

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Band: 33 (1935)

Heft: 1

Artikel: Einfluss der Projektionsverzerrungen und der Höhenlage auf das
Flächenmass

Autor: Bertschmann, S.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-195295>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

A nos lecteurs.

A tous les lecteurs de notre journal nous présentons nos meilleurs vœux pour la nouvelle année. Nous profitons de cette occasion pour inviter nos lecteurs à bien vouloir collaborer aussi à la rédaction du journal en nous envoyant des articles susceptibles d'intéresser particulièrement les collègues praticiens et de rendre plus attrayante encore la lecture de notre Revue.

Il nous paraît évident qu'au point de vue professionnel, il serait bon d'avoir plus souvent des articles tirés de la pratique des remaniements parcellaires ou traitant de questions juridiques en rapport avec les travaux du géomètre. D'autre part, lorsqu'une grosse entreprise est terminée, il serait très intéressant d'apprendre, par une communication qui n'aurait pas besoin d'être très détaillée, quelles expériences ont été faites en cours des travaux. Même s'il devait arriver que tel ou tel autre géomètre adjudicataire ne trouve pas le temps nécessaire à la préparation d'un article complet, le rédacteur soussigné se chargera volontiers de l'élaboration du texte définitif d'après les indications qui lui seront données.

Jusqu'à aujourd'hui, nous n'avons reçu aucune réponse au questionnaire présenté par M. Moll dans le numéro de décembre 1934; nous vous demandons instamment de revoir ces questions et de nous adresser vos réponses.

Nous voulons croire que 1935 sera favorable à notre Revue, c'est-à-dire que nous espérons pouvoir publier des articles toujours plus intéressants et variés.

Zollikon, le 31 décembre 1934.

Pour la rédaction,

Le rédacteur en chef: *F. Baeschlin.*

Einfluß der Projektionsverzerrungen und der Höhenlage auf das Flächenmaß.

Von *S. Bertschmann*, Stadtgeometer, Zürich.

Im Jahre 1903 schrieb Ingenieur Rosenmund seine grundlegende Abhandlung über „Die Aenderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung“. Wegleitend war, wie er einleitend ausführt: „in der Schweiz zu einem einheitlicheren Projektionssystem zu gelangen, das sowohl den Anforderungen der Landestopographie, wie denjenigen der Katastervermessungen Genüge leistet“. Weiter: „den äußeren Anstoß bietet die Vorlage zu einer neuen topographischen Karte der Schweiz, für welche es angezeigt erscheint, die Grundlagen noch inniger streng wissenschaftlichen Grundsätzen anzupassen, als dies bisher der Fall war“.

Dieser letzte Satz mag die Begründung dafür sein, weshalb in der Abhandlung keine direkten Angaben über das Maß der durch die Pro-

jektion verursachten Flächenverzerrungen enthalten sind. Wäre dann zumal die Grundbuchvermessung im Vordergrund gestanden, so hätte diese Seite der Frage zweifellos eine reichere Dokumentation erfahren.

In Nummer 2 der „Schweizerischen Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik“ 1932 veröffentlichte Ingenieur Cueni eine interessante Abhandlung über „Die Flächenverzerrungen der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion“, also derjenigen Projektionsart, welche den neuzeitlichen schweizerischen Vermessungen zugrunde liegt. Kantonsgeometer Leemann ließ sodann in Nummer 4/1934 derselben Zeitschrift eine elegante neue Lösung der Aufgabe der Berechnung der Flächenverzerrung erscheinen. Cueni errechnet für das Gebiet der ganzen Schweiz von rund 41 300 km² eine durch die Abbildung in die Ebene bedingte Vergrößerung der Fläche von 2,61 km². Nach seiner Ansicht ist „dieser Betrag von der durch die Grundbuchvermessung gebotenen Fläche in Abzug zu bringen, wenn nicht etwa eine durch den mittleren Flächenfehler diktierte Auf- oder Abrundung diese Korrektur überflüssig machen sollte“. Weiter werden in einer Tabelle die Flächenverzerrungen der einzelnen Kantonsgebiete aufgeführt. Dabei fällt der Kanton Wallis auf durch die wegen seiner Südlage und Ost-Westausdehnung bedingten Größe des systematischen Fehlers von $\frac{1}{5640}$ seiner Gesamtfläche.

Unter solchen Umständen fragt man sich erneut, ob bei den Flächenberechnungen für die Grundbuchvermessungen nicht eine Korrektur einzuführen sei, dergestalt, daß von der durch die Blattinhaltsberechnung ermittelten Fläche der Betrag der Flächenverzerrung abgezogen werde. Preußen hat z. B. für seine Katastervermessungen eine solche Korrektur vorgeschrieben und Württemberg hat als Bezugsfläche einen mittleren Landeshorizont von 200 m Höhenlage gewählt.

Konsultieren wir Ing. Rosenmunds grundlegende Arbeit, so entnehmen wir der Seite 47 seines Buches die Schlußfolgerung des Autors: „daß es in der Regel nicht notwendig ist, bei Katastervermessungen das Vergrößerungsverhältnis der Projektion zu berücksichtigen, und daß deshalb auch kein Grund vorliegt, sein Maximum durch eine Maßstabreduktion auf die Hälfte zu reduzieren“. Wir stimmen dieser Auffassung durchaus bei, die nachfolgenden Ausführungen sollen denn auch nur einen besseren Einblick in die Größenordnung der durch die Projektion bedingten systematischen Flächenfehler bieten.

Um eine einheitliche Grundlage für alle geodätischen Messungen zu gewinnen, werden diese auf die Meeresfläche bezogen, die wir für unsere Untersuchungen genügend genau mit der Kugelfläche, wie sie als Zwischenglied der Projektion vom Ellipsoid auf die Ebene gewählt wurde, identifizieren können. Ebenso dürfen wir als Ort unserer Messungen für die Flächenermittlungen eine Kugel substituieren. Weil aber in unserem Lande alle Flächen um eine variable Höhe h über dem Meereshorizont liegen, werden sie alle durch die Projektion auf den Meereshorizont verkleinert. Das Maß dieser Verkleinerung finden wir aus folgender Ableitung:

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{(r + h)^2}{r^2} = \left(1 + \frac{h}{r}\right)^2$$

$$F_1 - F_0 = F_0 \left(\frac{2h}{r} + \frac{h^2}{r^2}\right)$$

Da h gegenüber r sehr klein ist, kann das Glied $\frac{h^2}{r^2}$ vernachlässigt werden, und wir erhalten als Näherungsformel für die Flächendifferenz

$$\underline{\Delta F = F_1 - F_0 = \frac{2h}{r} \cdot F_0} \quad (1)$$

Dabei bedeutet:

F_0 ein Flächenstück auf der Projektionskugel;

F_1 ein Flächenstück auf der Kugel, auf der wir effektiv messen;

r Radius der Projektionskugel, $\log r = 6.8047401$ (Bern);

h Höhe über Meer.

Diesen Flächenverkleinerungen stehen andererseits wieder Flächenvergrößerungen gegenüber, bewirkt durch die Verzerrungen der Abbildung der Kugelfläche auf einen Zylindermantel. Das Vergrößerungsverhältnis in differentialem Sinne beträgt bei der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion in jeder Richtung

$$k = 1 + \frac{x^2}{2r^2}$$

Ein kleiner Flächenstreifen zwischen Koordinatenlinien auf der Kugel mißt

$$F_0 = dy \cdot dx$$

Ein entsprechender Flächenstreifen in der Abbildungsebene

$$F_2 = dy \left(1 + \frac{x^2}{2r^2}\right) dx \left(1 + \frac{x^2}{2r^2}\right)$$

und unter für unsere Untersuchung gestatteter Vernachlässigung von höheren Potenzen von $\frac{x}{r}$

$$F_2 = F_0 \left(1 + \frac{x^2}{r^2}\right)$$

Die Flächenvergrößerung beträgt

$$\underline{\Delta F = F_2 - F_0 = \frac{x^2}{r^2} \cdot F_0} \quad (2)$$

Die Auswertung der Formeln 1 und 2 ergibt die in der folgenden Tabelle aufgeführten Korrekturen an den Vermessungsflächen und zwar pro Hektar in Quadratmetern. Die erste Vertikalkolonne ergibt die Flächenkorrektur bei ausschließlicher Berücksichtigung der Höhenlage, die erste Horizontalkolonne bei ausschließlicher Berücksichtigung der Projektionsverzerrungen. Den übrigen Kolonnen kann die Flächenkorrektur entnommen werden, die durch das Zusammenwirken beider Einflüsse entsteht. Die treppenförmige dicke Linie scheidet Plus- und Minuskorrekturen.

h_m	x km												
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
0	± 0.00	-0.02	-0.10	-0.22	-0.39	-0.61	-0.88	-1.20	-1.57	-1.99	-2.46	-2.97	-3.54
100	$+0.31$	$+0.29$	$+0.21$	$+0.09$	-0.08	-0.30	-0.57	-0.89	-1.26	-1.68	-2.15	-2.66	-3.23
200	$+0.63$	$+0.61$	$+0.53$	$+0.41$	$+0.24$	$+0.02$	-0.25	-0.57	-0.94	-1.36	-1.83	-2.34	-2.91
300	$+0.94$	$+0.92$	$+0.84$	$+0.72$	$+0.55$	$+0.33$	$+0.06$	-0.26	-0.63	-1.05	-1.52	-2.03	-2.60
400	$+1.25$	$+1.23$	$+1.15$	$+1.03$	$+0.86$	$+0.64$	$+0.37$	$+0.05$	-0.32	-0.74	-1.21	-1.72	-2.29
500	$+1.57$	$+1.55$	$+1.47$	$+1.35$	$+1.18$	$+0.96$	$+0.69$	$+0.37$	± 0.00	-0.42	-0.89	-1.40	-1.97
600	$+1.88$	$+1.86$	$+1.78$	$+1.66$	$+1.49$	$+1.27$	$+1.00$	$+0.68$	$+0.31$	-0.11	-0.58	-1.09	-1.66
700	$+2.19$	$+2.17$	$+2.09$	$+1.97$	$+1.80$	$+1.58$	$+1.31$	$+0.99$	$+0.62$	$+0.20$	-0.27	-0.78	-1.35
800	$+2.51$	$+2.49$	$+2.41$	$+2.29$	$+2.12$	$+1.90$	$+1.63$	$+1.31$	$+0.94$	$+0.52$	$+0.05$	-0.46	-1.03
900	$+2.82$	$+2.80$	$+2.72$	$+2.60$	$+2.43$	$+2.21$	$+1.94$	$+1.62$	$+1.25$	$+0.83$	$+0.36$	-0.15	-0.72
1000	$+3.13$	$+3.11$	$+3.03$	$+2.91$	$+2.74$	$+2.52$	$+2.25$	$+1.93$	$+1.56$	$+1.14$	$+0.67$	$+0.16$	-0.41
1100	$+3.45$	$+3.43$	$+3.35$	$+3.23$	$+3.06$	$+2.84$	$+2.57$	$+2.25$	$+1.88$	$+1.46$	$+0.99$	$+0.48$	-0.09
1200	$+3.76$	$+3.74$	$+3.66$	$+3.54$	$+3.37$	$+3.15$	$+2.88$	$+2.56$	$+2.19$	$+1.77$	$+1.30$	$+0.79$	$+0.22$
1300	$+4.08$	$+4.06$	$+3.98$	$+3.86$	$+3.69$	$+3.47$	$+3.20$	$+2.88$	$+2.51$	$+2.09$	$+1.62$	$+1.11$	$+0.54$
1400	$+4.39$	$+4.37$	$+4.29$	$+4.17$	$+4.00$	$+3.78$	$+3.51$	$+3.19$	$+2.82$	$+2.40$	$+1.93$	$+1.42$	$+0.85$
1500	$+4.70$	$+4.68$	$+4.60$	$+4.48$	$+4.31$	$+4.09$	$+3.82$	$+3.50$	$+3.13$	$+2.71$	$+2.24$	$+1.73$	$+1.16$
1600	$+5.02$	$+5.00$	$+4.92$	$+4.80$	$+4.63$	$+4.41$	$+4.14$	$+3.82$	$+3.45$	$+3.03$	$+2.56$	$+2.05$	$+1.48$
1700	$+5.33$	$+5.31$	$+5.23$	$+5.11$	$+4.94$	$+4.72$	$+4.45$	$+4.13$	$+3.76$	$+3.34$	$+2.87$	$+2.36$	$+1.79$
1800	$+5.64$	$+5.62$	$+5.54$	$+5.42$	$+5.25$	$+5.03$	$+4.76$	$+4.44$	$+4.07$	$+3.65$	$+3.18$	$+2.67$	$+2.10$
1900	$+5.96$	$+5.94$	$+5.86$	$+5.74$	$+5.57$	$+5.35$	$+5.08$	$+4.76$	$+4.39$	$+3.97$	$+3.50$	$+2.99$	$+2.42$
2000	$+6.27$	$+6.25$	$+6.17$	$+6.05$	$+5.88$	$+5.66$	$+5.39$	$+5.07$	$+4.70$	$+4.28$	$+3.81$	$+3.30$	$+2.73$

Einige Beispiele:

Basel, Höhenlage 300 m, $x = 70$ km, ein Originalgrundbuchblatt 1 : 500 mit 7 ha Blattinhalt. Flächenkorrektur pro ha = -0.26 m², pro Blatt -1.82 m².

St. Moritz, Höhenlage 1800 m, $x = 50$ km, ein Originalgrundbuchplan 1 : 1000 mit 28 ha Blattinhalt. Flächenkorrektur pro ha = $+5.03$ m² pro Blatt $+140.8$ m².

Sitten, Höhenlage 500 m, $x = 80$ km, ein Originalgrundbuchplan 1 : 1000 mit 28 ha Blattinhalt. Flächenkorrektur pro ha = ± 0.00 m² pro Blatt $\pm 0,00$ m². (Fortsetzung folgt.)

Commentaires du tarif des Mensurations cadastrales de 1927.

(Traduction par MM. P. Etter et L. Nicod.)

(Suite.)

Tablettes détaillées de taxation pour le calcul du prix à l'hectare.

Les prix totaux à l'hectare ont été établis sur la base des différents postes et tablettes que nous venons de commenter, et ce pour les différents degrés de morcellement et pour les différentes inclinaisons. Les tablettes de calculs des prix à l'hectare donnent le coût de chacune des 23 subdivisions du travail d'une mensuration. Elles ont été établies pour les terrains normaux, les villages et les forêts; elles se prêtent particulièrement bien au calcul de paiements d'acomptes, ainsi qu'à l'établissement du prix des différentes catégories de travaux. Ces tablettes sont remises sur demande par la S.S.G. et par la Société Suisse des Géomètres praticiens.

D. Prix contractuels.

Tabelle 1. Terrains avec parcelles de grande étendue.

Tabelle 2. Terrains avec degré de morcellement excessif.

Les prix pour ces morcellements anormaux sont indiqués ici sous forme de tablette parce qu'il n'aurait pas été possible de les figurer d'une façon suffisamment claire dans les abaques 3, 4 et 5 ci-après.

3. Prix contractuels pour terrains normaux.

Les tablettes de calculs des prix à l'hectare, dont il vient d'être question, donnent des prix globaux; c'est ainsi que, pour un terrain normal ayant 5% de pente et 1 parcelle par ha., le prix global à l'hectare est de fr. 27.55; pour la même pente, mais avec 2 parcelles par ha., ce prix est de fr. 36.60, soit une différence en plus de fr. 9.05. La nature et l'inclinaison des différents terrains peuvent être précisées suffisamment lors des opérations de taxation, soit à l'aide de la carte topographique, soit par l'inspection locale, de façon à obtenir une taxation satisfaisante. Par contre, le degré de morcellement ne peut pas être établi à l'avance d'une façon absolument précise sans recourir à des recherches longues et coûteuses. D'où le fait que le résultat de la taxation serait différente