Bemerkungen zum Folgebildanschluss

Autor(en): **Kasper, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **46 (1948)**

Heft 7

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-205594

Bemerkungen zum Folgebildanschluß

Von Prof. Dr. H. Kasper, Heerbrugg.

Angeregt durch mehrere Arbeiten von Prof. *Bachmann*, wurde im photogrammetrischen Schrifttum der letzten Zeit die Genauigkeitsfrage des Folgebildanschlusses für die Aerotriangulierung lebhaft besprochen. Insbesondere wurde das Für und Wider zwischen optisch-mechanischer und numerischer Orientierung erwogen, mit der einstweiligen Feststellung, daß die numerische Methode etwa viermal genauer sein soll als die optisch-mechanischen Verfahren nach *v. Gruber*. Dies beruht jedoch auf einer unzulässigen Gegenüberstellung an sich ungleichartiger Restfehlerbegriffe. In Wirklichkeit unterscheiden sich die zur Diskussion stehenden optisch-mechanischen Verfahren mit Verwendung von Skalenablesungen von dem numerischen bezüglich der *theoretischen* Genauigkeit bloß um ein unscheinbares Quäntchen, sofern man die optisch-mechanischen Verfahren fehlertheoretisch richtig und so betrachtet, wie sie tatsächlich angewendet werden[1].

Maßgebend für die Beurteilung eines Verfahrens ist die Präzision, mit welcher die Orientierungsunbekannten bestimmt werden können, denn sie ist ausschlaggebend für die Genauigkeit einer Folgebildtriangulation.

Vergleicht man aber die mittleren Fehler der Orientierungsgrößen bei der numerischen Methode z. B. mit denen der *Bachmann'schen* Variante des optisch-mechanischen Verfahrens [1], so läßt sich zeigen, daß die mittleren Fehler von φ und bz für beide Verfahren gleich groß sind, daß sie sich bei ω wie $1:\sqrt{2}$, bei κ wie $1:\sqrt{3}$ und bei by ungefähr wie $1:1,2$ verhalten, also keine der entscheidenden Größen auch nur annähernd an das ungünstige Beurteilungsverhältnis $1:4$ herankommt.

Die Verhältniszahlen fordern geradezu heraus, ein erweitertes Verfahren fehlertheoretisch zu untersuchen, bei dem ω in zwei Ordinaten statt einer und κ sowie by in je drei Punkten statt in einem zu bestimmen sind, zumal ein gewissenhafter Auswerter ohnedies mit ähnlichen Überbestimmungen orientiert. Obwohl jedes symmetrisch angeordnete optisch-mechanische Verfahren in diesem Sinne modifiziert werden kann, soll hier nur das von Prof. *Bachmann* angegebene derart erweitert werden, denn es ist fehlertheoretisch gut durchforscht und hat außerdem die Genauigkeitsdiskussionen der jüngsten Zeit ausgelöst.

Das zugehörige erweiterte Orientierungsschema ist in der Tabelle 1 angegeben.

Wir wollen nun die entstehenden Restfehler und Gewichtskoeffizienten bestimmen. Eine gründliche Fehleruntersuchung muß so beschaffen sein, daß nicht nur der Einfluß zufälliger Fehleranteile betrachtet werden

---

[1] Für die praktische Beurteilung sollte man auch die üblichen Kontrollen mitberücksichtigen und nicht nur die gerade hinreichenden Operationen, auf die sich zum Beispiel *Bachmann* beschränkt hat.

Tabelle 1. Schema für einen optisch-mechanischen Folgebildanschluß

Phase	Parallaxe wegstellen im Punkt	mit	Ablesung	Einstellen	Anmerkung
1	4	bz_B	bz_4		Eventuell noch Verwendung mehrerer symmetrisch liegender Punkte auf der Ordinate des Punktes 2.
	6		bz_6		
				$\frac{1}{2}(bz_4 + bz_6)$	
2	3	φ_B	φ_3		Eventuell noch Verwendung mehrerer symmetrisch liegender Punkte auf der Ordinate des Punktes 1.
	5		φ_5		
				$\frac{1}{2}(\varphi_3 + \varphi_5)$	
3	3	ω_B	ω_3		$\omega'_m = \frac{\omega_3 + \omega_5}{2}$, $\omega''_m = \frac{\omega_4 + \omega_6}{2}$ $\omega' = \omega'_m - \frac{h^2}{a^2}(\omega'_m - \omega_1)$ $\omega'' = w''_m - \frac{h^2}{a^2}(\omega''_m - \omega_2) \overset{\text{soll}}{=} \omega'$ Es können auch andere Randpunkte auf beliebigen Ordinaten gewählt werden. Die drei Punkte einer Ordinate sollen möglichst gleich hoch liegen.
	5		ω_5		
	1		ω_1		
	4		ω_4	*)	
	6		ω_6	*)	
	2		ω_2	*)	
				$\frac{1}{2}(\omega' + \omega'')$	
4	4	by_B	by_4	*)	Oder beliebige 3 Punkte auf der Ordinate von Punkt 2.
	2		by_2		
	6		by_6	*)	
				$\frac{1}{3}(by_2 + by_4 + by_6)$	
5	3	κ_B	κ_3	*)	Oder beliebige 3 Punkte auf der Ordinate von Punkt 1.
	1		κ_1		
	5		κ_5	*)	*) zusätzliche Beobachtungen zum Bachmannschen Verfahren.
				$\frac{1}{3}(\kappa_1 + \kappa_3 + \kappa_5)$	

kann, sondern auch die Wirkung jeder anderen Fehlerart, also systematischer, konstanter, einseitig wirkender zufälliger und sogar grober und Abrundungsfehler. Man soll also z. B. die Wirkung des regelmäßigen und unregelmäßigen Filmverzuges, der Verzeichnungsreste, Einstell- und Ablesefehler usw. auf die Orientierung im einzelnen leicht verfolgen können, ebenso ihr Zusammenwirken mit den zufälligen Fehlern. Auch soll man den Fehleranteilen Gewichte, z. B. wegen Punktüberstrahlung, schlechterer Definierbarkeit und ähnl. zuordnen können.

Diesen Anforderungen entspricht recht gut das von mir in [2] beschriebene Verfahren, welches die Fehlerbildung und Fortpflanzung für die einzelnen Phasen eines Orientierungsvorganges systematisch erfaßt. In dieser Arbeit wurden allerdings bewußt noch alle Fehler vernachlässigt, welche durch das Einstellen eines Wertes an den Skalen entstehen, denn es waren damals nur methodische Fragen zu erörtern. Da ich dort die schrittweise Fehlerbetrachtung ausführlich beschrieben habe, möge hier die tabellarische Mitteilung der Restfehler zu jeder Orientierungsphase genügen (Tabelle 2).

Die endgültigen Restparallaxen sind in der Tabelle stark umrahmt. Es bedeuten:

$$A_{bz} = \frac{v_4 + v_6}{2}, \qquad A_{\varphi} = \frac{v_3 + v_5}{2},$$

$$A_{\omega} = \frac{v_3' + v_4' + v_5' + v_6' - 2v_1 - 2v_2}{4}$$

$$A_{by} = \frac{v_2'' + v_4'' + v_6''}{3}, \qquad A_{\kappa} = \frac{v_1'' + v_2'' + v_3''}{3}$$

Jeder Einzelfehler v kann aus verschiedenen Fehlerarten zusammengesetzt sein. Die Fehler der Skaleneinstellungen sind hier noch nicht enthalten.

Betrachtet man die v als gleichgewichtige *zufällige* Fehler, wie dies bisher bei den Genauigkeitsbeurteilungen üblich war, und wendet auf die Restparallaxen das Fehlerfortpflanzungsgesetz an, so sind deren Gewichte

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{2}{3},$$

$$Q_{33} = Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{11}{12}.$$

Zum weiteren Vergleich der zufälligen Anteile mit der sogenannten exakten rechnerischen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate sind in Tabelle 3 die Fehlergleichungen angeschrieben.

Tabelle 2

Punkt Nr.	Operator	Restfehler nach schrittweiser Beseitigung der Vertikalparallaxen		Punkt Nr.
3	bz_B	A_{bz}	A_{bz}	4
	φ_B	A_φ	A_{bz}	
	ω_B	$A_\varphi + A_\omega \left(1 + \frac{h^2}{a^2}\right)$	$A_{bz} + A_\omega \left(1 + \frac{h^2}{a^2}\right)$	
	by_B	$A_\varphi + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}$	$A_{bz} + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}$	
	κ_B	$\boxed{A_\varphi + \frac{1}{3} A\omega + A_\kappa}$	$\boxed{A_{bz} + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}}$	
1	bz_B	.	.	2
	φ_B	.	.	
	ω_B	$A_\omega \cdot \frac{h^2}{a^2}$	$A_\omega \cdot \frac{h^2}{a^2}$	
	by_B	$-\frac{2}{3} A_\omega + A_{by}$	$-\frac{2}{3} A_\omega + A_{by}$	
	κ_B	$\boxed{-\frac{2}{3} A_\omega + A_\kappa}$	$\boxed{-\frac{2}{3} A_\omega + A_{by}}$	
5	bz_B	$-A_{bz}$	$-A_{bz}$	6
	φ_B	$-A_\varphi$	$-A_{bz}$	
	ω_B	$-A_\varphi + A_\omega \left(1 + \frac{h^2}{a^2}\right)$	$-A_{bz} + A_\omega \left(1 + \frac{h^2}{a^2}\right)$	
	by_B	$-A_\varphi + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}$	$-A_{bz} + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}$	
	κ_B	$\boxed{-A_\varphi + \frac{1}{3} A_\omega + A_\kappa}$	$\boxed{-A_{bz} + \frac{1}{3} A_\omega + A_{by}}$	

Tabelle 3

	Fehlergleichung	$d\kappa_B$	dby_B	dw_B	$d\varphi_B$	dbz_B	Restfehler der Orientierung																$=\lambda$	g
							$\frac{v_3}{2}$	$\frac{v_5}{2}$	$\frac{v_4}{2}$	$\frac{v_6}{2}$	$\frac{v'_1}{6}$	$\frac{v'_2}{6}$	$\frac{v'_3}{12}$	$\frac{v'_4}{12}$	$\frac{v'_5}{12}$	$\frac{v'_6}{12}$	$\frac{v''_1}{3}$	$\frac{v''_3}{3}$	$\frac{v''_5}{3}$	$\frac{v''_2}{3}$	$\frac{v''_4}{3}$	$\frac{v''_6}{3}$		
	1)	$-b$	-1	h	.	.	.	.	.	.	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	.	.	.		
	2)	.	-1	h	.	.	.	.	.	.	2	2	-2	-2	-2	-2	.	.	.	1	1	1		
	3)	$-b$	-1	$h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$-\frac{ab}{h}$	$+\frac{a}{h}$	1	1	.	.	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.		
	4)	.	-1	$h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	.	$+\frac{a}{h}$			1	1	-1	-1	1	1	1	1	.	.	.	1	1	1		
	5)	$-b$	-1	$h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$+\frac{ab}{h}$	$-\frac{a}{h}$	-1	-1	.	.	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.		
	6)	.	-1	$h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	.	$-\frac{a}{h}$	.	.	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	.	.	.	1	1	1		
$\frac{1)+3)+5)}{3}$	I	$-b$	-1	$h\left(1+\frac{2a^2}{3h^2}\right)$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	.	.	.	1	$\frac{1}{3}$
$\frac{2)+4)+6)}{3}$	II	.	-1	$h\left(1+\frac{2a^2}{3h^2}\right)$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	$\frac{1}{3}$
3) + 5) − 2 × 1) = 4) + 6) − 2 × 2)	III	.	.	$\frac{2a^2}{h}$	.	.	.	.	.	.	-6	-6	6	6	6	6	.	.	.	.	.	.	1	$\frac{1}{3}$
4) − 6)	IV	.	.	.	.	$\frac{2a}{h}$	2	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	$\frac{1}{2}$
3) − 5)	V	.	.	.	$-\frac{2ab}{h}$	$\frac{2a}{h}$	.	.	2	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	$\frac{1}{2}$

Sie entsprechen «bedingten Beobachtungen mit Unbekannten». Eine einfache Substitution verwandelt sie in das Äquivalenzsystem vermittelnder Beobachtungen I bis V mit unabhängigen Fehleranteilen, für welche die Gewichtsbestimmung der Unbekannten direkt erfolgen kann, worüber Prof. *Bachmann* mehrfach ausführlich referiert hat.

Durch Multiplikation der Gleichungen I bis V mit ihren in der letzten Kolonne der Tabelle 3 angegebenen Gewichtswurzeln vereinfacht sich die weitere Rechenarbeit. Die errechneten, in Tabelle 4 zusammengestellten Gewichts- und Korrelationskoeffizienten sind mit denen des numerischen Verfahrens identisch.

Tabelle 4. Gewichtskoeffizienten der Orientierungselemente beim Folgebildanschluß

Q_{ik}	κ	by	ω	φ	bz
κ	$\frac{2}{3\,b^2}$	$-\frac{1}{3\,b}$	·	·	·
by		$\frac{2}{3}+\frac{h^2}{a^2}+\frac{3\,h^4}{4\,a^4}$	$\frac{h}{2\,a^2}\left(1+\frac{3\,h^2}{2\,a^2}\right)$	·	·
ω			$\frac{3\,h^2}{4\,a^4}$	·	·
φ				$\frac{h^2}{a^2\,b^2}$	$\frac{h^2}{2\,a^2\,b^2}$
bz					$\frac{h^2}{2\,a^2}$

Das besprochene und das numerische Orientierungsverfahren sind somit theoretisch gleichwertig[1]; *das optisch-mechanische Verfahren ist also nicht nur «konvergent», sondern sogar «optimal».*

Der Vollständigkeit halber sei für spätere Fehlerbetrachtungen der Aerotriangulierung noch ein zugehöriges konjugiertes System unabhängiger Orientierungsfunktionen und ihrer Gewichtskoeffizienten angegeben («variables conjuguées» nach *Bachmann*).

$$dr = d\kappa, \qquad ds = d\omega,$$

$$dt = \frac{1}{2}\,d\kappa - \frac{h}{b}\left(1 + \frac{2\,a^2}{3\,h^2}\right) d\omega + \frac{1}{b}\,dby$$

---

[1] Dies gilt praktisch auch für die Verteilung anderer Fehlerursachen.

$$du = d\varphi, \qquad dv = d\varphi - \frac{2}{b}\,dbz,$$

$$Q_{rr} = \frac{2}{3b^2}, \qquad Q_{ss} = \frac{3h^2}{4a^4}, \qquad Q_{tt} = \frac{1}{6b^2},$$

$$Q_{uu} = Q_{vv} = \frac{h^2}{a^2 b^2}.$$

Die Einführung errechneter Zahlenwerte in das Gerät wird zwar noch zusätzliche Fehler durch tote Gänge und elastische Nachwirkungen hervorrufen, doch sollen sie, wenn alle Wegstellvorgänge und Zählwerkeinstellungen gleichsinnig erfolgen, für ein gutes Auswertegerät kleiner sein als die unvermeidlichen Parallaxenfehler. Bei der beschriebenen Anordnung sind sie, abgesehen von unbedeutenden Restdifferenzen des ω-Einstellfehlers zwischen Rand und Mitte, sowie eventuellen konstruktionsbedingten elastischen Nebenwirkungen der Orientierungsgrößen untereinander durch folgende Parallaxen-Anteile in den charakteristischen Punkten bestimmt:

$$E_3 = \varepsilon_\kappa + \varepsilon_\varphi \qquad E_4 = \varepsilon_{by} + \varepsilon_{bz}$$

$$E_1 = \varepsilon_\kappa \qquad E_2 = \varepsilon_{by}$$

$$E_5 = \varepsilon_\kappa - \varepsilon_\varphi \qquad E_6 = \varepsilon_{by} - \varepsilon_{bz}$$

Die ε sind die aus den Fehlergleichungen errechneten Parallaxen für die Einstellfehler an den Skalen. Für die Rückeinstellung der Werte beim rein numerischen Verfahren sind die E-Werte etwas größer.

Es muß wohl nicht besonders betont werden, daß die angegebene Orientierungsmethode in der Praxis bei flachen horizontalen Modellen im allgemeinen nach wenigen Minuten ein befriedigendes Ergebnis liefert, welches durch weitere Verdrückungsoperationen, sei es numerischer oder optisch-mechanischer Art, kaum verbessert werden kann, zumal das scharfe Wegstellen einer Vertikal-Parallaxe in der Umgebung eines Punktes etwas sicherer erfolgt, als das Schätzen eines Parallaxenrestes im gleichen Bereich, denn Koinzidenz ist besser als Schätzung.

In einer weiteren Arbeit sollen noch einige vergleichende Betrachtungen zwischen dem optisch-mechanischen und dem numerischen Verfahren angestellt werden, wobei die Frage der Geländeform und die praktischen Folgerungen aus den neuesten Forschungen von *J. Krames* über die den Orientierungsbewegungen zukommenden gefährlichen Raumgebiete und ihre Auswirkung in der Aerotriangulation erörtert werden.

Jedenfalls können wir schon jetzt als Zwischenergebnis festhalten, daß die *richtige* optisch-mechanische Orientierung nach *v. Gruber* von anderen Verfahren, die sich derselben Orientierungsgrößen bedienen, keineswegs übertroffen werden kann.

Die Möglichkeit dieser Feststellung und die Erkenntnisse zur richtigen Einschätzung der optisch-mechanischen Verfahren verdanken wir den grundlegenden Untersuchungen von Prof. *Bachmann.* Das bereinigte Orientierungsverfahren ist wohl als eine gute Grundlage für die weitere Annäherung seiner Fehlertheorie der Aerotriangulation an die praktischen Belange anzusehen.

Literatur

[1] W. K. Bachmann, Théorie des erreurs de l'orientation relative, Lausanne 1943.

[2] H. Kasper, Zur Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung. Schw. Z. f. Verm. u. K. 1947, Heft 6.

Voranzeige

Die Generalversammlung des Schweiz. Vereins für Vermessungswesen und Kulturtechnik findet dieses Jahr am 2. und 3. Oktober 1948 in Locarno statt. Unsere Tessinerkollegen haben die Organisation der Tagung übernommen und werden mit einem gediegenen Programm aufwarten. Nähere Angaben folgen in der August- oder Septembernummer der Zeitschrift.

Für den S. V. V. K.:
Der Sekretär: *E. Bachmann*

Avis préliminaire

L'assemblée générale de la Société Suisse des Mensurations et Améliorations Foncières aura lieu cette année à Locarno les 2 et 3 octobre 1948. Nos collègues tessinois ont bien voulu se charger de l'organisation de cette journée et présenteront sans doute un programme soigné. Les détails suivront dans le prochain numéro du journal.

Pour le S. S. M. A. F.
Le secrétaire: *E. Bachmann*