Des projections à pôle déplacé

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **29 (1931)**

Heft 4

PDF erstellt am: **02.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-192687

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Des projections à pôle déplacé.

Par *A. Ansermet.*

Un des problèmes les plus controversés dans le domaine des mensurations est incontestablement celui qui a trait au mode le plus rationnel de représentation: plane d'un réseau trigonométrique; cela tient principalement au fait que pendant très longtemps ce problème n'a pas été étudié dans toute sa généralité et avec suffisance de hauteur de vues. L'hypothèse de la symétrie par rapport au méridien central du réseau, considérée trop souvent comme intangible, a conduit les services de mensuration à éliminer des solutions intéressantes et à restreindre considérablement le choix des systèmes de coordonnées. Les récents travaux du commandant Laborde du Service géographique de Madagascar, ceux exécutés en Tchécoslovaquie pour projeter le nouveau réseau de triangulation montrent tout le parti qu'on peut tirer d'un déplacement du pôle de la projection. Le système suisse de coordonnées est bien à pôle déplacé mais avec cette restriction que le pôle reste sur le méridien central du pays.

Rappelons tout d'abord quelques notions élémentaires sur les coordonnées conformes: le réseau trigonométrique n'est pas déformé puisqu'il y a similitude entre deux figures quelconques sur le plan et sur la surface. On peut assimiler l'altération des longueurs à une variation d'échelle. Désignons par m le coefficient d'altération linéaire ou l'échelle; les points tels que $m = \text{constante}$
sont situés sur une courbe appelée *isomètre*. Dans le voisinage de l'origine les isomètres sont en général des ellipses; la Suisse est inscriptible dans l'isomètre $m = 1.000\ 11$
(voir Revue technique suisse des mensurations, 1925, n°s 7, 8). On appelle quelquefois *isomorphes* les courbes qui rencontrent orthogonalement les isomètres. Le réseau des isomètres et des isomorphes joue un rôle fondamental pour le calcul de la courbure des côtés de triangulation; cette courbure est maximum pour les côtés tangents à l'isomètre et s'annule pour les côtés tangents à l'isomorphe. La courbure des côtés de triangulation varie donc avec l'azimut; lorsque le côté de triangulation pivote autour d'un point déterminé, le centre de courbure se déplace sur une parallèle à la tangente à l'isomètre au point considéré. La notion d'isomètre est donc liée étroitement au calcul de la déformation des triangles du réseau; le tracé de l'isomètre-enveloppe circonscrite au champ à trianguler est en corrélation directe avec un théorème célèbre de Tchebycheff (Darboux H., Bull. des sc. mathématiques, 1911). De même que la réduction au niveau de la mer se déduit des isohypses de la carte, l'altération linéaire se déduit des isomètres.

Ces deux éléments: isomètres et isohypses, permettent donc de calculer complètement la triangulation. La formule générale pour la correction d'azimut peut se développer en série:

$$\hat{C} = \frac{1}{2} \Gamma_3 L + \frac{1}{72} \cdot \Gamma''_1 L^3 + \ldots.$$

Cette formule est due au Commandant Laborde; L désigne la longueur du côté de triangulation, Γ_1'' la dérivée seconde de la courbure calculée au sommet origine du côté considéré et Γ_3 la courbure du côté calculée au premier tiers à partir de ce sommet. Cette série est caractérisée par l'absence de terme en L^2. Le calcul des coordonnées conformes est donc très simple même dans le cas le plus général de projection. L'isomètre d'altération linéaire nulle est appelée *ligne neutre* ou *axe neutre*; il est loisible de faire varier cet axe en introduisant une réduction d'échelle arbitraire.

Considérons successivement les quatre cas particuliers suivants: la Tchécoslovaquie, Madagascar, Sumatra, et la Suisse.

La Tchécoslovaquie mesure environ 960 km dans sa plus grande longueur et 280 km dans sa plus grande largeur; le système de coordonnées de 1927 comporte une projection conique à pôle déplacé avec un axe neutre incliné de 22 degrés par rapport au parallèle central. Les valeurs extrêmes du coefficient sont les suivantes:

$m = 1.\ 000\ 00$ (axe neutre)
$m = 1.\ 000\ 22$ (maximum)

par l'introduction d'un facteur de réduction le coefficient prend les valeurs: $m = -1.\ 000\ 11$ (axe neutre)
$m = +1.\ 000\ 11$ (péripherie)

Madagascar: Le Commandant Laborde a doté cette colonie, limitée par des frontières naturelles, d'une projection à pôle déplacé (type dit parabolique); les isomètres dégénèrent en lignes parallèles à l'axe neutre. L'île de Madagascar est inscriptible dans un rectangle de 1600 sur 600 km. Ces dimensions justifient une double projection. L'axe neutre est incliné de 21 grades environ par rapport au méridien; une rotation des axes de coordonnées rétablit la symétrie par rapport au méridien central (voir cahiers du Service géographique de Madagascar).

Le coefficient m varie entre 1/899 et 1/842 en passant par zéro sur l'axe neutre, cet axe n'étant pas rigoureusement équidistant des deux côtés.

Par une réduction d'échelle ces chiffres sont ramenés à:

côté est . . .	+1/1633	(au lieu de 1/899)
axe neutre . .	—1/2000	(» » » zéro)
côté ouest . .	+1/1453	(» » » 1/842)

Pour la mensuration proprement dite il serait opportun d'envisager des réductions locales d'échelle.

Sumatra: Cet île a été triangulée par le Prof. Schols dans le système de Mercator dont l'application paraissait naturelle dans le voisinage immédiat de l'Equateur. Si l'on considère que cette île mesure 1750 km de longueur sur 430 km de largeur maximum et qu'elle est orientée sensiblement suivant la bissectrice du méridien et du parallèle, un déplacement du pôle est particulièrement indiqué. L'ordonnée maximum par rapport à l'axe neutre est réduite à 215 km. Le coefficient m varie entre 0^m et $0.^m58$ ou entre $\pm 0.^m29$. L'avantage de la projection à pôle déplacé est ici indiscutable.

Suisse: Le système le plus rationnel de coordonnées pour la Suisse peut être classé implicitement dans les projections à pôle déplacé, bien que la définition du système soit purement analytique; les paramètres se déduisent de l'isomètre-enveloppe ($m = 1.000\,11$). Remarquons qu'une double-projection, pour un champ aussi restreint, était superflue.

Calcul de la triangulation. Le commandant Laborde a donné une méthode générale très intéressante, qui diffère quelque peu des procédés classiques, en partant de la formule connue:

$$\Gamma = \frac{1}{m}\left(\frac{\partial m}{\partial X}\sin V - \frac{\partial m}{\partial Y}\cdot\cos V\right)$$

où Γ désigne la courbure du côté de triangulation au point (XY) en fonction du gisement V et de l'échelle m.

On a de plus, en fonction de l'arc S (côté projeté):

$$dx = -dS\sin(V-V_1) = [-(V-V_1) + \tfrac{1}{6}(V-V_1)^3 \ldots.]\, dS$$

$$dy = +dS\cdot\cos(V-V_1) = [1 - \tfrac{1}{2}(V-V_1)^2 + \ldots.]\, dS$$

$$dV = \Gamma\cdot dS$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_1' S + \tfrac{1}{2}\Gamma_1'' S^2 + \ldots.$$

$$V = \int_0^S \Gamma\cdot dS = V_1 + \Gamma_1 S + \tfrac{1}{2}\Gamma_1' S^2 + \tfrac{1}{6}\Gamma_1'' S^3 + \ldots.$$

ce qui donne en introduisant V dans dx et dy et en intégrant:

$$\begin{cases} x = -\tfrac{1}{2}\Gamma_1 S^2 - \tfrac{1}{6}\Gamma_1' S^3 + \tfrac{1}{24}(\Gamma_1^3 - \Gamma_1'')S^4 + \ldots. \\ y = S - \tfrac{1}{6}\Gamma_1^2 S^3 - \tfrac{1}{8}\Gamma_1\Gamma_1' S^4 + \ldots. \end{cases}$$

Introduisons la corde $AA_1 = D$ et l'arc $\widehat{AA_1} = L$

$$D = \sqrt{x^2+y^2} = L - \tfrac{1}{24}\Gamma_2^2 L^3 + \ldots.$$

l'indice 2 se rapportant au milieu du côté AA_1

$$\sin\hat{C} = -\frac{x}{D} = \tfrac{1}{2}\Gamma_1 L + \tfrac{1}{6}\Gamma_1^1 L^2 + \left[\tfrac{1}{24}\Gamma_1'' - \tfrac{1}{48}\Gamma_1^3\right]L^3 + \ldots.$$

$$\hat{C} = \sin\hat{C} + \tfrac{1}{6}\sin^3\hat{C} + \ldots. = \tfrac{1}{2}\Gamma_1 L + \tfrac{1}{6}\Gamma_1' L^2 + \tfrac{1}{24}\Gamma_1'' L^3 + \ldots$$

et en désignant par Γ_3 la courbure à l'extrémité du premier tiers ($A_1A_3 = \frac{1}{3}A_1A$)

$$\Gamma_3 = \Gamma_1 + \tfrac{1}{3}\Gamma_1' L + \tfrac{1}{18}\Gamma_1'' L^2 + \ldots.$$

et finalement

$$\hat{C} = \tfrac{1}{2}\Gamma_3 L + \tfrac{1}{72}\Gamma_1'' L^3 + \ldots.$$

Le 2e terme de la série, où Γ_1'' est la dérivée seconde de la courbure à l'origine A_1 est en général négligeable sauf pour les triangulations primordiales.

En résumé les tendances modernes en matière de calculs de triangulation diffèrent des anciennes conceptions; l'allure des isomètres joue un rôle essentiel pour le choix du système des coordonnées et de l'axe

neutre de la projection. Le dogme de la symétrie par rapport au méridien central passe au second plan. On ne peut que se réjouir de ces tendances que nous nous sommes efforcés d'esquisser sommairement.

Société suisse des Géomètres.

Compte rendu administratif pour l'année 1930.

1° Généralités.

Malgré certaines difficultés et une résistance parfois opiniâtre, l'année écoulée a vu la réussite du projet de révision des statuts et du règlement de taxation. Parmi les innovations importantes résultant de cette révision, on peut citer la création d'une nouvelle catégorie de membres, soit les vétérans, et l'obligation imposée aux membres des sections de faire partie aussi de la société suisse. Pour ce qui concerne la taxation, tous les géomètres adjudicataires sont tenus de payer les contributions de taxation.

Dans le domaine de la formation du personnel auxiliaire, il faut citer l'organisation par la section Zurich-Schaffhouse d'un premier cours de préapprentissage pour techniciens-géomètres.

La diminution du nombre des géomètres et les conditions un peu spéciales de leurs études ont soulevé diverses réclamations qui ont abouti à la nomination d'une commission chargée d'étudier l'importante question de la révision du programme d'études pour géomètres.

2° Etat des Sociétaires.

Durant l'année écoulée, la mort a causé quelques vides au sein de notre société, et nous déplorons le décès de Jos. Fellmann, ancien directeur du chemin de fer du Rigi, à Vitznau; Jean Donzallaz à Romont; Marcel Décoppet à Yverdon; notre membre honoraire et premier président de la Société suisse des Géomètres, F. Brönnimann, ancien géomètre de la ville de Berne, à Berne; Auguste Winkler à Morat. Puis deux anciens membres: le professeur F. Zwicky, à Winterthur et Ernest Deluz à Lausanne. Des articles nécrologiques ont été publiés dans le journal. Notre société gardera un bon souvenir des défunts.

Les fluctuations de notre effectif se présentent comme suit:

Nombre des sociétaires à fin 1929		392
Au cours de l'année 1930,	5 sont décédés,	
	4 ont démissionné,	
	1 a été radié	
	10 en diminution, reste	382
Admissions nouvelles, soit augmentation de		27
Nombre de sociétaires à fin 1930.		409

3° Comité central.

La composition du Comité central n'a pas subi de modification. Le comité a tenu quatre séances; les extraits des procès-verbaux de ces séances ont été publiés dans le journal, voir pages 46, 47 et 187 de 1930 et page 18 de 1931.

4° Assemblées.

La XVIe assemblée ordinaire des délégués a eu lieu le 15 mars 1930 à Olten. Les principaux objets à l'ordre du jour étaient la révision des statuts et la formation du personnel auxiliaire; voir à ce sujet le procès-verbal paru dans le journal du mois de mai, page 126 à 128.

La XXVIe assemblée générale s'est réunie à Neuchâtel, le 18 mai 1930 et a approuvé la révision des statuts et règlement de taxation.