzungsweise vorzunehmende Korrektur Δx_1. Es ist indessen nicht notwendig, eine zweite Berechnung vorzunehmen, indem die richtigen Koordinaten y, x des Schnittpunktes nun leicht graphisch bestimmt werden können.

Die berechneten Punkte P_I und P_{II} und der Schnittpunkt P bilden ein kleines Dreieck, das auf dem Plan nicht mehr sichtbar ist, da seine Höhe gleich dem Ablesefehler der abgelesenen Abszisse x_1 ist. Die Länge der Seite P_I—P_{II} ist aber bekannt durch die Differenz $y_I - y_{II}$. Ebenso sind die Richtungen der Seiten des Dreiecks gegeben: Seite P_I—P_{II} durch die Richtung der Ordinatenaxe, Seite P_I—P durch die Richtung der Geraden I, Seite P_{II}—P durch die Richtung der Geraden II.

Man kann also dieses Dreieck in vergrössertem Masstabe (1 : 10 bis 1 : 1) konstruieren, indem man die beiden berechneten Ordinaten y_I und y_{II} in dem gewünschten Masstab auf einer Parallelen zur Ordinatenaxe (der nächstgelegenen Netzlinie) aufträgt, durch den so erhaltenen Punkt P_I eine Parallele zur Geraden I, durch Punkt P_{II} eine Parallele zur Geraden II zieht. Der Schnittpunkt der letztern zwei Geraden ergibt den Punkt P. In dem so konstruierten Dreieck ziehe man die Höhe auf die Seite P_I—P_{II}. Diese Höhe entspricht der Differenz $x - x_1 = \Delta x_1$, d. h. der Strecke, um die man die abgelesene Abszisse x_1 korrigieren muss, um die richtige Abszisse x des Schnittpunktes zu erhalten. Der der Seite P_I—P anliegende Abschnitt der Grundlinie entspricht der Differenz $\Delta y_I = y - y_I$, d. h. der notwendigen Korrektur von y_I; der zweite der Seite P_{II}—P anliegende Abschnitt ergibt die Korrektur für y_{II}: $\Delta y_{II} = y - y_{II}$.

Je nach dem Masstab, in dem das Dreieck $P_I P_{II}$ P konstruiert wurde, können die Korrekturen Δx_1, Δy_I und Δy_{II}

mit der gewünschten Genauigkeit abgegriffen werden, und die Koordinaten des Schnittpunktes sind damit bestimmt:

$$x = x_1 + \Delta x_1$$
$$y = y_I + \Delta y_I = y_{II} + \Delta y_{II}.$$

Die vorstehende Figur bezieht sich auf folgendes Beispiel:

Gerade I gegeben durch:

Punkt A: $y = + 13919.99 \cdot x = - 32396.65.$

Punkt B: $y = + 13979.73 \cdot x = - 32351.10.$

Gerade II gegeben durch:

Punkt C: $y = + 13936.89 \cdot x = - 32394.78.$

Punkt D: $y - + 13955.36 \cdot x = - 32427.51.$

Abgelesen wurde die Abszisse des Schnittpunktes P:

$$x_1 = - 32387.20.$$

Die Berechnung von y_I ergibt:

$$\frac{+ 59.74}{+ 45.55} (+ 9.45) = + 12.39 + 13919.99 = + 13932.38.$$

Die Berechnung von y_{II} ergibt:

$$\frac{- 18.47}{+ 32.73} (+ 7.58) = - 4.28 + 13936.89 = + 13932.61.$$

Durch Vergleichung der Werte y_I und y_{II} mit der Figur zeigt sich, dass die abgelesene Abszisse $x_1 = - 32387.20$ etwas zu gross ist. Dies ergibt sich auch ohne weiteres durch die Lage des Fehlerdreiecks P_I P_{II} P, das im Masstab 1 :10 aufgetragen ist. An diesem Dreieck wurden folgende Werte für die Korrekturen abgelesen:

$\Delta x_1 = + 12.3$ cm; $\Delta y_I = + 16.3$ cm; $\Delta y_{II} = - 6.7$ cm.

Für die definitiven Koordinaten des Schnittpunktes P erhält man:

$$x = x_1 + \Delta x_1 = - 32387.20 + 0.12 = - 32387.08.$$
$$y = y_I + \Delta y_I = + 13932.38 + 0.16 = + 13932.54.$$

oder: $y = y_{II} + \Delta y_{II} = + 13932.61 - 0.07 = + 13932.54.$

Th. Wyss, Grundbuchgeometer.

Trigonometrische Längenbestimmung geodätischer Grundlinien nach A. Tichy.

(Fortsetzung.)

Bis hieher haben wir meist wörtlich die vorerwähnte Veröffentlichung zitiert, weil es uns wichtig schien, den Autor seine Methode selbst einführen zu lassen.