Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 46 (1948)

Heft: 5

Artikel: Zum 200. Todestag des Mathematikers Johann Bernoulli

Autor: Bachmann, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-205588

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zum 200. Todestag des Mathematikers Johann Bernoulli

Von E. Bachmann, dipl. ing.

Im Jahre 1748 starb in Basel der weit über die Landesgrenzen hinaus bekannte Ingenieur, Mediziner, Professor der Mathematik und Physik Johann Bernoulli. Er hinterließ ein glänzendes geistiges Erbe, so daß es auch hier am Platze sein dürfte, des großen Mathematikers zu gedenken.

Johann Bernoulli wurde am 27. Juli 1667 in Basel als zweiter Sohn des Spezereihändlers und Ratsherrn Bernoulli-Schönauer geboren. Die ursprünglich aus den Niederlanden stammende Familie Bernoulli kam zu Beginn des 17. Jahrhunderts nach Basel und bürgerte sich dort im Jahre 1622 ein. Sie hat der Stadt und der Schweiz während Generationen hochbegabte Naturforscher, Juristen, Mediziner, Ingenieure, Architekten, Kunstmaler und Dichter, besonders aber eine Fülle ausgezeichneter, ja genialer Mathematiker geschenkt.

Johann wählte als Brotstudium die Medizin und erhielt den ersten Mathematikunterricht durch seinen 13 Jahre älteren Bruder Jakob, der neben seinem Theologiestudium als Autodidakt Astronomie und Mathematik trieb. Im Gegensatz zu seinem grüblerischen Bruder Jakob besaß er eine blitzschnelle Auffassungsgabe und machte sich damit das Wissen der alten und neuen Mathematik in so kurzer Zeit zu eigen, daß er mit 22 Jahren den Vorsprung seines mathematisch begabten Bruders eingeholt hatte.

In diese Zeit fällt nun die Erfindung der Infinitesimalrechnung durch den großen Denker und Mathematiker Leibniz. Leibniz suchte, wie fast alle andern Mathemathiker des 17. Jahrhunderts (Kepler, Galilei, Descartes, Pascal), nach neuen fundamentalen Denkprozessen, zur Auswertung veränderlicher Naturvorgänge. Bekanntlich lassen sich alle veränderlichen Naturvorgänge, gleich welcher Art (z. B. die Schwankungen der Lufttemperatur oder des Luftdruckes, die Bevölkerungsbewegung oder aktueller die Geometerhonorare), durch eine krumme Linie darstellen. Kennt man von dieser Kurve, die irgend einem mathematischen Gesetz genügt, die Richtung, Krümmung und Fläche, so ist sie eindeutig definiert. Der Rechnungsvorgang zum Festlegen der Richtung und Krümmung bezeichnet Leibniz mit differenzieren und setzt hiefür als Symbol das d, während die zweite Rechenoperation dem Bestimmen der Fläche dient und eine Umkehrung der Differenziation darstellt. Diese 2. erhielt das lange $\int$ als Operationszeichen und wurde später von Jakob Bernoulli das Integralzeichen genannt. Nach Erfindung dieser wunderbaren Rechnungsmethode, die vorerst nur mehr Idee und Programm einer neuen Mathematik war, veröffentlichte Leibniz einen Abriß über seine Differential-Integralrechnung, und zwar absichtlich so abstrakt, daß niemand etwas damit anfangen konnte. Er tat dies darum, weil er eine Ahnung hatte, daß Isaak Newton, Professor in Cambridge, etwas ähnliches besaß, aber noch strenger geheim hielt.

Die beiden Brüder Bernoulli begriffen sofort die Genialität der neuen Mathematik und arbeiteten sich unverzüglich in das neue Rechenverfahren ein. Sie traten schon im Mai 1690 mit der Lösung einer von Leibniz gestellten Aufgabe, die der flinke Johann in einer schlaflosen Nacht herausfand, an die Öffentlichkeit, und zwar lösten sie die Aufgabe, wohl zum größten Erstaunen von Leibniz selbst, mittels der Differentialrechnung. Nun waren es die Brüder Bernoulli, die ihrerseits Aufgaben stellten. Sie fragten nach der Gestalt einer von zwei Punkten herabhängenden Kette, eines gebogenen Balkens oder nach der kürzesten Verbindung zweier Punkte auf einer krummen Fläche. Die Aufgaben, die nur von Leibniz, Christian Huygens und den Bernoullis richtig gelöst wurden, bedeuten den ersten großen Triumph der Infinitesimalrechnung. Von da an bildeten Leibniz und die Bernoullis ein mathematisches Triumvirat, unter dessen Händen in wenigen Jahren die Fundamente einer neuen Wissenschaft gelegt wurden. Dem vielbeschäftigten Leibniz, Bibliothekar und Hofhistoriograph des Kurfürsten von Hannover, den mehr die theoretische Entwicklung seiner Lehre als deren praktische Anwendungsmöglichkeiten interessierten, war die wertvolle Hilfe der beiden Bernoullis sehr willkommen.

Um die neue Lehre im Lande Descartes und Pascals einzuführen, reiste Bernoulli 1691 nach Paris und meldete sich beim scharfsinnigen Mathematiker Marquis de l'Hopital. Dieser erkannte an einigen wenigen Beispielen die Vorteile der neuen Rechnungsmethode und engagierte Bernoulli als Privatlehrer. Nach einem halben Jahre schon hatte Johann die Genugtuung, festzustellen, daß aus einem begabten Schüler ein Meister geworden war. Der Leibnizsche Kalkül, noch vor kurzem unbekannt und mit Mißtrauen betrachtet, stand im Begriffe, Frankreich, das Land der großen Mathematiker, zu erobern. Der Hauptanteil hatte der Marquis de l'Hopital, der nach Aufzeichnungen von Bernoulli ein Werk, die «Analyse des infiniments petits» herausgab, das für die nächsten hundert Jahre das Lehrbuch der Differentialrechnung wurde. Für die Integralrechnung gab es noch lange kein solches Werk, sondern nur Kopien des Lehrkurses, den Bernoulli niedergeschrieben hatte. Dieser wurde nur von Basel aus an Bekannte weitergegeben.

Die Infinitesimalrechnung hatte von Anfang an nicht nur begeisterte Anhänger, sondern auch erbitterte Gegner gefunden. Es wurde besonders gegen die Begriffe der Differentiale Sturm gelaufen, jene unendlich kleinen Größen, die doch nicht den Wert Null annehmen und von denen es sogar noch Differentiale zweiter, dritter, vierter usw. Ordnung gibt. Weder die Begründer der neuen Lehre noch ihre Nachfolger haben sich über das Wesen der Differentiale befriedigend geäußert. Die beste Begründung bildete stets der Nachweis der richtigen Resultate.

Die gefürchtetste und hartnäckigste Gegnerschaft kam aus England. Dort hatte Isaak Newton, eines der größten Genien aller Zeiten, ebenfalls eine Infinitesimalrechnung erfunden und dazu noch mehrere Jahre früher als Leibniz. Seine Fluxionsrechnung, wie er sie nannte, war ähnlich derjenigen von Leibniz, aber mehr auf die Bedürfnisse der Physiker

als derjenigen der Mathematiker zugeschnitten. Nun entspann sich der weltbekannte, unschöne Prioritätskampf um die Erfindung der Infinitesimalrechnung und nach dem Tode von Leibniz das zehnjährige Raufen um die Differential- oder Fluxionsrechnung. Johann Bernoulli, der hitzige Kämpfer, dessen scharfes Denken und die logische Kraft mit einem ausgesprochenen Hang zur bissigen Kritik vereint war, zog mit einer kleinen Schar gegen die mächtigen Engländer los. Hüben und drüben wurden als Herausforderung Probleme gestellt und gelöst und die Lösungen des Gegners zerpflückt. War einer kampfesmüde geworden, so trat unverzüglich ein anderer an seine Stelle. Die ganze Basler Mathematiker-Clique, vom ältesten Rechenkünstler bis zum jüngsten Schüler, dem neunzehnjährigen Leonhard Euler, war in dem Kampf eingesetzt; aber die schärfsten Hiebe teilte der Anführer Johann Bernoulli selber aus. Das Resultat war eindeutig. Ein Gegner nach dem andern, bis zum bekannten Mathematiker Brook Taylor, der in der Bernoullischen Rüstung eine Blöße erspäht hatte und darum doppelt hartnäckig kämpfte, räumte das Feld. Der Sieg über die Fluxionsrechnung der Engländer war errungen. Daß dies gut war, haben hundert Jahre später die Engländer selbst zugegeben.

Mit 27 Jahren war der Spezereihändlerssohn Bernoulli, Freund eines französischen Marquis, Schwiegersohn eines Basler Patriziers und ein im Ausland mit Hochachtung genannter Gelehrter. Im Sommer 1695 folgte er einem Rufe an die holländische Universität Groningen. Hier dachte er sich eine Fülle wunderschöner mathematischer Probleme aus und inszenierte mathematische Wettstreite. Er fand bei einer der gestellten Aufgaben, durch ganz verschiedene Methoden von erstaunlicher Einfachheit und Eleganz, die Brachystochrone, die sogenannte Rollkurve. In diese Zeit fällt eine zweite große Entdeckung, die aber zu neuartig war, um in ihrer Tragweite erkannt zu werden. Johann Bernoulli bewies, durch grundlegende Vorarbeiten seines Bruders Jakob begünstigt, daß auch der Zufall bestimmten Gesetzen unterliegt. Er fand das Theorem, das heute als der Hauptsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung oder das Gesetz der großen Zahlen bezeichnet wird. Die große Bedeutung dieses Gesetzes auf die gesamte Naturwissenschaft wurde erst im 19. und 20. Jahrhundert voll erkannt.

Zehn ruhmreiche Jahre, in denen er sich leider mit seinem Bruder Jakob etwas verfeindete, verbrachte er in Holland, dann zwangen ihn die Verhältnisse heimzukehren und die Nachfolge seines verstorbenen Bruders Jakob zu übernehmen. Vorlesungen, Forschungen, Verfassen von Abhandlungen und Korrespondenzen füllten, wie bei allen Gelehrten, seine Tage aus. Verschiedene ehrenvolle Rufe an die damals weltbekannte Universität Utrecht, denen er gerne gefolgt wäre, mußte er ablehnen, weil ihn sein Schwiegervater nicht mehr von Basel losziehen ließ. Er fühlte sich bis zu seinem Tode, im Jahre 1748, in seiner Heimatstadt Basel, wo Handel, Theologie und Juristerei gepflegt wurden und die Mathematik gewissermaßen nur geduldet war, als ein Prophet im Vaterland, d. h. nicht so geehrt und geachtet, wie er es gerne gehabt hätte. Er blieb

der große Mann in der kleinen Stadt. Die Früchte seiner mathematischen Tätigkeit blieben aber auch in dem kleinen Basel nicht aus. Johann Bernoulli durfte es erleben, daß der von ihm entdeckte und leidenschaftlich geförderte Schüler und Mitbürger Leonhard Euler zum größten Mathematiker des 18. Jahrhunderts heranwuchs. Der Fünfundsiebzigjährige drückte das Verhältnis zu seinem Schüler, anläßlich der Herausgabe seiner gesammelten Werke, die er Euler als Geschenk übersandte, wie folgt aus: «Ich zeige in diesen Büchern die höhere Mathematik dar, wie sie in der Kindheit war, Du stellst sie uns vor im Mannesalter.»

Zwei Erweiterungen der Theorie der vermittelnden Ausgleichung

von C. F. Baeschlin

I. Einführung fingierter Beobachtungen

Bei der Behandlung der vermittelnden Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate wird im allgemeinen stillschweigend angenommen, daß es möglich sei, die wahren Werte der Beobachtungsgrößen, L_i, als Funktion der wahren Werte der Unbekannten $X, Y, Z, \ldots U$ aufzustellen.

$$L_i = f_i\,(X, Y, Z, \ldots U) \qquad i = 1, 2, \ldots n. \tag{1}$$

Bei der praktischen Behandlung des Problems kennen wir weder die wahren Werte L_i der Beobachtungsgrößen, noch der Unbekannten. Durch Beobachtungen gewinnen wir die *Beobachtungswerte* l_i. Setzen wir die l_i in die Beziehungen (1) ein, so werden sie nicht mehr erfüllt sein. Bei der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate verlangen wir bekanntlich, daß die Beziehungen (1) auch gelten, wenn wir L_i durch $l_i + v_i$, $X, Y, Z, \ldots U$ durch $x, y, z, \ldots u$ ersetzen. Wir nennen die $x, y, z, \ldots u$ die *ausgeglichenen Werte* der Unbekannten, während $l_i + v_i$ der ausgeglichene Wert der Beobachtungsgröße genannt wird. v_i heißt die *plausible* Verbesserung des Beobachtungswertes l_i. Das System (1) geht dann über in

$$l_i + v_i = f_i\,(x, y, z, \ldots u) \qquad i = 1, 2, \ldots n \qquad n > u. \tag{1a}$$

Dieses System (1a) von n Gleichungen für $(n + u)$ Unbekannte (da ja auch die Verbesserungen v unbekannt sind) ist u-fach unbestimmt. In der Meth. d. kl. Qu. machen wir das Problem bestimmt, indem wir die Minimumsbedingung

$$[g_i\, v_i\, v_i]_{i=1}^{i=n} = \text{Minimum} \tag{2}$$

beifügen.

Bei manchen Anwendungen der Ausgleichungsrechnung nach der Meth. d. kl. Qu. sind uns aber nicht die Funktionen f_i gegeben, welche die Beobachtungsgrößen darstellen, sondern jede Beobachtungsgröße L_i