Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 45 (1947)

Heft: 12

Artikel: Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung : Bemerkungen zum gleichnamigen Artikel Dr. A. Brandenbergers, erschienen in der September-Nummer dieser Zeitschrift

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-204738

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE ZEITSCHRIFT FÜR

VERMESSUNG UND KULTURTECHNIK

Revue technique Suisse des Mensurations et du Génie rural

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik. Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft f. Photogrammetrie

Editeur: Société Suisse de Mensuration et du Génie rural. Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

REDAKTION: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständiger Mitarbeiter f. Kulturtechnik: E. RAMSER, Prof. f. Kulturtechnik ETH., Freiestr. 72, Zürich

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Administration und Inseratenannahme: BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR AG.

Schluß der Inseratenannahme am 6. jeden Monats

NR. 12 • XLV. JAHRGANG
der „Schweizerischen Geometer-Zeitung"
Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats
9. DEZEMBER 1947
INSERATE: 25 Rp. per einspalt. mm-Zeile.
Bei Wiederholungen Rabatt gemäß spez. Tarif

ABONNEMENTE:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 20.— jährlich
Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie Fr. 10.— jährlich
Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Vereins f. Vermessungswesen u. Kulturtechnik

Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung

Bemerkungen zum gleichnamigen Artikel Dr. A. Brandenbergers, erschienen in der September-Nummer dieser Zeitschrift.

Von *Prof. Dr. W. K. Bachmann*

Das Problem der gegenseitigen Orientierung photogrammetrischer Aufnahmen ist in den letzten Jahren in einer größeren Anzahl von Publikationen behandelt worden. Wenn dasselbe heute noch Anlaß zu neuen Untersuchungen gibt, muß angenommen werden, daß immer und immer wieder Fragen auftauchen, die noch nicht endgültig abgeklärt worden sind. Bevor man sich jedoch weiter damit befaßt, muß man sich fragen, ob es überhaupt der Mühe wert ist, diesem Problem so große Aufmerksamkeit zu schenken, wie dies in den letzten Jahren geschah. In theoretischer Hinsicht lautet die Antwort ohne Zweifel bejahend, denn der Wissenschaftler hat die Pflicht, die ihm gestellten Probleme so weit wie nur möglich zu lösen, ohne sich zunächst um die praktischen Anwendungsmöglichkeiten der zu entwickelnden Theorie zu große Sorgen zu machen. Dies darf ihn selbstverständlich nicht hindern bei der Entwicklung seiner Theorie den Bedingungen der Praxis in gebührender Weise Rechnung zu tragen. So müssen zum Beispiel in der theoretischen Photogrammetrie fortwährend die an den Auswertegeräten tatsächlich auszuführenden Beobachtungen und Operationen berücksichtigt werden, denn nur unter der genauen Fassung der tatsächlichen Vorgänge kann man

mit Sicherheit zu praktisch brauchbaren Resultaten gelangen. Im vorliegenden Falle der gegenseitigen Orientierung darf somit der Wissenschaftler mit seinen Formeln und Entwicklungen keine reine Mathematik treiben, sondern er hat damit photogrammetrische Probleme zu lösen und muß deshalb die photogrammetrischen Vorgänge mit mathematischen Mitteln reproduzieren. Es wird vielleicht den einen oder andern der Leser etwas stutzig machen, wenn vertreten wird, daß man mit mathematischen Formeln Photogrammetrie betreiben könne, was aber nicht verhindert daß es doch so ist. Dieser ganze Fragenkomplex wird uns sofort leichter zugänglich, wenn wir an die höhere Geodäsie als Gegensatz zur Photogrammetrie denken, der mit der Ausschaltung der Mathematik, also der Formeln, die Grundlage entzogen würde, wodurch die ganze geodätische Messerei Sinn und Zweck verlöre.

Aber auch vom praktischen Standpunkt aus verdient das Problem der gegenseitigen Orientierung unsere ganze Aufmerksamkeit, da sie auch heute noch das einzige Mittel ist, um eine Aerotriangulation durch allmähliches Anreihen der Bilder (Folgebildanschluß) durchzuführen. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, daß eines Tages Mittel und Wege gefunden werden zur einfacheren und genaueren Durchführung von Aerotriangulationen, als dies mit dem Folgebildanschluß möglich ist. In diesem Sinne ist zum Beispiel versucht worden, die gegenseitige Orientierung beim Folgebildanschluß durch Behebung der Modellfehler an Hand der vorhandenen Modellpunkte zu verbessern. Heute wissen wir jedoch noch nicht, ob durch ein solches Vorgehen die Fehlerfortpflanzung im Aerotriangulationsstreifen verbessert oder verschlechtert wird, da eine korrekte fehlertheoretische Behandlung dieses Verfahrens noch aussteht. Wir wissen nur eines sicher: solange die Gewichts- und Korrelationskoeffizienten der in einem Aerotriangulationsstreifen auftretenden Unbekannten nicht oder nur ungenügend ermittelt sind, wird die Ausgleichung der Abschlußfehler nicht aus ihren Kinderschuhen herauskommen. Wenn somit die Modellfehler in den verwendeten Modellpunkten durch Verändern der Orientierungsgrößen am Stereoautographen eliminiert werden, so müssen unbedingt auch die daraus resultierenden Veränderungen der Gewichts- und Korrelationskoeffizienten berechnet werden, wenn man einigermaßen Aussicht haben will, zu einem korrekten Ausgleichungsverfahren zu gelangen. Ganz anders stellt sich diese Frage selbstverständlich bei den unabhängigen Bildpaaren, wo die Fortpflanzung der Fehler im Modell von viel geringerer Bedeutung ist.

Wenn man das Problem der gegenseitigen Orientierung vom wissenschaftlichen Standpunkt aus beurteilen will, so genügt es nicht, sich nur an die Photogrammetrie zu klammern, sondern man muß etwas weiter um sich blicken, denn schließlich handelt es sich ja hier nur um ein Atom im mächtigen Gebäude der Wissenschaft. Man muß sich daher zunächst wenigstens in einem Teil dieses Gebäudes umsehen und untersuchen, nach welchen Regeln und Grundprinzipien darin gearbeitet und heute noch gebaut wird. Macht man dies, so bemerkt man sofort, daß die Mathematik für sich allein einen sehr großen Raum beansprucht und da-

neben, überall eindringend, bis in die hinterste Ecke des Gebäudes Wissenschaft hinausgewachsen ist.

Die Mathematik ist heute vor allem eine abstrakte Wissenschaft, die sich ihr Haus nach gewissen Regeln der Logik aus einer recht beschränkten Anzahl von Bausteinen, den Axiomen, gebaut hat. Sie führt somit heute ein weitgehend unabhängiges Leben und kümmert sich nur noch in eingeschränktem Maße um die Seitensprünge ihrer beiden ältesten Töchter, die Astronomie und die Geodäsie. Nach menschlicher Beurteilung scheint dies ungerecht, da ja die Mathematik ihre heutige unabhängige Stellung in erster Linie der Geodäsie und der Astronomie zu verdanken hat. Ohne die Befruchtung durch diese beiden Wissensgebiete wäre die Mathematik voraussichtlich nie, im besten Falle erst viel später, zu ihrer Universalität gelangt. Was zum Beispiel die Geodäsie anbelangt, genügt es an den großen Mathematiker und Geodäten Gauß zu denken, welcher durch seine praktische geodätische Tätigkeit auf zahlreiche mathematische Theorien geführt worden ist, die auch heute noch von fundamentaler Bedeutung sind, wie zum Beispiel die Flächentheorie und die Methode der kleinsten Quadrate. Auch auf vielen andern Gebieten erfolgte der Anstoß zu wissenschaftlichen Untersuchungen von der praktischen Seite her, so daß die Mathematik ihre heute so unabhängige Existenz in starkem Maße der Praxis zu verdanken hat und derselben dafür dankbar bleiben sollte. Sie ist es aber auch, indem sie mit ihrem Abstraktum zu rein theoretischen Untersuchungen Anlaß gibt, die ihrerseits wieder die Praxis befruchten. Es kann daher nicht geleugnet werden, daß Theorie und Praxis ein untrennbares Ganzes bilden und sich darin fortwährend gegenseitig befruchten.

Eine mathematische Theorie ist ein mathematisches Wesen. Da sich diese Publikation vor allem mit einem Problem physikalischen Charakters befaßt, so darf auch von einem physikalischen Wesen gesprochen werden. Handelt es sich darum, eine existierende mathematische Theorie auf ein physikalisches Problem anzuwenden, so muß immer zuerst untersucht werden, ob die Grundlagen und Hypothesen, welcher sich der Mathematiker bei seiner Arbeit bedient hat, dem physikalischen Wesen in genügender Weise entsprechen. Erst wenn diese Übereinstimmung festgestellt ist, kann das physikalische Wesen durch das mathematische ersetzt werden. Hat die Prüfung eine genügende Übereinstimmung ergeben, so wird man das physikalische Wesen vorläufig unbeachtet lassen können und mit dem mathematischen arbeiten, da man auf diese Art viel rascher vordringt und weil den so erhaltenen Resultaten des öftern eine größere Allgemeinheit zukommt. Auf diese Art stellt man mit dem mathematischen Wesen alle möglichen Experimente an – man experimentiert somit mit den mathematischen Ausdrücken genau auf dieselbe Art, wie zum Beispiel mit einer Maschine oder einem Meßgerät –, bis man eine Übersicht über alle Möglichkeiten oder, in gewissen Fällen, ein gesuchtes Resultat erhalten hat. Ist man einmal so weit, so nimmt man das physikalische Wesen, das man vorher beiseite geschoben hat, wieder hervor, um sich durch das physikalische Experiment von der Richtigkeit der vom mathematischen

Wesen gelieferten Erkenntnisse zu überzeugen. Man kann sich so von der Genauigkeit der auf mathematischem Weg erhaltenen Resultate ein zuverlässiges Bild verschaffen.

In vielen Fällen ist jedoch dieser letzte Schritt, die Verifikation an Hand des physikalischen Wesens, überflüssig und zwar vor allem dann, wenn es sich um Experimente oder Messungen handelt, die schon oft durchgeführt worden sind, also im Bereiche gefestigter Erfahrung liegen. Wir wollen ein einfaches Beispiel anführen. In der elementaren Mathematik zeigt man, daß die Winkelsumme im Dreieck gleich zwei Rechten ist. Wenn in diesem Satz von einem Dreieck geschrieben wird, so muß dies natürlich im mathematischen Sinne verstanden werden. Ein solches „mathematisches Dreieck" hat jedoch nicht mehr vieles gemein mit einem Dreieck, das wir an Hand eines Bleistiftes und einem Lineal auf ein Blatt Papier zeichnen. Das Erstere ist ein rein mathematisches und das Letztere ein rein physikalisches Wesen, wenn schon beide gleich, nämlich „Dreieck", genannt werden. Es fragt sich nun aber, ob der für das mathematische Wesen geltende Satz auch für das physikalische noch Gültigkeit hat. Hierüber kann uns nur das Experiment, also im vorliegenden Falle die Messung, Auskunft erteilen. Die Physik (im allgemeinsten Sinn) hat gezeigt, daß die Übereinstimmung der Gültigkeit in genügendem Maße vorliegt, wenn sorgfältig gezeichnet und gemessen wird. Damit ist jedoch noch in keiner Weise *bewiesen*, daß die mathematische Eigenschaft nun für jedes „physikalische Dreieck" gültig sei, *denn die Mathematik erlaubt nicht, eine physikalische Eigenschaft zu beweisen.* Es muß jedoch im vorliegenden Falle gesagt werden, daß die Richtigkeit des oben stehenden Satzes für „physikalische Dreiecke" so oft durch Messung erprobt und mit genügender Genauigkeit als richtig befunden worden ist, daß es *äußerst unwahrscheinlich ist*, einmal ein „physikalisches Dreieck" anzutreffen, für welches der genannte Satz nicht richtig wäre. Aus diesem Grunde können wir mit großer Sicherheit behaupten, daß obiger Satz für *jedes* „physikalische Dreieck" gültig sei.

Im übrigen darf nicht vergessen werden, was schon die bisherigen Ausführungen erkennen lassen, daß die Mutter Natur über alle physikalischen Probleme den Schleier der Wahrscheinlichkeit gelegt hat, der uns, wie das Gesicht einer schönen Frau, die letzte Wahrheit immer verbirgt. Anhand sorgfältig konstruierter Instrumente und geeigneter Meßverfahren gelingt es, die Präzision einer Messung zu steigern. Man gelangt dabei jedoch mit jedem Instrument und jeder Meßmethode in bezug auf die erreichbare Genauigkeit immer an eine dem Instrument und der Meßmethode charakteristische Grenze, die nicht unterschritten werden kann. Von dieser Grenze an erstreckt sich der Bereich der Wahrscheinlichkeit, der uns die Wahrheit verbirgt. Gelingt es jedoch, noch genauere Instrumente und Beobachtungsverfahren anzuwenden, so können wir einen Teil des Schleiers lüften und die vorher festgestellte Grenze etwas enger ziehen; sie ist aber immer noch da. Sobald wir an der dem bestimmten Instrument und einer bestimmten Beobachtungsmethode charakteristischen Grenze angelangt sind, gibt es nur noch eine Mög-

lichkeit zum weiteren Vordringen: es müssen die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Fehlertheorie angewendet werden, was meistens die mehrmalige Wiederholung der Messungen voraussetzt. Aus diesem Grunde kommt der Fehlertheorie zum Beispiel in der höheren Geodäsie eine so eminente Bedeutung zu. In der höheren Geodäsie hat man schon längst festgestellt, daß eine konsequente Anwendung der Fehlertheorie gestattet, die Präzision noch um einen Schritt zu steigern, daß sie uns das Arbeiten in einem vom Schleier der Wahrscheinlichkeit überdeckten Bereich erlaubt. In der Photogrammetrie finden wir genau dieselben Verhältnisse vor. Da es sich hier jedoch um ein noch recht junges Wissensgebiet handelt, so wird gewiß noch geraume Zeit vergehen, bis auch hier das Arbeiten im Wahrscheinlichkeitsgebiet für höchste Präzisionsansprüche zur allgemein gültigen Regel wird.

Man muß sich jedoch fragen, ob es möglich ist, die Wahrscheinlichkeitsgrenze durch fortwährende Verfeinerung der Instrumente und Beobachtungsmethoden immer weiter ins Unendlichkleine zu verschieben, oder ob man dabei einmal eine absolute Schranke antreffen wird, die nicht mehr unterschritten werden kann. Die moderne Physik zeigt, daß eine solche absolut unüberschreitbare Schranke effektiv vorhanden ist, woraus man schließen muß, daß alle physikalischen Messungen nur bis zu einer bestimmten, feststehenden Präzision gesteigert werden können. Alles, was hinter dieser absoluten Schranke liegt, ist für uns in starkem Maße unbestimmt und in dieses Gebiet kann man nur mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Wellenmechanik und der Quantentheorie vordringen.

Aus diesen Ausführungen dürfte klar hervorgehen, daß sich der moderne Wissenschaftler bei seinen Untersuchungen so viel wie möglich der Mathematik bedienen muß, wenn er rationell arbeiten will. Es ist dies sowohl der Fall für die Geodäsie, die Photogrammetrie, wie für viele andere Wissensgebiete. Die Zeit der Alchemisten, während der man planlos versuchte, Edelmetalle herzustellen, ist endgültig vorüber. Der heutige Wissenschaftler muß planmäßig vorgehen und er wird dabei vor allem durch die Mathematik geleitet, die immer viel rascher und sicherer zum Ziel führt als das mühsame Tasten im Dunkeln. Da jedoch die Mathematik, wie schon gesagt, nicht erlaubt, eine physikalische Eigenschaft zu beweisen, so muß jede mathematische Theorie, die sich mit einem physikalischen Problem befaßt, wenn irgendwie möglich durch effektive Ausführung des physikalischen Experimentes verifiziert werden, es sei denn, es handle sich um gut bekannte Tatsachen.

Ich bedaure, daß der im Titel dieser Publikation zitierte Artikel [1]* den hier angegebenen, in der Wissenschaft heute sehr verbreiteten und gut bekannten Prinzipien und Arbeitsmethoden größtenteils widerspricht. Der Autor des zitierten Artikels scheint in sein praktisches Können ein unbeschränktes Vertrauen zu haben, schließt er doch seine Publikation mit den Worten: „Hier führt uns ein großes praktisches

---

* Siehe Literaturverzeichnis am Ende dieser Publikation.

Können, das einerseits auf der Erfahrung basiert und anderseits die Theorie, so weit sie als Mittel zum Zweck dienlich ist, zum Erfolg."

Da die Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung vor allem in den letzten Jahren zu recht zahlreichen Diskussionen und Publikationen Anlaß gegeben hat, dürfte es dem Leser, der aus Zeitmangel oder andern Gründen nicht Gelegenheit hatte, diese Fragen fortlaufend zu studieren, etwas schwer fallen, sich in diesem Gestrüpp zurechtzufinden. Ich halte es daher für angezeigt, hier nochmals kurz auf die wichtigsten Entwicklungsphasen dieser Theorie zurückzukommen und hoffe, daß es mir auf diese Art möglich sein wird, den im Titel dieses Aufsatzes zitierten Artikel dieser ganzen Entwicklungsfolge dort einzureihen, wo er hingehört, ohne dabei genötigt zu sein, Ausdrücke und Satzwendungen zu gebrauchen, die mit Wissenschaft nichts mehr zu tun haben.

Im Jahre 1924 hat O. v. Gruber in seiner grundlegenden Publikation „Einfache und Doppelpunkteinschaltung im Raum" [2] die Methode der mechanisch-optischen gegenseitigen Orientierung erstmals dargestellt. Diese besteht im Grunde genommen in der mechanisch-optischen Auflösung eines Systemes von linearen Gleichungen. Bei der Ableitung der Theorie der gegenseitigen Orientierung geht man von einem fehlerfreien optischen Modell aus, das heißt, man nimmt an, die beiden Luftaufnahmen seien im Auswertegerät absolut korrekt, also fehlerlos, orientiert worden. Wenn dem so ist, und die Instrumentalfehler vernachlässigt werden können, schneiden sich in gewissen Auswertegeräten (z. B. Multiplex) die homologen Bildstrahlen paarweise und bilden so ein optisches Modell. In andern Auswertegeräten, den Stereoautographen, ist diese korrekte Orientierung der Auswertekammern dadurch charakterisiert, daß es durch das Verschieben des Basiswagens immer möglich ist, die beiden Meßmarken gleichzeitig auf zwei beliebige konjugierte Bildpunkte der beiden Aufnahmen einzustellen; die beiden Meßmarken erscheinen dann dem Beobachter im binokularen Beobachtungsfernrohr als räumliche Marke, die auf dem räumlich gesehenen Bildpunkt (Modellpunkt) zu liegen scheint.

Erteilt man nun einzelnen oder allen Orientierungsgrößen kleine Änderungen, so wird das optische Modell gestört. Im Falle des Multiplexes werden sich im allgemeinen homologe Strahlen nicht mehr schneiden und im Stereoautographen wird es meistens nicht mehr möglich sein, die beiden Meßmarken gleichzeitig auf zwei beliebige konjugierte Bildpunkte einzustellen. Man sagt in diesem Fall, das Modell weise Vertikalparallaxen auf. Wenn sich also in einem Modell Vertikalparallaxen zeigen, so kommt dies von einer unkorrekten oder ungenauen gegenseitigen Orientierung der beiden Bilder her, wenn wir die Instrumentalfehler praktisch zu Null ansetzen können. O. v. Gruber hat gezeigt, daß die Vertikalparallaxen pv durch Gleichungen von der Form

$$pv = ad\kappa + bd\omega + cd\varphi + edbz + fdby \tag{1}$$

dargestellt werden können, wo $d\kappa$, $d\omega$, ... dby die wahren Fehler der Orientierungsunbekannten κ, ω, φ bz, by bedeuten, während a, b, c, e

und f bekannte Konstante sind, die von der Wahl des Modellpunktes abhängen, in welchem die Vertikalparallaxe beobachtet oder gemessen wird. Wählt man andere Orientierungselemente, als die hier angeführten, so nimmt die Gleichung (1) natürlich eine andere Form an; sie bleibt jedoch der Kleinheit der Fehler wegen immer linear. Man kann leicht zeigen, daß zur gegenseitigen Orientierung 5 voneinander unabhängige Variable benötigt werden, so daß die rechte Seite der Gleichung (1) immer wenigstens 5 Differentiale enthält, wie auch praktisch bei der gegenseitigen Orientierung vorgegangen wird. Prinzipiell würde es somit genügen, die Vertikalparallaxe in 5 verschiedenen (unabhängigen) Punkten zu messen, um die Fehler $d\kappa$, $d\omega$, $d\varphi$ dbz, dby der Orientierungsunbekannten berechnen und darnach durch Nachstellen am Autograph eliminieren zu können. Praktisch begnügt man sich jedoch meistens nicht mit 5 Punkten, sondern man operiert wenigstens mit deren 6. *Mißt* man die Vertikalparallaxen in 6 Punkten, so wird man auf ein System von 6 linearen Gleichungen mit 5 Unbekannten geführt und es liegt daher eine Überbestimmung vor. In theoretischer Hinsicht tut dies nichts zur Sache, da es ja unter Ausschließung gewisser kritischer Modellflächen im mathematischen Sinne nur ein Wertesystem gibt, für welches die gegenseitige Orientierung korrekt ist. Der unvermeidlichen zufälligen Beobachtungsfehler wegen werden jedoch diese 6 Gleichungen meistens keine einheitliche Lösung zulassen, sondern man wird womöglich nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgleichen. Geht man so vor, so können gleichzeitig auch die Gewichts- und Korrelationskoeffizienten der Unbekannten nach dem in der Methode der kleinsten Quadrate gebräuchlichen Verfahren berechnet werden. Prof. B. Hallert hat das Verdienst, im Jahre 1944 in [3] dieses numerische Verfahren der gegenseitigen Orientierung erstmals in praktisch brauchbarer Form dargestellt zu haben. Dabei sind von ihm auch sämtliche Gewichts- und Korrelationskoeffizienten berechnet worden, die bei der korrekten Ausgleichung einer Aerotriangulations-Bildreihe gebraucht werden. Obschon sich die numerische gegenseitige Orientierung mit Ausgleichung bei den Praktikern keiner großen Beliebtheit erfreut, ist es noch gar nicht gesagt, daß sie nicht einmal eine bedeutende Rolle spielen könnte bei der Durchführung von Aerotriangulationen. Die Formeln (5) und (6) der im Titel dieses Aufsatzes zitierten Publikation [1] sind im Jahre 1944 erstmals von Prof. Hallert publiziert worden; es ist zu bedauern, daß unterlassen worden ist, darauf hinzuweisen.

Die von Grubersche Methode der gegenseitigen Orientierung gestattet die Bestimmung der Orientierungsunbekannten ohne jegliche Rechnung und ist darum, und nicht nur ihrer raschen Durchführbarkeit wegen bei den Praktikern sehr beliebt. Es werden dabei nicht alle Unbekannten in einem Guß erhalten, wie dies bei der soeben angegebenen numerischen Methode der Fall ist, sondern man bestimmt sie am Stereoauswertegerät progressiv. Dabei kann auf sehr verschiedene Arten vorgegangen werden und bis vor wenigen Jahren hat man eigentlich dem eingeschlagenen Arbeitsgang keine besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Man hat sich

ganz einfach gesagt, daß die gegenseitige Orientierung richtig ermittelt ist, wenn das räumliche Bild vom Operateur im Stereoautographen parallaxenfrei gesehen wird. Wenn wir nicht mit den Beobachtungsfehlern zu rechnen hätten, so wäre dies der Fall. Der zufälligen Beobachtungsfehler wegen verhält es sich jedoch so, daß das räumliche Bild dem Operateur parallaxenfrei erscheint, sobald die Restparallaxen ihrem absoluten Wert nach kleiner geworden sind als die kleinste, praktisch noch beobachtbare Vertikalparallaxe. Da die letztere jedoch erfahrungsgemäß zu zirka 0,02 mm (in der Bildebene) angenommen werden muß, sieht man sofort ein, daß es eine unendliche Anzahl benachbarter gegenseitiger Orientierungen gibt, die dem Beobachter alle parallaxenfrei erscheinen können. Hier plätschern wir also wieder in trübem Wasser herum, das uns verhindert, auf den Grund zu sehen. Will man jedoch einen Schritt weiterkommen, so ist dies nur anhand der Wahrscheinlichkeitsrechnung möglich. Im Jahre 1932 ist von Prof. R. Finsterwalder in dieser Richtung der erste entscheidende Schritt gemacht worden; siehe [4], [5] und [6]. R. Finsterwalder hat die Parallaxengleichungen (1) als Fehlergleichungen interpretiert und daraus nach der Methode der vermittelnden Ausgleichung die mittleren Fehler der Orientierungsunbekannten berechnet. Dem hier eingangs entwickelten Grundprinzip entsprechend, hat dann R. Finsterwalder die gegenseitige Orientierung eines Plattenpaares 25 mal durchgeführt und so seine Theorie verifiziert. Die gefundene Übereinstimmung von Theorie und Praxis ist nicht schlecht, hätte jedoch besser sein sollen. Diese Differenzen zwischen Theorie und Praxis erklären sich jedoch leicht, wenn man daran denkt, daß R. Finsterwalder die mittleren Fehler nach der Methode der vermittelnden Ausgleichung berechnet hat, obschon die Orientierungsunbekannten nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, sondern auf mechanisch-optische Art bestimmt worden sind. Obschon die Übereinstimmung von Theorie und Praxis in R. Finsterwalders Publikation noch zu wünschen übrig läßt, muß der Versuch, weiter in den Bereich des Unbestimmten einzudringen, als Verdienst recht hoch eingeschätzt werden.

Merkwürdigerweise wurde dann diesem Problem während längerer Zeit keine Aufmerksamkeit mehr geschenkt und erst im Jahre 1940 erschien eine grundsätzlich neue Darstellung von E. Gotthardt [7]. Gleich darauf veröffentlichte Prof. Schermerhorn in der Zeitschrift „Photogrammetria" eine Abhandlung [8], welche für die ganze weitere Entwicklung der Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung von grundlegender Bedeutung war. In dieser Publikation [8] hat Prof. Schermerhorn in äußerst klarer und gründlicher Art auf die bisher begangenen Fehler hingewiesen und gezeigt, was noch zu machen übrig blieb. Es ist erstaunlich, daß dieser Fragenkomplex, der zunächst rein theoretischen Charakters zu sein scheint, zuerst von einem eminenten *Praktiker* und nicht von einem Theoretiker so klar dargestellt worden ist. Es zeigt dies wieder einmal mit erfreulicher Klarheit, wie innig Theorie und Praxis miteinander verwachsen sind. Ohne diese grundlegende Abhandlung Prof. Schermerhorns hätte gewiß die Lösung dieses Problemes noch

lange auf sich warten lassen. Prof. Schermerhorn hat erstmals darauf aufmerksam gemacht, daß die bis dahin in der Photogrammetrie bekannt gewordene Fehlertheorie des öftern zu formal vorgegangen ist und sich zu wenig um die bei der Orientierung am Auswertegerät effektiv angestellten Beobachtungen und Messungen bekümmert hat. So geht zum Beispiel aus seiner Publikation klar hervor, daß Prof. R. Finsterwalders Fehlertheorie zu Widersprüchen führen mußte, da sie ja die am Autographen wirklich ausgeführten Operationen gar nicht berücksichtigte. Wie schon oben angegeben, hat dann Prof. Hallert im Jahre 1944 in [3] eine praktisch brauchbare numerische Orientierungsmethode angegeben, für welche die Fehlerformeln R. Finsterwalders richtig sind. Wir sehen also, daß sich B. Hallert auf R. Finsterwalders Fehlerformeln stützte und dann die Orientierungsmethode so bestimmte, daß sie den bereits angenommenen Formeln entspricht.

Ungefähr um die gleiche Zeit habe ich mich mit der Entwicklung eines Rechenverfahrens befaßt, das erlauben soll, jedes mechanisch-optische Orientierungsverfahren fehlertheoretisch korrekt zu behandeln. Dabei ging ich von einem beliebigen, jedoch bestimmten Orientierungsverfahren aus, und versuchte dasselbe fehlertheoretisch zu erfassen. Nach langem Suchen in diesem noch unbekannten Gebiet konnte ich im Jahre 1943 in [9] dessen Lösung angeben und die dort nachgewiesene Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis darf als recht gut bezeichnet werden. Vor kurzem hat übrigens Prof. Kasper gezeigt, wie diese Fehlertheorie auf viel einfachere und elementare Art abgeleitet werden kann: siehe [10] und [11]. Ich geriet damals jedoch ganz ungewollt und unerwartet auf etwas Neues: die Fehlerrechnung zeigte mir, daß die mechanisch-optische gegenseitige Orientierung nicht konvergent ist. Man hat darunter folgendes zu verstehen. Bisher wurde angenommen, daß es genüge, die mechanisch-optische gegenseitige Orientierung zweier Strahlenbündel mehrmals zu wiederholen, um mit jeder Operation näher zu einem parallaxfreien Modell zu gelangen. Die Theorie hat nun aber gezeigt, daß auch nach mehrmaligem Wiederholen des Orientierungsverfahrens die mittleren verbleibenden Restparallaxen ihrem absoluten Werte nach teilweise immer größer sind als der mittlere Beobachtungsfehler einer Vertikalparallaxe. Es folgt daraus, daß auch nach einer Folge von Orientierungsvorgängen das erhaltene Modell im Mittel nicht parallaxenfrei ist. Um diesem Übelstand abzuhelfen, verfügt man prinzipiell über zwei Mittel, von denen das eine schon längst ganz unbewußt in der praktischen Photogrammetrie Eingang gefunden hat.

Es handelt sich um das beim Praktiker so beliebte Verdrücken der Restparallaxen durch Verändern der einen oder andern der Orientierungsunbekannten, je nach Gutdünken und Routine des Operateurs. Von diesem Verdrücken wird in der praktischen Photogrammetrie mit Recht dort viel Gebrauch gemacht, wo es sich nicht um Aerotriangulationsarbeiten handelt. Eins darf jedoch nicht vergessen werden: wenn wir gefühls- und routinemäßig verdrücken, haben wir es nicht mehr mit einer bestimmten, sondern mit einer *individuellen* Methode zu tun, die von Beobachter zu

Beobachter ändern kann. Wir dürfen mit großer Sicherheit sagen, daß diese Methode schon der praktischen Nachprüfung der fehlertheoretischen Untersuchungen R. Finsterwalders zugrunde lag. Die Vergangenheit hat uns aber gelehrt, daß für ein solches Orientierungsverfahren keine korrekte, allgemein gültige Fehlertheorie aufgestellt werden kann und daß dieses Fehlen einer vorgangsgerechten Theorie sich bei der Ausgleichung von Aerotriangulationsstreifen nachteilig auswirken muß. Es ist daher erstaunlich, daß der Verfasser der im Titel dieses Aufsatzes angegebenen Publikation [1] versucht hat, durch Übernahme Prof. Hallerts Formeln (die lediglich für die numerische Orientierung gültig sind) zu einer neuen Fehlertheorie der optisch-mechanischen Orientierung zu gelangen und damit genau den gleichen Fehler begeht, den Prof. R. Finsterwalder bereits vor 15 Jahren, dem damaligen Stand der Technik entsprechend, beging. Dr. Brandenberger hat sich allerdings dabei die Mühe genommen, seiner Abhandlung einen wissenschaftlichen Anstrich zu geben, indem er behauptet, der routinierte Beobachter bringe die letzten Restparallaxen tatsächlich nach dem von ihm angegebenen (jedoch von B. Hallert stammenden) Verfahren, das heißt nach der Methode der kleinsten Quadrate, zum Verschwinden, und zwar ohne dabei etwas aufzuschreiben oder zu berechnen. Es ist zu bedauern, daß es der Verfasser jener Publikation, der sich vor allem für die *praktische* Seite des Problemes zu interessieren scheint, nicht für nötig gehalten hat, seine Behauptung im Sinne einer Verifikation durch praktische Untersuchungen zu stützen, wie dies von andern Autoren mehr theoretischen Einschlages durchwegs gemacht worden ist.

Wir müssen hier grundsätzlich und sauber zwei Fälle auseinander halten:

1. Wenn die Vertikalparallaxen bei dem von Dr. Brandenberger entwickelten Verfahren effektiv *gemessen* und die Korrekturen aus den Messungen nach der Methode der kleinsten Quadrate *berechnet* werden, dann handelt es sich um Prof. Hallerts Methode.
2. Wenn die Vertikalparallaxen bei dem von Dr. Brandenberger angegebenen Verfahren nur „registriert“ werden, so handelt es sich um eine individuelle Methode, die mit dem altbekannten Verdrücken identisch ist und für die nur eine individuelle, jedoch keine allgemein gültige Fehlertheorie aufgestellt werden kann.

Das Verdrücken der letzten Restparallaxen hat somit den Nachteil, eine korrekte Fehlerrechnung zu verunmöglichen. Im übrigen darf nicht vergessen werden, daß man auf diese Art nur zu einem der unendlich vielen, im Gebiete der Beobachtungsunsicherheit liegenden Modelle gelangt.

Es drängt sich daher sofort eine zweite Methode auf, nämlich diejenige der Repetition. Da die optisch-mechanische Orientierung nicht konvergent ist, so scheint es angezeigt, den gewählten (beliebigen, aber

bestimmten und gleichbleibenden) Orientierungvorgang mehrmals zu wiederholen und die nach jedem Orientierungsvorgang erhaltenen Werte der Unbekannten zu notieren. Bildet man dann für jede Unbekannte das Mittel der so erhaltenen Werte und führt man dasselbe in das Auswertegerät ein, so ist das erhaltene Modell im Mittel parallaxfrei, wenn der Orientierungsvorgang mindestens dreimal wiederholt worden ist. Praktisch wird man jedoch eher 5 oder sogar 6 Wiederholungen wählen. Bei diesem Orientierungsvorgang wählt man nicht, wie bei dem früheren, das zuletzt nach einer Folge von Orientierungen erhaltene Modell, sondern man bestimmt ein *mittleres Modell*, das fehlertheoretisch beträchtlich günstiger ist und zudem noch den Vorteil hat, einer korrekten fehlertheoretischen Untersuchung zugänglich zu sein. Wir sind der Ansicht, dies sei für die Aerotriangulation von grundlegender Bedeutung, denn man will doch dort korrekt ausgleichen! Diese Methode der Repetition der Operationen ist eigentlich nur in der Photogrammetrie neu, während sie zum Beispiel in der Geodäsie schon längst durchwegs mit großem Nutzen angewandt wird. Es handelt sich bei der Repetition um eine universelle Methode, mit welcher man auch in der Photogrammetrie einen Schritt in das verborgene Wahrscheinlichkeitsgebiet vordringen kann, um sich damit die Aussicht auf eine Steigerung der Genauigkeit zu wahren.

Ich möchte diese Bemerkungen nicht schließen, ohne noch auf zwei Punkte aufmerksam zu machen. In der hier besprochenen Publikation wurden die Vertikalparallaxen graphisch dargestellt. Diese Darstellung ist nicht neu; sie wurde von O. v. Gruber in die photogrammetrische Fehlerbetrachtung eingeführt (Bildmessung und Luftbildwesen 1938, Seite 19). Es ist zu bedauern, daß nicht auf diese Priorität hingewiesen worden ist. Wir dürfen wohl die Verdienste ausländischer Photogrammeter nicht ungerechterweise übergehen, wenn wir aus unserer kleinen Schweiz im Weltkonzert der Photogrammetrie in Zukunft nicht eine ganz nebensächliche Rolle spielen wollen.

Eine weitere Stelle, die ich aus Loyalitätsgründen nicht übergehen möchte, befindet sich auf Seite 196 der hier besprochenen Publikation, wo wir lesen: „Wenn daher Herr Härry in seiner Besprechung des neuen Lehrbuches von Prof. Dr. Zeller diese, die gegenseitige Orientierung bestimmenden Differenzen by, bz, ... $\Delta\kappa$ als autographenfremd kritisiert, so ist diese Kritik absolut unbegründet, indem sie längst bekannte, elementare Begriffe der Photogrammetrie ignoriert.“ Ich möchte Herrn Dr. Brandenberger empfehlen, seine diesbezüglichen mathematischen Entwicklungen, sowie deren Interpretation, nochmals durchzustudieren. Er wird dabei konstatieren, daß die Angabe der numerischen Werte von

$$X' - X'' = bx$$

$$Y' - Y'' = by$$

$$Z' - Z'' = bz$$

$$\omega' - \omega'' = \Delta\omega$$
$$\varphi' - \varphi'' = -\gamma$$
$$\kappa' - \kappa'' = \Delta\kappa$$

im allgemeinen die gegenseitige Orientierung nicht bestimmen. Sobald man den allgemeinen Fall der gegenseitigen Orientierung oder der Modellverzerrung ins Auge faßt, das heißt, wenn die Orientierungsunbekannten nicht lediglich einer Kammer zugeordnet, sondern auf beide verteilt werden, führen Dr. Brandenbergers Entwicklungen auf autographenfremde Variablen. Es handelt sich somit nicht um ein Ignorieren längst bekannter elementarer Begriffe durch Herrn Härry, sondern um einen elementaren Interpretationsfehler Dr. Brandenbergers. Im übrigen werden sich die Leser die Frage schon beantwortet haben, ob es loyal oder anständig ist, Ing. H. Härry, der eine aufmerksame, wohlwollende und in der Kritik vornehm andeutende Buchbesprechung geschrieben hat, in dieser unsachlichen, voreingenommenen Weise zu nennen.

Literaturverzeichnis

[1] *A. Brandenberger:* „Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung von Steilaufnahmen." Schweiz. Zeitschr. für Vermessung und Kulturtechnik 1947, Seite 195.

[2] *O. v. Gruber:* „Einfache und Doppelpunkteinschaltung im Raum." Verlag von Gustav Fischer, Jena. 1924.

[3] *B. Hallert:* „Über die Herstellung photogrammetrischer Pläne." Diss. Königl. Tech. Hochschule Stockholm 1944.

[4] *R. Finsterwalder:* „Der unregelmäßige Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung." Allgem. Vermessungsnachrichten 1932.

[5] *R. Finsterwalder:* „Genauigkeitsuntersuchungen an einem Stereoplanigraphen." Bildmessung und Luftbildwesen 1934.

[6] *R. Finsterwalder:* „Der unregelmäßige und systematische Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung und Aerotriangulation." Bildmessung und Luftbildwesen 1933.

[7] *E. Gotthardt:* „Beiträge zur Frage der Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtbildpaaren." Bildmessung und Luftbildwesen 1940.

[8] *W. Schermerhorn:* „Einleitung zur Fehlertheorie der räumlichen Aerotriangulation." Photogrammetria 1940.

[9] *W. K. Bachmann:* „Théorie des erreurs de l'orientation relative." Thèse Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne. 1943.

[10] *H. Kasper:* „Zur Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung." Schweiz. Zeitschr. für Vermessung und Kulturtechnik 1947.

[11] *W. K. Bachmann:* „Elementare Ableitung der Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung." Schweiz. Zeitschr. für Vermessung und Kulturtechnik. 1947.