Über eine praktische Anwendung der Regula Falsi

Autor(en): **Leemann, W.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **41 (1943)**

Heft 10

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-200757

Über eine praktische Anwendung der Regula Falsi

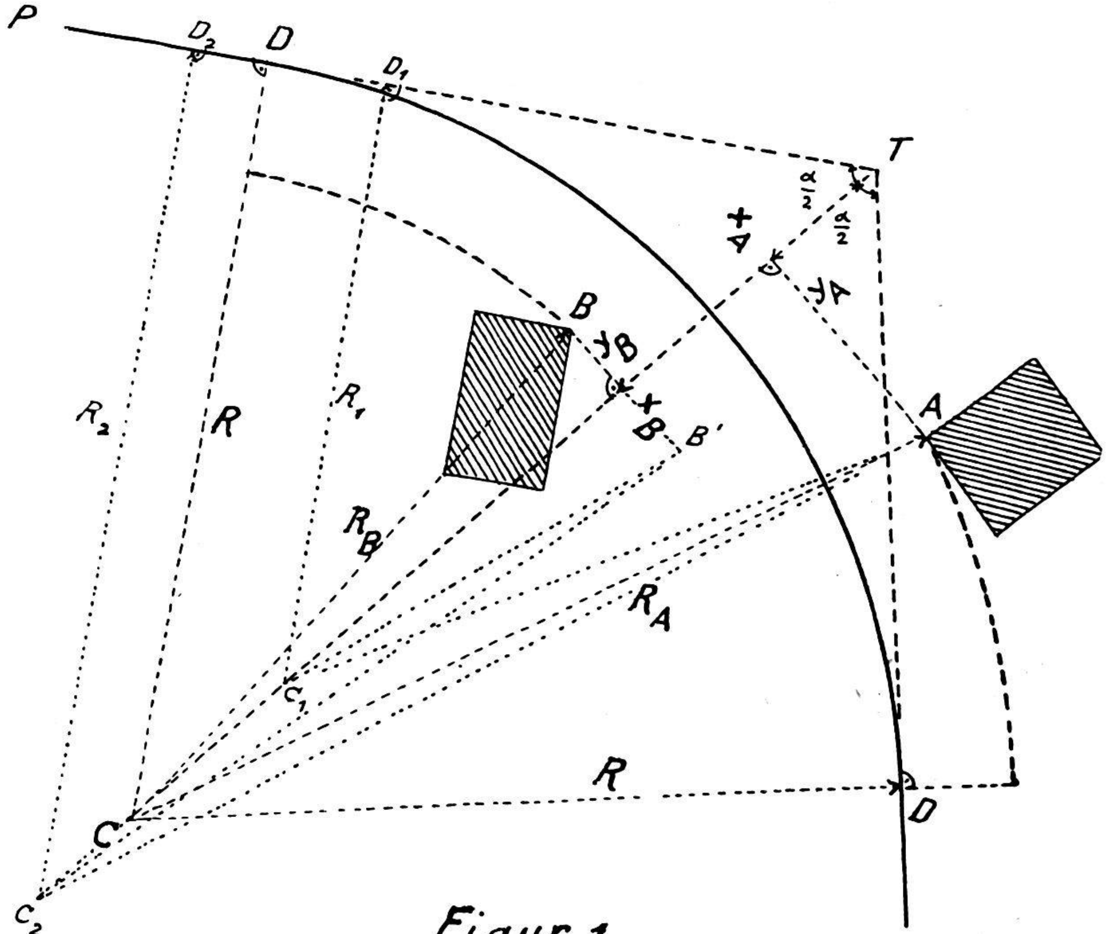
Von W. Leemann, a. Kantonsgeometer

Es sind *gegeben* die beiden *Tangenten* TP und TQ (Straßenachsen) und die *Gebäude-Ecken* A und B (s. Figur 1).

Gesucht ist derjenige *Kreisbogen*, welcher die Tangenten berührt und derart zwischen den Punkten A und B hindurchgeht, daß er von diesen *gleichen* Abstand hat.

Es sei angenommen, daß der Tangentenwinkel α in T und die Abszissen und Ordinaten der Punkte A und B (x_A, y_A bzw. x_B, y_B), bezogen auf die Halbierende des Tangentenwinkels und den Ausgangspunkt T, bestimmt wurden.

Bezeichnet man den gesuchten Kreisradius mit R und die Radien der durch A und B gehenden, konzentrischen Kreise mit R_A und R_B, so muß nach der gestellten Aufgabe *R das arithmetische Mittel von R_A und R_B* sein.



Figur 1

Aus der Figur 1 ergibt sich dann

$$R_A = \sqrt{(TC - x_A)^2 + y_A{}^2}$$

$$R_B = \sqrt{(TC - x_B)^2 + y_B{}^2}$$

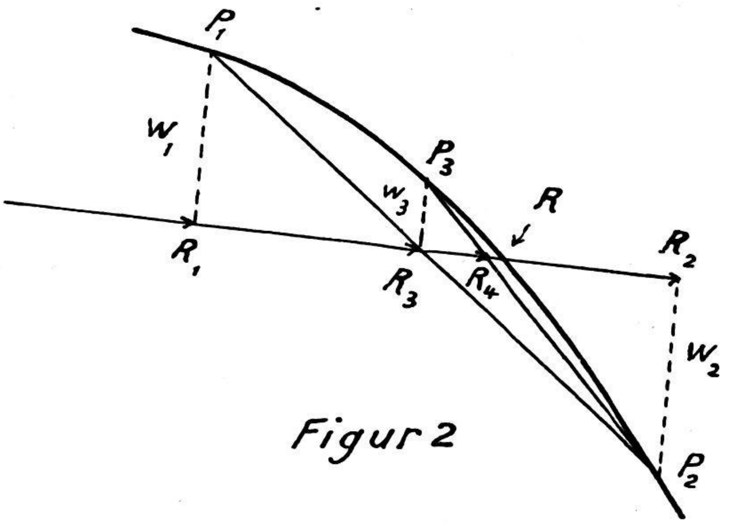
$$TC = \frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Für die Berechnung von R dient daher die Gleichung

$$R - \frac{\sqrt{\left(\frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}} - x_A\right)^2 + y_A{}^2} + \sqrt{\left(\frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}} - x_B\right)^2 + y_B{}^2}}{2} = 0$$

Die *algebraische Auflösung* dieser Gleichung ist *umständlich.* Dagegen gestaltet sie sich *relativ einfach* bei Anwendung der *Regula Falsi.*

Diese besteht bekanntlich darin, daß man in die aufzulösende Gleichung nacheinander *zwei genäherte Werte* R_1 und R_2 für die *Unbekannte* R einsetzt, welche den genauen Wert von R einschließen. Dabei erhält man (statt Null) das eine Mal den Widerspruch w_1, das andere Mal w_2 mit entgegengesetztem Vorzeichen. Alsdann nimmt man an, daß zwischen den Werten R_1 und R_2 die Änderung von w_1 bis w_2 einen stetigen Verlauf nehme, entsprechend der Kurve P_1 P_2 (Figur 2). Denkt man sich jetzt die Punkte P_1 und P_2 *geradlinig* miteinander verbunden, so stellt der Schnittpunkt mit der R-Achse, welcher R_3 heißen möge, einen neuen, besseren Näherungswert für R dar.



Figur 2

Wie aus Figur 2 ersichtlich ist, gewinnt man die Strecke R_1 R_3 aus der Proportion

$$R_1 R_3 : R_1 R_2 = w_1 : (w_1 + w_2)$$

Dann ist

$$R_3 = R_1 + R_1 R_3$$

Jetzt setzt man diesen neuen Wert R_3 in die Gleichung für R ein und erhält einen Widerspruch w_3, dem der Punkt P_3 entspricht. Denkt man sich nun, gleich wie oben, den Punkt P_3 mit Punkt P_2 verbunden, so stellt der neue Schnittpunkt R_4 einen nochmals verbesserten Wert der Unbekannten R dar. Die Strecke $R_3 R_4$ und den Punkt R_4 erhält man nun wieder, wie früher den Punkt P_3, durch Aufstellung der sich ergebenden neuen Proportion. Schließlich setzt man den Wert R_4 in die Gleichung für R ein und erhält so einen nochmals verkleinerten Widerspruch w_4.

Sollte w_4 für die praktischen Bedürfnisse noch zu groß sein, so müßte das Verfahren fortgesetzt werden.

Man kann obige Proportionen, statt rechnerisch, natürlich auch *graphisch* auflösen.

Nach Ermittlung des definitiven Kreisradius R bietet dann die Berechnung und Absteckung der übrigen Kurvenpunkte, welche nach den bekannten Methoden erfolgen, keine Schwierigkeiten mehr.

Eine *andere*, in rechnerischer Beziehung einfachere *Behandlung der Aufgabe* ist möglich, wenn das zwischen den Tangenten liegende *Feld offen* ist, so daß darin ungehindert gemessen werden kann.

Alsdann kann man so vorgehen, daß man für die Lage des *Kreiszentrums*, welches auf der Halbierenden des Tangentenwinkels liegt, zunächst einen *genäherten Ort* C_1 wählt (s. Figur 1). Dann mißt man die Entfernungen C_1A und C_1B, sowie R_1 $(= C_1D_1)$. Falls C_1B nicht direkt meßbar ist, wie das im vorliegenden Beispiel zutrifft, so steckt man den Punkt B', symmetrisch zu B, ab und mißt C_1B' $(= C_1B)$. Da der Ort C_1 nur genähert ist, ist nun R_1 nicht gleich dem arithmetischen Mittel aus C_1A und C_1B (wie das für den genauen Ort von C der Fall ist), sondern es ergibt sich die *Widerspruchsgleichung*

$$R_1 - \frac{C_1A + C_1B}{2} = w_1$$

Hernach wählt man einen *zweiten Näherungsort* C_2 für das Kreiszentrum, der mit dem ersten den gesuchten Ort C *einschließt*, und erhält die zweite Widerspruchsgleichung

$$R_2 - \frac{C_2A + C_2B'}{2} = w_2,$$

wo C_2A, C_2B' und R_2 wiederum direkt gemessene Strecken sind und w_2 wieder entgegengesetztes Vorzeichen von w_1 hat.

Von hier an gestaltet sich die weitere Verfolgung der Aufgabe übereinstimmend mit der oben beschriebenen, rechnerischen.

Diese *zweite Behandlung der Aufgabe* unterscheidet sich also von der ersten dadurch, daß sie *erheblich weniger Rechenarbeit, dafür aber Messungen* erfordert, welche, namentlich bei großen Radien, unangenehm ins Gewicht fallen können.

Eine interessante Rechtsfrage

E. Bachmann, Kantonsgeometer

Es kommt glücklicherweise nur selten vor, daß sich das Bundesgericht mit Grundbuch- oder Vermessungsfragen beschäftigen muß. Vor einigen Jahren kam ein Fall vor Bundesgericht, der die Frage des Flächenmaßes bei Grundstücksverkäufen berührte. Der Bundesgerichtsentscheid stand im Gegensatz zu dem, was man sonst im allgemeinen über die Haftbarkeit des Flächenmaßes in Fachkreisen hört. Er stand auch im Gegensatz zu den vorinstanzlichen Gerichtsurteilen.

Der Tatbestand ist folgender: Der Eigentümer einer unüberbauten Liegenschaft in Basel, über welche noch keine Neuvermessung erstellt, dagegen ein altes kantonales Grundbuch angelegt ist, wollte sein Grundstück verkaufen. Der Käufer X erwarb das ganze Grundstück, welches nach Grundbuchangabe 2590 m² maß, zu einem nach langen Kaufverhandlungen von beiden Parteien festgelegten Quadratmeterpreis von Fr. 110.—. Ein Gesamtpreis wurde nicht abgemacht, sondern aus dem Ansatz von Fr. 110.— per m² der Verkaufspreis zu Fr. 284 900.— berechnet. Der Kaufpreis wurde vom Käufer beglichen und der Grundbucheintrag vollzogen.