Beitrag zur Fehlerberechnung bei der Luftphotogrammetrie

Autor(en): **Baeschlin, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **19 (1921)**

Heft 12

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-186826

Dans d'autres, Berne, Lucerne, Fribourg, Soleure, Bâle-Campagne, Grisons et Genève, la mensuration des communes doit se faire suivant un certain ordre, c'est-à-dire que rénovations et remaniements s'exécutent suivant un programme bien déterminé; et pour s'en tenir au programme général, il est nécessaire que les remaniements parcellaires prennent un vigoureux développement dans les cantons de Zurich, Schaffhouse, Argovie, Thurgovie, Tessin et Valais.

Pendant les années 1918, 19 et 20, respectivement 1200, 3429 et 1700 ha furent remaniés dans le canton de Vaud, dans la plupart des cas, le territoire entier de la commune et cela dans des conditions les plus satisfaisantes.

Les expériences des années prochaines montreront quels sont les cantons, qui à teneur de leurs décrets, auront encouragé les remaniements d'une façon désirable et dans lesquels les dispositions prises pourront être améliorées.

Depuis la publication de la circulaire du Conseil fédéral du 23 mars 1918, les entreprises en travail laissent entrevoir clairement que les remaniements parcellaires ont pris pendant ces trois années un développement réjouissant dans différentes parties du pays.

La superficie des travaux subventionnés en 1919, par la Confédération, est de 5587 ha et atteint presque les cinq sixièmes de la surface qui devra être remaniée annuellement.

Ces considérations générales démontrent que le but proposé peut être atteint moyennant une organisation judicieuse des travaux de mensurations et de remaniements parcellaires et par la collaboration de tous les intéressés. Ainsi ces deux entreprises seront poursuivies sûrement et sans interruption pour le bien de notre pays.

Beitrag zur Fehlerberechnung bei der Luftphotogrammetrie.

Von *F. Baeschlin*, Professor an der Eidg. Technischen Hochschule Zürich.

In dem interessanten Aufsatz «Zur Fehlertheorie des einfachen räumlichen Rückwärtseinschnittes» von Dr. Samel und Dr. Schollmeyer in Heft 4 und 5 der (deutschen) Zeitschrift für Vermessungswesen 1921 weist Dr. Samel darauf hin, daß es bei der Luftphotogrammetrie eigentlich darauf ankomme, zu wissen, welche Genauigkeit den Strahlen nach Geländepunkten zukomme.

Bei der Luftphotogrammetrie geht man bekanntlich in folgender Weise vor:

Mit einer photographischen Kamera, deren innere Orientierung gegeben ist (Fußpunkt des Lotes vom bildseitigen Hauptpunkt des Aufnahmeobjektives auf die Plattenebene und Bildweite des Objektivs), wird vom Flugzeug aus eine Aufnahme des aufzunehmenden Geländeabschnittes gemacht. Sind in diesem Abschnitt drei Punkte der Lage und Höhe nach bestimmt und können ihre Bilder auf der Platte ermittelt werden, so lassen sich die Raumkoordinaten des Aufnahmeortes und die Orientierung der Platte durch das sogenannte räumliche Rückwärtseinschneiden bestimmen. Auf dieses Problem treten wir heute nicht näher ein.

Für alle weitern Geländepunkte kann dann die Lage des Objektstrahles durch den Aufnahmeort angegeben werden. Besitzt man zwei Aufnahmen derselben Geländepartie aus verschiedenen Raumpunkten, so lassen sich die Geländepunkte durch räumliches Vorwärtseinschneiden bestimmen. Bei einer korrekten Fehleruntersuchung ist zu beachten, daß die Festlegung der Neustrahlen relativ zu den drei richtigen Feststrahlen erfolgt und daß es daher darauf ankommt, die mittleren Fehler der Winkel des Neustrahles mit jedem der drei Feststrahlen zu bestimmen, wenn uns die mittleren Fehler der drei Pyramidenspitzenwinkel am Aufnahmeort gegeben sind.

Auf diesen Punkt macht Dr. Samel in dem oben zitierten Artikel einleitend aufmerksam, beschränkt sich dann aber unerwarteterweise trotzdem nur auf die Bestimmung der Koordinatenfehler des Stationspunktes. Mir scheint auch die Berechnung des sogenannten räumlichen Punktfehlers m, wo

$$m^2 = m^2_x + m^2_y + m^2_z$$

ist, nicht allen Bedürfnissen der Praxis zu entsprechen, indem sehr oft nach dem Lagefehler m_L ($m^2_L = m^2_x + m^2_y$) und dem Höhenfehler m_z gesondert gefragt wird. Diese Fehler sind auch meistens von ganz verschiedener Größe. Die elegante graphische Lösung des gestellten Problems geht dann allerdings verloren; aber die Praxis kümmert sich eben wenig um die Eleganz.

Um die Leser möglichst unabhängig in das Problem einzuführen, werden wir die Samel'sche Untersuchung kurz in unsere Darlegungen aufnehmen und die Formeln für m_x, m_y und m_z ergänzend aufstellen.

Gegeben sind drei Geländepunkte P_1 (x_1, y_1, z_1), P_2 (x_2, y_2, z_2) und P_3 (x_3, y_3, z_3).

Durch Ausmessung des von einem Raumpunkte O (x, y, z) aus aufgenommenen Bildes mit einer Kamera, deren innere Orientierung bekannt ist, konnten die Pyramidenspitzenwinkel $\sphericalangle P_1 O P_2 = \alpha_3$, $\sphericalangle P_2 O P_3 = \alpha_1$ und $\sphericalangle P_3 O P_1 = \alpha_2$ bestimmt werden.

Die mittleren Fehler dieser drei Winkel seien uns bekannt; wir wollen der Einfachheit halber diese drei mittleren Fehler als gleich annehmen.

$$m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = m_{\alpha_3} = m_\alpha.$$

Aus der Photographie werde die Richtung nach einem beliebigen Geländepunkt P (X, Y, Z) entnommen. Es sollen die mittleren Fehler der drei Winkel

$$P O P_1 = \varepsilon_1$$
$$P O P_2 = \varepsilon_2$$
$$P O P_3 = \varepsilon_3$$

bestimmt werden; infolge der Fehlerhaftigkeit der Standortskoordinaten x, y, z, die aus den fehlerhaften Winkeln α_1, α_2 und α_3 berechnet werden, werden die abgeleiteten Winkel ε_1, ε_2 und ε_3 verfälscht erscheinen. Die Fehlerhaftigkeit des Strahles O P, herrührend von seiner Entnahme aus der Photographie, vernachlässigen wir bei dieser Betrachtung.

Wir führen folgende abkürzende Bezeichnungen ein:

Richtungscosinus	des Strahles		$O P_1$	: λ_1, μ_1, ν_1
»	»		$O P_2$	: λ_2, μ_2, ν_2
»	»		$O P_3$	: λ_3, μ_3, ν_3
»	»		$O P$	: λ, μ, ν
Räumliche	Distanz		$P_1 P_2$	: a_3
»	»		$P_2 P_3$	: a_1
»	»		$P_3 P_1$	: a_2
»	»		$O P_1$	: l_1
»	»		$O P_2$	: l_2
»	»		$O P_3$	: l_3
»	»		$O P$	: l

Wir haben folgende Beziehungen:

$$\lambda_i = \frac{x - x_i}{l_i} \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\mu_i = \frac{y - y_i}{l_i} \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\nu_i = \frac{z - z_i}{l_i} \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\lambda = \frac{x - X}{l}, \qquad \mu = \frac{y - Y}{l}, \qquad \nu = \frac{z - Z}{l}$$

$$l_i = \sqrt{\Sigma\,(x - x_i)^2} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

Dabei bedeutet das Zeichen Σ in bekannter Weise eine Summe mit zyklischer Vertauschung der Koordinaten, so daß z. B.

$$l_1 = \sqrt{\Sigma\,(x - x_1)^2} = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}.$$

Ferner ist

$$l = \sqrt{\Sigma\,(x - X)^2}$$

Wir haben nun zur Lösung unserer Aufgabe folgende grundlegende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos\varepsilon_1 &= \lambda\lambda_1 + \mu\mu_1 + \nu\nu_1 = \Sigma\,\lambda\lambda_1 \\ \cos\varepsilon_2 &= \lambda\lambda_2 + \mu\mu_2 + \nu\nu_2 = \Sigma\,\lambda\lambda_2 \\ \cos\varepsilon_3 &= \lambda\lambda_3 + \mu\mu_3 + \nu\nu_3 = \Sigma\,\lambda\lambda_3 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_1 &= \Sigma\,\lambda_2\lambda_3 \\ \cos\alpha_2 &= \Sigma\,\lambda_3\lambda_1 \\ \cos\alpha_3 &= \Sigma\,\lambda_1\lambda_2 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Durch diese Gleichungen sind die Winkel ε_1, ε_2 und ε_3 als Funktionen der Winkel α_1, α_2 und α_3 definiert.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varphi_1\,(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \\ \varepsilon_2 &= \varphi_2\,(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \\ \varepsilon_3 &= \varphi_3\,(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \end{aligned}$$

Es ist dann nach Gauß' Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\left.\begin{aligned} m^2_{\varepsilon_1} &= m^2_\alpha \left[\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial\alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial\alpha_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial\alpha_3}\right)^2\right] \\ m^2_{\varepsilon_2} &= m^2_\alpha \left[\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\alpha_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\alpha_3}\right)^2\right] \\ m^2_{\varepsilon_3} &= m^2_\alpha \left[\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial\alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial\alpha_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial\alpha_3}\right)^2\right] \end{aligned}\right. \quad (3)$$

Durch die Formeln (1) und (2) sind die Winkel α_1, α_2 und α_3 und ε_1, ε_2 und ε_3 als Funktionen von x, y, z ausgedrückt. Zur Bestimmung der partiellen Differentialquotienten von (3) haben wir folgende 9 Beziehungen:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_i} &= \Sigma \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha_i} \quad (i = 1, 2, 3) \\
\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \alpha_i} &= \Sigma \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha_i} \quad (i = 1, 2, 3) \\
\frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \alpha_i} &= \Sigma \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha_i} \quad (i = 1, 2, 3)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Bestimmung der partiellen Differentialquotienten der Winkel ε_1, ε_2, ε_3 *nach den Koordinaten* x, y, z *des Stationspunktes.*

Schreiben wir die erste der Gleichungen (1) explicite in x, y und z, so bekommen wir:

$$
\cos \varepsilon_1 = \frac{x-X}{\sqrt{\Sigma (x-X)^2}} \cdot \frac{x-x_1}{\sqrt{\Sigma (x-x_1)^2}} + \frac{y-Y}{\sqrt{\Sigma (x-X)^2}} \cdot \frac{y-y_1}{\sqrt{\Sigma (x-x_1)^2}}
+ \frac{z-Z}{\sqrt{\Sigma (x-X)^2}} \cdot \frac{z-z_1}{\sqrt{\Sigma (x-x_1)^2}}
$$

Durch Differentiation nach x erhalten wir:

$$
-\sin \varepsilon_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x} = \frac{(x-X) + (x-x_1)\, l_1\, l - (x-x_1)(x-X)\left[\frac{\partial l_1}{\partial x} l + \frac{\partial l}{\partial x} l_1\right]}{l_1^2\, l^2}
-(y-y_1)(y-Y)\frac{\frac{\partial l_1}{\partial x} l + \frac{\partial l}{\partial x} l_1}{l_1^2\, l^2}
-(z-z_1)(z-Z)\frac{\frac{\partial l_1}{\partial x} l + \frac{\partial l}{\partial x} l_1}{l_1^2\, l^2}
$$

Nun ist aber

$$
\frac{\partial l_1}{\partial x} = \frac{x-x_1}{l_1} = \lambda_1 ; \quad \frac{\partial l}{\partial x} = \frac{x-X}{l} = \lambda .
$$

Damit erhalten wir:

$$
\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x} = - \frac{1}{l_1\, l \sin \varepsilon_1} [\lambda (l - l_1 \cos \varepsilon_1) + \lambda_1 (l_1 - l \cos \varepsilon_1)]
$$

In analoger Weise wird:

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y} = -\frac{1}{l_1\, l \sin \varepsilon_1}\left[\mu\,(l - l_1 \cos \varepsilon_1) + \mu_1\,(l_1 - l \cos \varepsilon_1)\right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial z} = -\frac{1}{l_1\, l \sin \varepsilon_1}\left[\nu\,(l - l_1 \cos \varepsilon_1) + \nu_1\,(l_1 - l \cos \varepsilon_1)\right]$$

Wir führen hier folgende Abkürzungen ein:

$$U_i = \frac{\lambda\,(l - l_i \cos \varepsilon_i) + \lambda_i\,(l_i - l \cos \varepsilon_i)}{S_i \sin \varepsilon_i}$$

$$V_i = \frac{\mu\,(l - l_i \cos \varepsilon_i) + \mu_i\,(l_i - l \cos \varepsilon_i)}{S_i \sin \varepsilon_i} \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (5)$$

$$W_i = \frac{\nu\,(l - l_i \cos \varepsilon_i) + \nu_i\,(l_i - l \cos \varepsilon_i)}{S_i \sin \varepsilon_i}$$

Dabei bedeutet S_i die räumliche Distanz PP_i.

Die Nenner S_1 S_2 und S_3 wurden eingeführt, damit

$$\Sigma\, U^2_1 = 1, \qquad \Sigma\, U^2_2 = 1, \qquad \Sigma\, U^2_3 = 1.$$

Mit diesen Abkürzungen (5) erhalten wir:

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x} = -\frac{S_i}{l_i\, l}\, U_i, \quad \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial y} = -\frac{S_i}{l_i\, l}\, V_i, \quad \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial z} = -\frac{S_i}{l_i\, l}\, W_i \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (6)$$

Bestimmung der partiellen Differentialquotienten der Koordinaten x, y, z nach den Pyramidenspitzenwinkeln α_1, α_2 *und* α_3.

Wir haben die Gleichung:

$$(x - x_2)(x - x_3) + (y - y_2)(y - y_3) + (z - z_2)(z - z_3) = l_2\, l_3 \cos \alpha_1.$$

Durch Differentiation erhalten wir:

$$\begin{aligned} &(x - x_2)\, dx + (y - y_2)\, dy + (z - z_2)\, dz \\ &+ (x - x_3)\, dx + (y - y_3)\, dy + (z - z_3)\, dz = \qquad (8) \\ &\qquad = d\,(l_2\, l_3) \cos \alpha_1 + l_2\, l_3\, d\,(\cos \alpha_1). \end{aligned}$$

Indem wir auch hier die frühern Abkürzungen für die Richtungskosinus einführen, erhalten wir:

$$\begin{aligned} &l_3\,(\lambda_3\, dx + \mu_3\, dy + \nu_3\, dz) + l_2\,(\lambda_2\, dx + \mu_2\, dy + \nu_2\, dz) \\ &- \cos \alpha_1\, [l_3\,(\lambda_2\, dx + \mu_2\, dy + \nu_2\, dz) + l_2\,(\lambda_3\, dx + \mu_3\, dy + \nu_3\, dz)] \\ &\qquad = -l_2\, l_3 \sin \alpha_1\, d\alpha_1 \qquad (9) \end{aligned}$$

Hier führen wir die folgenden Abkürzungen ein:

$$u_1 = \frac{\lambda_2\,(l_2 - l_3 \cos \alpha_1) + \lambda_3\,(l_3 - l_2 \cos \alpha_1)}{a_1 \sin \alpha_1}$$

$$v_1 = \frac{\mu_2\,(l_2 - l_3 \cos \alpha_1) + \mu_3\,(l_3 - l_2 \cos \alpha_1)}{a_1 \sin \alpha_1} \qquad (10a)$$

$$w_1 = \frac{\nu_2\,(l_2 - l_3 \cos \alpha_1) + \nu_3\,(l_3 - l_2 \cos \alpha_1)}{a_1 \sin \alpha_1}$$

a_1 bezeichnet hier gemäß früherer Einführung die räumliche Entfernung $P_2 P_3$. Man wählte den Divisor $a_1 \sin \alpha_1$, damit $u^2_1 + v^2_1 + w^2_1 = 1$ werde.

Bei analoger Behandlung der zweiten Gleichung

$$\lambda_3 \lambda_1 + \mu_3 \mu_1 + \nu_3 \nu_1 = \cos \alpha_2$$

führen wir die Abkürzungen ein:

$$\left.\begin{aligned} u_2 &= \frac{\lambda_3 (l_3 - l_1 \cos \alpha_2) + \lambda_1 (l_1 - l_3 \cos \alpha_2)}{a_2 \sin \alpha_2} \\ v_2 &= \frac{\mu_3 (l_3 - l_1 \cos \alpha_2) + \mu_1 (l_1 - l_3 \cos \alpha_2)}{a_2 \sin \alpha_2} \\ w_2 &= \frac{\nu_3 (l_3 - l_1 \cos \alpha_2) + \nu_1 (l_1 - l_3 \cos \alpha_2)}{a_2 \sin \alpha_2} \end{aligned}\right\} \quad (10b)$$

Bei Behandlung der dritten Gleichung:

$$\lambda_1 \lambda_2 + \mu_1 \mu_2 + \nu_1 \nu_2 = \cos \alpha_3$$

bekommen wir die Abkürzungen:

$$\left.\begin{aligned} u_3 &= \frac{\lambda_1 (l_1 - l_2 \cos \alpha_3) + \lambda_2 (l_2 - l_1 \cos \alpha_3)}{a_3 \sin \alpha_3} \\ v_3 &= \frac{\mu_1 (l_1 - l_2 \cos \alpha_3) + \mu_2 (l_2 - l_1 \cos \alpha_3)}{a_3 \sin \alpha_3} \\ w_3 &= \frac{\nu_1 (l_1 - l_2 \cos \alpha_3) + \nu_2 (l_2 - l_1 \cos \alpha_3)}{a_3 \sin \alpha_3} \end{aligned}\right\} \quad (10c)$$

Unter Benützung dieser Abkürzungen (10) erhält man aus (9) folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} u_1\, dx + v_1\, dy + w_1\, dz &= -\frac{l_2\, l_3}{a_1}\, d\alpha_1 \\ u_2\, dx + v_2\, dy + w_2\, dz &= -\frac{l_3\, l_1}{a_2}\, d\alpha_2 \\ u_3\, dx + v_3\, dy + w_3\, dz &= -\frac{l_1\, l_2}{a_3}\, d\alpha_3 \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Die Auflösung dieser linearen Gleichungen mit Hilfe von Determinanten ergibt:

$$\left.\begin{aligned} dx &= -\frac{u_{23} \frac{l_2\, l_3}{a_1}\, d\alpha_1 + u_{31} \frac{l_3\, l_1}{a_2}\, d\alpha_2 + u_{12} \frac{l_1\, l_2}{a_3}\, d\alpha_3}{\Sigma\, u_1\, u_{23}} \\ dy &= -\frac{v_{23} \frac{l_2\, l_3}{a_1}\, d\alpha_1 + v_{31} \frac{l_3\, l_1}{a_2}\, d\alpha_2 + v_{12} \frac{l_1\, l_2}{a_3}\, d\alpha_3}{\Sigma\, u_1\, u_{23}} \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$$dz = -\frac{w_{23}\frac{l_2\, l_3}{a_1}\, d\alpha_1 + w_{31}\frac{l_3\, l_1}{a_2}\, d\alpha_2 + w_{12}\frac{l_1\, l_2}{a_3}\, d\alpha_3}{\Sigma\, u_1\, u_{23}} \qquad (12)$$

Für die zweireihigen Determinanten im Zähler sind hierbei die Abkürzungen benutzt:

$$\begin{aligned} u_{ik} &= v_i\, w_k - w_i\, v_k \quad (i,\ k = 1,\ 2,\ 3) \\ v_{ik} &= w_i\, u_k - u_i\, w_k \\ w_{ik} &= u_i\, v_k - v_i\, u_k \end{aligned} \qquad (13)$$

Die dreireihige Determinante des Nenners sei mit D bezeichnet. Es ist

$$D = \Sigma\, u_1\, u_{23} = \Sigma\, u_2\, u_{31} = \Sigma\, u_3\, u_{12}. \qquad (14)$$

Aus (12) folgt, da ja die Koeffizienten der Differentiale $d\alpha_1$, $d\alpha_2$ und $d\alpha_3$ die entsprechenden partiellen Differentialquotienten sind:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \alpha_1} &= -\frac{u_{23}\, l_2\, l_3}{a_1\, D}; & \frac{\partial y}{\partial \alpha_1} &= -\frac{v_{23}\, l_2\, l_3}{a_1\, D}; & \frac{\partial z}{\partial \alpha_1} &= -\frac{w_{23}\, l_2\, l_3}{a_1\, D} \\ \frac{\partial x}{\partial \alpha_2} &= -\frac{u_{31}\, l_3\, l_1}{a_2\, D}; & \frac{\partial y}{\partial \alpha_2} &= -\frac{v_{31}\, l_3\, l_1}{a_2\, D}; & \frac{\partial z}{\partial \alpha_2} &= -\frac{w_{31}\, l_3\, l_1}{a_2\, D} \\ \frac{\partial x}{\partial \alpha_3} &= -\frac{u_{12}\, l_1\, l_2}{a_3\, D}; & \frac{\partial y}{\partial \alpha_3} &= -\frac{v_{12}\, l_1\, l_2}{a_3\, D}; & \frac{\partial z}{\partial \alpha_3} &= -\frac{w_{12}\, l_1\, l_2}{a_3\, D} \end{aligned} \qquad (15)$$

Unter Zuhilfenahme dieser partiellen Differentialquotienten (15) erhalten wir m_x, m_y, m_z durch Benützung der Formel

$$m_x = m_\alpha \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha_3}\right)^2}$$

und analogen für m_y und m_z:

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_\alpha}{D}\sqrt{\left(\frac{u_{23}\, l_2\, l_3}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{31}\, l_3\, l_1}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{u_{12}\, l_1\, l_2}{a_3}\right)^2} \\ m_y &= \frac{m_\alpha}{D}\sqrt{\left(\frac{v_{23}\, l_2\, l_3}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{v_{31}\, l_3\, l_1}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{v_{12}\, l_1\, l_2}{a_3}\right)^2} \\ m_z &= \frac{m_\alpha}{D}\sqrt{\left(\frac{w_{23}\, l_2\, l_3}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{w_{31}\, l_3\, l_1}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{w_{12}\, l_1\, l_2}{a_3}\right)^2} \end{aligned} \qquad (16)$$

Bestimmung der partiellen Differentialquotienten der ε_1, ε_2, ε_3 *nach* α_1, α_2, α_3.

Aus Formel (4) entnehmen wir:

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \alpha_1}$$

Unter Benutzung der Formeln (6) und (15) erhalten wir daher:

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_1} = \frac{S_1}{l_1 l} U_1 \frac{l_2 l_3}{a_1 D} u_{23} + \frac{S_1}{l_1 l} V_1 \frac{l_2 l_3}{a_1 D} v_{23} + \frac{S_1}{l_1 l} W_1 \frac{l_2 l_3}{a_1 D} w_{23}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_1} = \frac{S_1 l_2 l_3}{a_1 l_1 l D} \Sigma (U_1 u_{23})$$

Analog finden wir:

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_2} = \frac{S_1 l_3 l_1}{a_2 l_1 l D} \Sigma U_1 u_{31} \qquad (17)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \alpha_3} = \frac{S_1 l_1 l_2}{a_3 l_1 l D} \Sigma U_1 u_{12}$$

Daraus und aus analogen Formeln finden wir endgültig:

$$m_{\varepsilon_1} = m_\alpha \frac{S_1}{l_1 l D} \times \sqrt{\left(\frac{l_2 l_3}{a_1} \Sigma U_1 u_{23}\right)^2 + \left(\frac{l_3 l_1}{a_2} \Sigma U_1 u_{31}\right)^2 + \left(\frac{l_1 l_2}{a_3} \Sigma U_1 u_{12}\right)^2}$$

$$m_{\varepsilon_2} = m_\alpha \frac{S_2}{l_2 l D} \times \sqrt{\left(\frac{l_2 l_3}{a_1} \Sigma U_2 u_{23}\right)^2 + \left(\frac{l_3 l_1}{a_2} \Sigma U_2 u_{31}\right)^2 + \left(\frac{l_1 l_2}{a_2} \Sigma U_2 u_{12}\right)^2} \qquad (18)$$

$$m_{\varepsilon_3} = m_\alpha \frac{S_3}{l_3 l D} \times \sqrt{\left(\frac{l_2 l_3}{a_1} \Sigma U_3 u_{23}\right)^2 + \left(\frac{l_3 l_1}{a_2} \Sigma U_3 u_{31}\right)^2 + \left(\frac{l_1 l_2}{a_3} \Sigma U_3 u_{12}\right)^2}$$

Man könnte diese Formeln in ähnlicher Weise, wie dies die Herren Dr. Samel und Dr. Schollmeyer in ihrer Arbeit getan haben, geometrisch interpretieren. Einfache Ausdrücke wären aber erst zu erwarten, wenn man einen Fehler

$$m_\varepsilon = \sqrt{m^2_{\varepsilon_1} + m^2_{\varepsilon_2} + m^2_{\varepsilon_3}}$$

bilden würde.

Ich ziehe es aber vor, die Fehlergrößen m_{ε_1}, m_{ε_2} und m_{ε_3} getrennt zu berechnen, weil damit mehr über den Strahl O P auszusagen ist, als mit der Größe m_ε. Aus diesem Grunde verfolge ich diese geometrische Interpretation hier nicht weiter.

Diskutiert man die Fehlerformeln (18) in speziellen der Praxis entnommenen Beispielen, so erkennt man, daß die Relativfehler der Neustrahlen bedeutend geringer ausfallen, als man nach den Fehlern m_x, m_y und m_z des Stationspunktes O schließen möchte. Diesem Umstande entsprechend kann man hoffen, daß es in Bälde gelingen werde, die Photogrammetrie vom Flugzeuge aus so auszubilden, daß eine rationelle, genügend genaue Vermessung aus der Luft garantiert werden kann.

Von der Behandlung von Beispielen sehe ich zur Zeit ab.

Confection du plan d'ensemble original exécuté conformément aux instructions du 27 décembre 1919.

Par M. *Marcel Diday,* ingénieur-topographe, vérificateur de la section de topographie au service topographique fédéral.

Le sujet que j'ai l'honneur de traiter devant vous m'était en quelque sorte imposé par la mise en vigueur des instructions du 27 décembre 1919 concernant la confection des plans d'ensemble originaux. Il était du reste tout indiqué que ces instructions fussent commentées devant les géomètres qui ont à les mettre en pratique, de façon, en précisant quelques points à leur éviter certaines erreurs, sources de déboires et d'ennuis de toute nature.

Dans un remarquable article publié en 1919 dans le journal de la Société suisse des Géomètres, M. E. Leupin, ancien chef de la section de topographie au service topographique, a étudié la question des plans d'ensemble au point de vue général; je pourrais, par conséquent, me dispenser d'y revenir; toutefois il m'a paru qu'en relevant certaines idées émises dans cet article et en les mettant en relief à l'aide de quelques exemples concrets, nous arriverions non seulement à mieux en sentir la portée, mais encore à toucher du doigt le bien fondé de nombreuses observations.

M. Leupin constate en particulier que de tous les plans vérifiés par le service topographique, aucun ne satisfaisait aux exigences prévues par les instructions du 10 juin 1910. Les fautes étaient partout les mêmes: dessin peu soigné, imprécis, souvent mauvais, parties laissées en blanc, introduction ou changement dans le signes conventionnels, spécialement dans la