

Untersuchung über das Verhältnis endlicher Flächen bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion

Autor(en): **Baeschlin, C.F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **33 (1935)**

Heft 5

PDF erstellt am: **10.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-195309>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SCHWEIZERISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik / Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Organe officiel de l'Association Suisse du Génie rural / Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

Redaktion: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständ. Mitarbeiter f. Kulturtechnik: Dr. H. FLUCK, Dipl. Kulturing., Villa Lepontia, Bellinzona-Ravecchia

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORMALS G. BINKERT, A.-G., WINTERTHUR

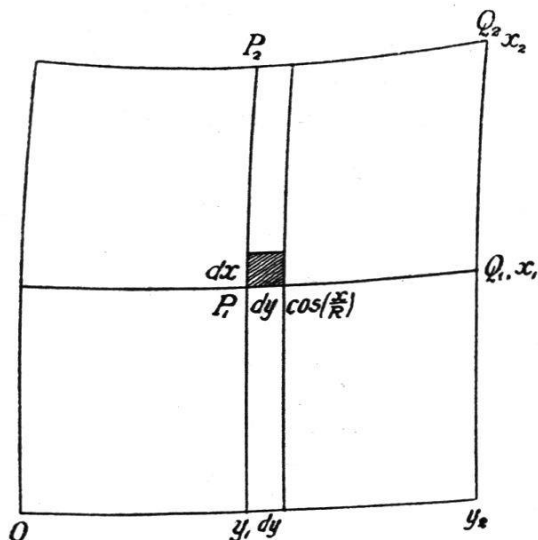
<p style="text-align: center;">No. 5 • XXXIII. Jahrgang der „Schweizerischen Geometer-Zeitung“ Erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats 14. Mai 1935 Inserate: 50 Cts. per einspaltige Nonp.-Zeile</p>	<p style="text-align: center;">Abonnemente: Schweiz Fr. 12. —, Ausland Fr. 15. — jährlich Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaften für Kulturtechnik u. Photogrammetrie Fr. 9. — jährl. Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins</p>
--	---

Untersuchung über das Verhältnis endlicher Flächen bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion.

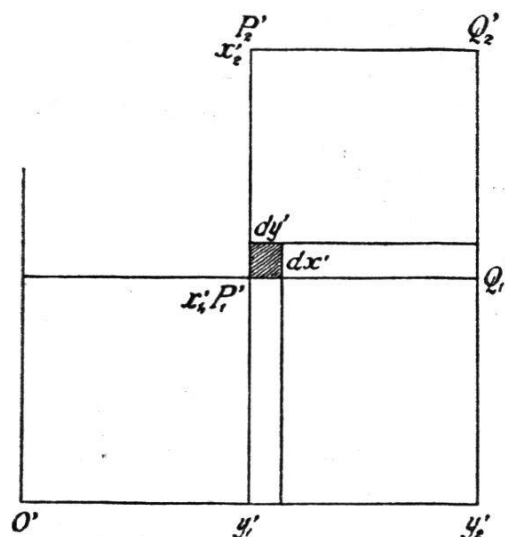
Von Prof. Dr. C. F. Baeschlin, Zollikon.

Im Anschluß an die Untersuchung von Dipl.-Ing. S. Bertschmann über die Flächenverzerrung bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion möchte ich zeigen, daß die vom Verfasser jener Studie gemachte Annahme, daß das Flächenverhältnis endlicher Flächen gleich dem Flächenverhältnis für Flächenelemente sei, praktisch weitgehend zutrifft.

Kugel vom Radius R .



Projektionsebene



Wir bezeichnen die Fläche von $P_1 P_2 Q_2 Q_1$ mit F_K , während wir die Fläche von $P_1' P_2' Q_2' Q_1'$ mit F_E bezeichnen.

Es ist

$$(1) \quad \begin{aligned} d F_K &= dx \cdot dy \cos \left(\frac{x}{R} \right) \\ d F_E &= dx' dy' \end{aligned}$$

Bei der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion ist

$$dy' = dy; \quad dx' = \frac{dx}{\cos \left(\frac{x}{R} \right)}$$

Damit wird:

$$(2) \quad d F_E = \frac{dx \cdot dy}{\cos \left(\frac{x}{R} \right)}$$

Durch Integration erhalten wir:

$$(3) \quad F_K = \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_1}^{x_2} \cos \left(\frac{x}{R} \right) dx = (y_2 - y_1) R \left[\sin \left(\frac{x_2}{R} \right) - \sin \left(\frac{x_1}{R} \right) \right]$$

Wir entwickeln $\sin \left(\frac{x_2}{R} \right)$ und $\sin \left(\frac{x_1}{R} \right)$ in Reihen und erhalten:

$$\sin \left(\frac{x_2}{R} \right) = \frac{x_2}{R} - \frac{x_2^3}{6 R^3}$$

$$\sin \left(\frac{x_1}{R} \right) = \frac{x_1}{R} - \frac{x_1^3}{6 R^3}$$

$$\sin \left(\frac{x_2}{R} \right) - \sin \left(\frac{x_1}{R} \right) = \frac{x_2 - x_1}{R} - \frac{x_2^3 - x_1^3}{6 R^3} = \frac{x_2 - x_1}{R} \left(1 - \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2} \right)$$

Somit wird unter Vernachlässigung von Gliedern von der Ordnung $\left(\frac{x}{R} \right)^4$

$$(4) \quad F_K = (x_2 - x_1) (y_2 - y_1) \left(1 - \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2} \right)$$

$$F_E = \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\cos \left(\frac{x}{R} \right)}$$

Wir entwickeln $\frac{1}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)} = \left[\cos\left(\frac{x}{R}\right)\right]^{-1}$ in eine Reihe und erhalten

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)} = 1 + \frac{x^2}{2 R^2}, \text{ wobei wir Glieder 4. Ordnung}$$

vernachlässigen.

Damit wird

$$(5) \quad F_E = (y_2 - y_1) \left\{ x_2 - x_1 + \frac{x_2^3 - x_1^3}{6 R^2} \right\} = \\ = (y_2 - y_1) (x_2 - x_1) \left(1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2} \right)$$

Wir bilden $F_E : F_K$ und erhalten:

$$(6) \quad \frac{F_E}{F_K} = \frac{1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2}}{1 - \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2}} = 1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{3 R^2} + \text{Gl}^4$$

Das können wir noch bedeutend einfacher darstellen. Das Flächenverhältnis für einen Punkt mit

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

wird

$$(7) \quad f_{x_m} = 1 + \frac{x_m^2}{R^2} = 1 + \frac{x_2^2 + 2 x_1 x_2 + x_1^2}{4 R^2}$$

Wir dividieren (6) durch (7) und erhalten

$$\frac{F_E : F_K}{f_{x_m}} = \left(1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{3 R^2} \right) : \left(1 + \frac{x_2^2 + 2 x_1 x_2 + x_1^2}{4 R^2} \right) \\ = \left(1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{3 R^2} \right) \left(1 - \frac{x_2^2 + 2 x_1 x_2 + x_1^2}{4 R^2} \right) + \text{Gl}^4 \\ = 1 + \frac{x_2^2 - 2 x_1 x_2 + x_1^2}{12 R^2} = 1 + \frac{(x_2 - x_1)^2}{12 R^2} + \text{Gl}^4$$

Damit erhalten wir:

$$(8) \quad \underline{\underline{F_E = F_K \left[1 + \frac{(x_1 + x_2)^2}{4 R^2} \right] \left[1 + \frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right)^2}{3 R^2} \right]}}$$

Berechnet man also das Flächenverhältnis für den Mittelpunkt

des endlichen Rechteckes mit den Seiten $(y_2 - y_1)$ und $(x_2 - x_1)$, so erhält man das Verhältnis der endlichen Flächen gleich diesem $f x_m$ mal

$$\left[1 + \frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2} \right]$$

$\frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2}$ ist aber im allgemeinen sehr klein und kann vernachlässigt werden.

Beispiel. $x_2 - x_1 = 2$ km; $R = 6370$ km

$$1 + \frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2} = 1 + \frac{1}{3 \times 6370^2} = 1 + \frac{1}{121\,730\,700} = 1 + 0.8 \cdot 10^{-8}$$

Für eine Fläche von 4 km² macht also die Vernachlässigung des Gliedes $\frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2}$ nur 0.032 m² aus; für ein Quadrat von 20 km Seitenlänge, also für eine Fläche von 400 km² macht die Vernachlässigung des Gliedes 320 m² aus, während das Glied $\frac{x_m^2}{R^2}$ für $x_m = 100$ km ca. 100 000 m² Korrektur ergibt.

Rundfrage betr. die Baulinien¹.

Antwort von A. Witzig, Sektionsgeometer, Zürich.

In der Dezemberrnummer unserer Fachschrift vom Jahre 1934 berührt Herr Kollege Moll ein Gebiet, welches gewiß einer einläßlichen Behandlung wert ist. Je länger je mehr wird es notwendig sein, daß sich auch die Geometerschaft mit dem Baugesetze vertraut macht. Ein spezieller Abschnitt desselben ist nun den Baulinien gewidmet, weshalb im folgenden der Begriff der Baulinie etwas skizziert sei.

¹ Wir beginnen in dieser Nummer mit der Veröffentlichung einzelner Antworten auf die Rundfrage, welche Herr Grundbuchgeometer Moll auf Seite 300 des Jahrganges 1934 dieser Zeitschrift gestellt hat. Das Redaktionskomitee hat eine beschränkte Anzahl von Antworten für die Veröffentlichung bestimmt; die Auswahl geschah z. T. nach regionalen Gesichtspunkten, da die rechtlichen Vorschriften betr. Baulinien kantonal sind. Erfreulicherweise sind der Redaktion viele Antworten zugegangen, so daß die Veröffentlichung aller ermüdend wirken würde. Wir danken im Namen des Redaktionskomitees allen Lesern, die sich die Mühe genommen haben, eine Antwort einzusenden und bitten alle, deren Antworten nicht veröffentlicht werden, sich für zukünftige Fragen nicht abhalten zu lassen, Antworten einzureichen. *Die Redaktion.*