Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 46 (1948)

Heft: 8

Artikel: Die Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung

Autor: Weele, A.J. van der / Brandenberger, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-205595

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vous avez donc la possibilité d'acheter le vendredi un billet simple course jusqu'à Lugano; une fois arrivés à Bellinzone, un billet aller et retour pour Locarno, le dimanche, une fois notre assemblée finie, de continuer le voyage jusqu'à Lugano, voir la foire et timbrer le billet avant d'effectuer le voyage de retour.

La Section tessinoise de S. S. M. A. F.

Die Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung

von Ir. A. J. van der Weele, Delft.

Das Problem der relativen Orientierung von Bildpaaren hat bereits viel Raum in dieser Zeitschrift beansprucht. Meines Erachtens sind bis jetzt nicht alle in Frage kommenden Faktoren richtig abgewogen worden, weshalb ich mir gestatte, an dieser Stelle auf einige wesentliche Punkte dieses Fragenkomplexes einzutreten.

Einleitend möchte ich bemerken, daß die Fehlertheorie gewöhnlich die Lösung der folgenden zwei Aufgaben zum Ziele hat:

Erstens die Bestimmung der wahrscheinlichsten Werte einer Zahl von Unbekannten und zweitens die Bestimmung der Genauigkeit des Resultats mit Hilfe mittlerer Fehler.

Die erste Aufgabe wird gelöst durch das Aufstellen der Bedingung, daß die Quadratsumme der Restfehler ein Minimum sei, während die Lösung der zweiten Aufgabe gegeben wird durch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes.

Nun wird aber bei der praktischen Lösung vieler Probleme die Minimumsbedingung nicht immer eingehalten. Dies trifft z. B. speziell zu bei der Ausführung der relativen Orientierung nach dem von Gruber'schen Verfahren. Trotzdem kann man, durch konsequente Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes richtige Formeln aufstellen für die mittleren Fehler der Orientierungselemente, wenn nur jedem Schritt formelmäßig genau gefolgt wird.

Beispiele dieser Methode findet man u. a. in (1) und (2). An dieser Stelle möchte ich bemerken, daß den benützten Formeln oft eine gewisse Idealisierung der Verhältnisse zugrunde gelegt wird. Außerdem werden manchmal sekundäre Fehlerquellen vernachlässigt. Die Zulässigkeit dieser Näherungen und auch die Annahme, daß allen maßgebenden Fehlerquellen genügend Rechnung getragen wurde, soll daher geprüft werden durch einen Vergleich der theoretischen mittleren Fehler mit den Resultaten der praktischen Durchführung.

Wenn es sich um komplizierte Probleme handelt, z. B. um die Bestimmung der Genauigkeit von durch Aerotriangulation bestimmten Punktkoordinaten, wird die Formelaufstellung und die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf diese Formeln bald so undurchsichtig, daß der Praktiker sich oft begnügen wird, die mittleren Fehler mittels praktischer Methoden zu bestimmen ohne sich weiter viel zu kümmern

um den Verband zwischen diesen m. F. und der Genauigkeit der fundamentalen Beobachtungen (i. e. Vertikalparallaxen und Koordinaten).

Die Kenntnis dieser Zusammenhänge ist aber unbedingt notwendig, wenn festgestellt werden soll, auf welche Weise die Genauigkeit gesteigert werden kann. In diesem Falle sollen die Einflüsse aller Fehlerquellen getrennt nebeneinander gestellt werden können um daraus die gewünschten Schlüsse ziehen zu können. Die Richtigkeit der Formelaufstellung soll dann natürlich durch Vergleich mit Beobachtungsresultaten gesichert sein.

Aus den vorgehenden Betrachtungen geht hervor, daß praktische und theoretische Fehleruntersuchungen gleichrangig sind und daß sie getrennt viel von ihrem Wert verlieren.

Wenn dann auch, wie z. B. in die Diskussion zwischen Dr. Bachmann und Dr. Brandenberger in dieser Zeitschrift, Praxis und Theorie einander *gegenüber* gestellt werden, steht vom Anfang an fest, daß diese Diskussion unfruchtbar sein wird.

Wenn Theoretiker und Praktiker zu Resultaten kommen, die einander scheinbar widersprechen, braucht nicht ohne weiteres von Recht oder Unrecht einer der Parteien die Rede zu sein. Vielmehr wird hier eine Verschiedenheit in den Ausgangspunkten eine Rolle spielen, welche beide an sich richtig sein können aber nicht notwendig auf denselben Fall anwendbar zu sein brauchen.

Eine enge Zusammenarbeit und eine sorgfältige Prüfung jeder Stufe des Gedankenganges wird zweifellos schneller zu einem befriedigenden Resultat führen als eine Diskussion welche mit großer Wahrscheinlichkeit nur Mißverständnisse zufolge hat.

An dieser Stelle sei hingewiesen auf einen, nach meiner Meinung prinzipiellen, Fehler dem man z. B. in den Arbeiten (3) und (4) begegnet. In beiden Fällen werden die Resultate einer ausgeglichenen Aerotriangulation charakterisiert durch m. F., welche bestimmt werden aus den Differenzen zwischen den Ergebnissen dieser Triangulation und den terrestrischen Punkten.

Wenn man aber nach der oben angedeuteten theoretischen Methode den m. F. der Koordinaten eines Punktes ausdrückt in den Beobachtungen, wird man zweifellos dafür eine Formel bekommen, nach welcher dieser m. F. eine Funktion ist der Streifenlänge und der Lage des Punktes in diesem Streifen (wie z. B. in [11]). Wenn man, wie es in den obengenannten Arbeiten geschehen ist, die Differenzen zwischen Ist- und Solllage der triangulierten Punkte bildet, dann kann man zwar den mittleren Wert dieser Differenzen berechnen aber im Sinne des Gauß'schen Fehlergesetzes kann hier nicht mehr die Rede sein von einem mittleren Fehler. Die Differenzen haben ja alle eine ungleiche Genauigkeit und werden deshalb, wenn sie statistisch behandelt werden, keine der Gaußschen Glokkenkurve ähnliche Frequenzkurve liefern. In diesem Sinne wäre es richtiger, hier nicht von einem mittleren Fehler zu sprechen, sondern von einem mittleren Wert der Differenzen.

Wichtiger ist aber, daß dieser mittlere Wert nur in ganz beschränktem Maße die Genauigkeit einer Aerotriangulation charakterisieren kann,

weil er zwar Auskunft gibt über das Resultat *einer* Triangulation, aber nicht über die mögliche Streuung der Resultate bei mehrfacher Wiederholung dieser Triangulation. Maßgebend ist aber der letztgenannte Faktor, wenn man die Genauigkeit der Triangulation *an sich* durch eine Zahl charakterisieren will.

Für jeden Punkt des Streifens wird man dann einen anderen Wert finden; dabei ist der m. F. des ungünstigsten Punktes maßgebend für die Genauigkeit. Bei einem zweiseitig angeschlossenen Streifen wird dieser Punkt in der Streifenmitte liegen, was schon aus Symmetriegründen einleuchtend ist.

In diesem Sinne haben die in den obengenannten Arbeiten mitgeteilten Zahlen den Charakter *eines wahren* Fehlers einer Beobachtungsreihe und es wird erst durch mehrfache Wiederholung der Aerotriangulation möglich sein, den *mittleren Fehler* zu bestimmen. Die Gefahr derartiger Fehlerangaben liegt in der Tatsache, daß Laien rasch bereit sind, die Möglichkeiten der Aerotriangulation zu überschätzen und dann unbedingt Enttäuschungen erleben werden. Dadurch wird dem Fach ein schlechter Dienst erwiesen.

Indem wir zum Problem der gegenseitigen Orientierung zurückkehren muß festgestellt werden, daß es für die fundamentalen Beobachtungen zwei wesentlich verschiedene Methoden gibt. Erstens kann man mittels eines beliebigen Orientierungselementes die Vertikalparallaxe im beobachteten Punkt gleich *null* machen. Bei der zweiten Arbeitsweise wird die Parallaxe nur beurteilt und auf irgendeine Weise memoriert.

Letztere Beobachtung ist wesentlich ungenauer als die erstgenannte. Man kann im ersten Fall die Beobachtungsschärfe ganz ausnützen und eventuell durch drehen der Dove'schen Prismen, wobei Vertikal- und Horizontalparallaxen umgetauscht werden, zu einer Maximalhöhe steigern. Im zweiten Fall werden die Parallaxen nach ihrem Werte geschätzt, wobei als einziger Maßstab die Größe der Meßmarke zur Verfügung steht.

In welchem Maße die Eliminierung einer Parallaxe genauer ist als ihre Abschätzung hängt vom Betrage dieser Parallaxe ab, so daß eine allgemeingültige Zahl dafür kaum festzustellen ist. Einige, zwar nicht systematische Proben im Delfter Institut deuten an, daß mindestens mit dem Faktor 2, aber wahrscheinlich mit 3 oder 4 gerechnet werden muß.

Wenn man, obige Feststellung vor Augen haltend, die bis jetzt bekannten Verfahren der gegenseitigen Orientierung betrachtet, ergibt sich folgendes:

Wenn das von Gruber'sche Verfahren ausgeführt wird wie in (5) oder (1) beschrieben ist, dann wird offenbar für die Beobachtungen die «Nullmethode» verwendet, welche also in dieser Hinsicht eine optimale Genauigkeit gewährleistet. Hier sei gleich erwähnt, daß in Delft oft eine andere Arbeitsweise befolgt wurde, wobei die Parallaxen geschätzt und dann mit dem entsprechenden Element oder Elementen eliminiert wurden. Dieses Verfahren ist also wesentlich ungenauer, hat aber indessen noch andere Nachteile, auf die unten noch weiter eingegangen werden soll.

Die optimale Beobachtungsgenauigkeit wird ebenfalls erreicht beim «rechnerischen» Orientierungsverfahren nach Hallert (6), wobei die Parallaxen mit *by* gemessen werden, daraus die Korrekturen an den Orientierungselementen rechnerisch bestimmt und nachher eingestellt werden.

Der Vorgang bei der «praktischen» Methode nach Brandenberger (7) beruht letzten Endes wieder auf Schätzung der Parallaxen und wird deshalb weniger genaue Resultate geben, als das rechnerische Verfahren.

Außerdem tritt hier noch eine weitere Frage auf, nämlich wie durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die m. F. der Orientierungsunbekannten aus den Beobachtungen gerechnet werden müssen.

Bei der rezeptartigen Andeutung des Vorgehens ([7] Separatdruck Seite 13 f.) wird z. B. angegeben, daß die Korrektur von $\Delta\kappa$ (d. h. κ') so angebracht wird, daß die mittlere Parallaxe an einer Seite des Raummodelles sich um $2^1/_6$ Marken ändert. Wie aber diese Änderung beurteilt wird, geht nicht klar hervor. Am wahrscheinlichsten ist, daß z. B. im Punkt 2 die Parallaxe, welche noch 3 Marken beträgt, reduziert wird bis auf $^5/_6$ Marken.

Der mittlere Fehler im Wert $2^1/_6$ Marken ist, weil er aus 3 Parallaxdifferenzen abgeleitet wurde, gleich $\mu_0 \sqrt{\frac{2}{3}}$ wenn μ_0 den m. F. einer einzelnen Beobachtung darstellt. Wenn aber die $\Delta\kappa$-Korrektur nicht aus diesem Wert gerechnet wird, sondern auf Grund von Parallaxbeobachtungen in einem der Punkte 2, 5 oder 6 eingestellt wird, geht diese Genauigkeit wieder verloren und es wird

$$m_{\Delta\kappa} = \frac{1}{b}\,\mu_0\sqrt{2} \text{ statt } m_{\Delta\kappa} = \frac{1}{b}\,\mu_0\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Analoge Erwägungen gelten für die andern Elemente. Wenn diese Betrachtung richtig ist, so wäre dieser Orientierungsgang aus zwei Gründen ungünstig.

In diesem Falle ist eine detaillierte Beschreibung des Vorganges und eine Prüfung der darauf gegründeten Fehlerformeln durch ein praktisches Beispiel, für die endgültige Beurteilung notwendig.

Die obenerwähnte Arbeitsweise, bei der die Korrekturen an den Elementen auf Grund von Parallaxschätzungen bestimmt werden, hat noch einen andern Nachteil.

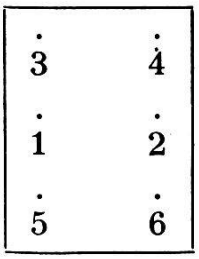

Fig. 1

Nehmen wir als Beispiel den Fall, wo $\Delta\omega$ und $\Delta\varphi$ noch getrennt werden sollen. Dann kann man etwa so vorgehen: In den Punkten 3 und 5 (Fig. 1) werden, nachdem in Punkt 1 mit *by* oder κ die Parallaxe weggenommen ist, die Parallaxen beurteilt. Man wird dann z. B. erst $\Delta\varphi$ (oder $\Delta\omega$) korrigieren, welche Korrektur, wie gesagt, auf Schätzung beruht und daher nicht sehr genau ist. Der folgende Schritt, d. h. die $\Delta\omega$ (resp. $\Delta\varphi$) Korrektur, wird

dann erfolgen durch null-machen der Restparallaxen in den Punkten 3 oder 5.

Es besteht dann immer beim Operateur die Neigung die Beobachtungsfehler des ersten Schritts, wenn nur einigermaßen möglich, durch ein Mittelungsprozeß beim zweiten unmerklich klein zu machen. Die Genauigkeit des Resultates ist in diesem Fall stark abhängig von der Reihenfolge der Operationen und kann, wenn an einer Triangulation mehrere Beobachter mitwirken, Anlaß geben zu persönlichen Fehlern. Solange keine zwingenden Vorschriften für die Reihenfolge der Orientierungsmanipulationen gegeben werden, wird jeder Beobachter die Verteilung der Restparallaxen nach eigenem Gutdünken vornehmen. Nach meiner Ansicht bildet diese Tatsache den Hauptgrund für den in (8) angegebenen persönlichen Charakter des systematischen Fehlers.

Die Ausgleichung eines Streifens wird dadurch praktisch unmöglich, weil die Triangulationsergebnisse nicht mehr als homogen betrachtet werden können. Daß Dr. Brandenberger bei seinen Triangulationsarbeiten diese Schwierigkeit nicht erfahren hat, erklärt sich wohl dadurch, daß nur eine Person auf immer gleiche Weise die Orientierung durchgeführt hat.

In Bezug auf die Schlußfolgerungen, die Dr. Bachmann in seiner Dissertation gezogen hat, speziell die sechsmalige Wiederholung der Orientierung, ist folgendes zu bemerken.

Wenn man nicht die mittleren Restparallaxen sondern die m. F. der Orientierungselemente als Kriterium für die Güte des Resultats annimmt, ist es interessant, Bachmann's Ergebnisse zu vergleichen mit denen Roelofs' (9) welche für das «rechnerische» Verfahren gültig sind.

Nachstehend sind die betreffenden Tabellen für Folgebildanschluß nebeneinander gestellt, wobei Bachmann's Bezeichnungen und Vorzeichen der in Frage kommenden Größen beibehalten sind.

$Q_{i.j.}$	κ_1	by_1	ω_1	φ_1	bz_1
κ_1	$+\frac{2}{b^2}$	$-\frac{1}{b}$			
	by_1	$1+\frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4}$	$-\frac{3}{2}\frac{h^3}{a^4}$		
		ω_1	$+\frac{3}{2}\frac{h^2}{a^4}$		
			φ_1	$+\frac{h^2}{a^2 b^2}$	$+\frac{h^2}{2a^2 b}$
				bz_1	$+\frac{h^2}{2a^2}$

Bachmann. Seite 52. Tabelle IX.

$Q_{i.j.}$	κ_1	by_1	ω_1	φ_1	bz_1
κ_1	$+\frac{2}{3b^2}$	$-\frac{1}{3b}$			
	by_1	$\frac{9h^4+12h^2a^2+8a^4}{12a^4}$	$\frac{-h(3h^2+2a^2)}{4a^4}$		
		ω_1	$+\frac{3h^2}{4a^4}$		
			φ_1	$+\frac{h^2}{a^2b^2}$	$+\frac{h^2}{2a^2b}$
				bz_1	$+\frac{h^2}{2a^2}$

Roelofs. Seite 89.

Wenn man beide Tabellen vergleicht, ist sofort ersichtlich, daß:

1. b_z und φ in beiden Fällen gleich genau bestimmt werden.
2. Die m. F. für κ und ω im Bachmann'schen Fall $\sqrt{3}$, resp. $\sqrt{2}$ mal größer sind.
3. Der m. F. in b_y ist abhängig vom Verhältnis $h:a$. Man kann leicht berechnen, daß für Normal- und Weitwinkelaufnahmen $\left(\frac{h}{a}=\frac{3}{2}\text{ resp. }=3\right)$ Qb_yb_y in der ersten Tabelle 1, 3 resp. 1,7 mal größer ist als in der zweiten.

Aus diesem Vergleich ist daher gut ersichtlich, welche Elemente verantwortlich sind für die größeren Restparallaxen und für die Tatsache, daß das von Gruber'sche Verfahren nicht «konvergent» ist.

Diese «Divergenz» ist nichts anderes als die Folge einer Art Extrapolation, weil z. B. die Kantung welche in den Punkten 1 oder 2 beurteilt wird, in den Randpunkten Einfluß hat, oder daß diese Punkte beitragen zur Bestimmung des Elementes.

Weiter ist es klar, daß zwar eine mehrmalige Wiederholung des ganzen Prozesses die m. F. theoretisch zum gewünschten Maße herunter bringen kann, aber auch daß, wenn einem das «rechnerische» Verfahren als Ideal vor Augen steht, diese allgemeine Wiederholung kaum wirtschaftlich verantwortbar ist. Es wäre eher naheliegend die Bestimmung der drei weniger genauen Elemente zu verbessern.

Diese Verbesserung könnte man theoretisch erreichen durch Wiederholung der beschriebenen Operationen aber auch durch heranziehen mehrerer Beobachtungen. Ein einfacher Vorschlag, welcher der «rechnerischen» Orientierung sehr nahe kommt, ist folgender:

a) $\Delta\omega$ wird nicht nur mit Hilfe von drei Punkten *einer* Vertikalen zur Basis bestimmt, sondern aus beiden Gruppen von drei Punkten die

zur Verfügung stehen. Das Mittel beider Ergebnisse wird eingestellt. Der m. F. wird dann gleich dem der rechnerischen Orientierung.

b) Die κ-Bestimmung wird nicht nur aus den Punkten 1 und 2 (Fig. 1) abgeleitet, sondern es wird das Mittel dreier Messungen eingestellt. Für die Bestimmung von κ_2 wird z. B. in den Punkten 4,2 und 6 der Reihe nach die Parallaxe mit b_{y2} null gemacht, und dann in den Punkten 3, 1 und 5 mit κ_2 die Parallaxe eliminiert. Das Mittel dieser drei κ_2 Werte ist, wie leicht aus den Differentialformeln abgeleitet werden kann, frei von Einflüssen der anderen Elemente.
Der m. F. im Mittel der *drei* κ_2-Werte ist dann gleich dem bei der rechnerischen Orientierung gefundenen.

c) Die b_y-Einstellung kann man am Besten bestimmen als Mittel von 6 Beobachtungen in den 6 ausgezeichneten Punkten. Diese 6 Werte ergeben außerdem eine Kontrolle der Einstellungen der anderen Elemente indem die Bedingung $2p_1 + p_4 + p_6 = 2p_2 + p_3 + p_5$ erfüllt sein muß.

Durch Heranziehen mehrerer Beobachtungen in anderen Vertikalen zur Basis bzw. Parallelen zur Basis, kann man die m. F. in ω bzw. κ noch weiter herunterdrücken.

Etwas ähnliches gilt natürlich für bz und φ. Zwar ist es nicht möglich, für diese beiden Elemente Punktpaare zu finden, in denen die Bestimmung gleich günstig oder günstiger ist als in den üblichen Punkten.

Das Heranziehen von Beobachtungen in mehr Punkten hat gegenüber einer Wiederholung der gleichen Beobachtungen auch den Vorteil, daß die zufälligen Instrumentenfehler weniger Einfluß auf das Endergebnis haben.

Der obenstehende Vorschlag scheint mir aus wirtschaftlichen Gründen und bezüglich der zufälligen Instrumentenfehler der Bachmann'schen Methode überlegen zu sein.

In Delft wird seit einem Jahr die rechnerische Methode nach Hallert mit gutem Erfolg angewandt. Der Zeitverlust ist im Vergleich mit der üblichen (von Gruber'schen) Methode nicht groß und wird weitaus aufgewogen durch verschiedene Vorteile. Die wichtigsten sind:

1. Größere Genauigkeit, weil keine Parallaxen geschätzt, sondern sämtliche *gemessen* werden (d. h. = 0 gemacht).
2. Ausschalten des persönlichen Einflusses auf das Resultat und demzufolge Erhöhung der Homogenität.
3. Die Restfehler jeder Orientierung werden zahlenmäßig festgelegt, so daß bei der Ausgleichung eventuelle größere Widersprüche geprüft werden können.

Vom praktischen Standpunkt aus ist es schade, daß Dr. Bachmann seiner Fehleruntersuchung (10) eine Methode zugrunde gelegt hat, die aus wirtschaftlichen Überlegungen wohl nie zur Anwendung kommen

kann. Anderseits geht aus den obenstehenden Betrachtungen hervor, daß es noch so viele Möglichkeiten gibt für die Durchführung einer gegenseitigen Orientierung, daß *eine* allgemeine Ausgleichungstheorie erst dann zutreffen wird, wenn die Praxis einen brauchbaren Kompromiß zwischen Kosten und Genauigkeit gefunden hat.

Dem steht gegenüber, daß eine richtige Beurteilung einer Methode nur dann möglich ist, wenn sie mittels fehlertheoretischer Untersuchungen gründlich geprüft ist. Als Beispiel einer solchen Prüfung kann die Arbeit Bachmanns kaum überschätzt werden.

Bis jetzt hatten unsere Betrachtungen ausschließlich Beziehung zu zufälligen Fehlern. Bekanntlich sind aber die meisten Triangulationsresultate auch mit systematischen Fehlern behaftet. Eine Ausgleichungsmethode für einen Streifen soll daher, analog der Methode, die für terrestrische Polygonzüge verwendet wird, wenn möglich so gestaltet werden, daß systematische und zufällige Fehler zugleich erfaßt werden. Es sei noch darauf hingewiesen, daß es nicht möglich ist, aus den Schlußfehlern eines beidseitig angeschlossenen Streifens eine Trennung von beiden Fehlersorten vorzunehmen. Auch wenn eine Anzahl Zwischenpunkte als Kontrolle zur Verfügung stehen, ist diese Trennung nicht einwandfrei möglich, weil, wie in (11) gezeigt wird, auch zufällige Fehler durch die ungünstige Summierung einen quasi-systematischen Verlauf der Koordinatenfehler ergeben können. Es würde zu weit führen an dieser Stelle näher darauf einzugehen. Es sei nur bemerkt, daß die im Lehrbuch von Zeller auf Seite 245 empfohlene Methode der Doppelstreifen aus wirtschaftlichen Gründen nicht oft zur Anwendung kommen wird. Gerade in festpunktarmen Gebieten, wo Aerotriangulation die einzige praktische Methode der Punktbestimmung ist, machen im allgemeinen Flugkosten und terrestrische Punktbestimmung einen so hohen Prozentsatz der Gesamtkosten aus, daß andere Methoden, z. B. eine Triangulation im Hin- und Rückgang, als Mittel zur Elimination der systematischen Fehler viel empfehlenswerter sind. Zwar werden dadurch nur die vom Instrument herrührenden systematischen Fehler eliminiert, aber erfahrungsgemäß liefern diese den Hauptanteil des ganzen systematischen Fehlers.

Zusammenfassend können aus den obigen Betrachtungen folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Vom Standpunkt der Beobachtungstechnik aus sind Orientierungsmethoden, bei denen Parallaxen geschätzt werden, wesentlich ungenauer als die «Nullmethoden», d. h. Methoden, bei denen auf irgendeine Weise die Parallaxen zu 0 gemacht werden und die dafür erforderlichen Einstellungen durch Rechnung erhoben werden.

2. Die von Gruber'sche Nullmethode und das «rechnerische» Verfahren nach Hallert sind beide zu betrachten als Spezialfälle einer allgemeinen Orientierungsmethode, wobei für jedes Element soviel Beobachtungspunkte verwendet werden, als zweckmäßig ist für die gewünschte Genauigkeit.

   Die erste Methode hat die spezielle Eigenschaft, daß die Orientie-

rungselemente aus einem *Minimum* von Beobachtungen bestimmt werden, das «rechnerische» Verfahren hingegen, daß Beobachtungen in den 6 *günstigsten* Punkten herangezogen werden.

3. Zur Steigerung der Genauigkeit der Elemente können theoretisch zwei Wege beschritten werden. Man kann entweder die einmal ausgeführten Messungen wiederholen oder mehrere Punkte zur Bestimmung der Elemente heranziehen. Die zweite Methode hat den Vorteil, daß die zufälligen Instrumentenfehler gleichfalls einen geringeren Einfluß auf das Resultat haben.
   Das Verhältnis zwischen der Größenordnung der zufälligen Beobachtungs- und Instrumentenfehler wird bei der Wahl zwischen beiden Methoden maßgebend sein. Dieses Verhältnis ist abhängig von Instrumenten- und Bildqualität und wird von Fall zu Fall verschieden sein.

4. Für welches Orientierungsverfahren man sich zum Schluß entschließen wird, ist in erster Linie abhängig von der gewünschten Genauigkeit, und in zweiter Linie vom Ziel der Triangulation.
   Wenn es sich z. B. um eine Höhenbestimmung handelt, wird man eher für die Längsneigungs-bzw. *bz*-Bestimmung zusätzliche Beobachtungen ausführen, im Gegensatz zum Fall, wo nur die Lage der Punkte interessiert.

Eine endgültige Beurteilung dieser Fragen ist nur möglich durch die Aufstellung der Fehlerformeln, d. h. durch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf den Folgebildanschluß. Auf diesem Gebiet ist noch eine Unmenge von Arbeit zu leisten bevor das Problem als gelöst betrachtet werden kann.

Literatur:

[1] W. K. Bachmann «Théorie des erreurs de l'orientation relative», Lausanne 1943.

[2] K. Kasper, Zur Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung. Schw. Zeitschr. f. Verm. 1947 Nr. 6.

[3] A. Pastorelli und T. Blachut. Versuche über Lufttriangulation usw. Mitteilungen des Geod. Inst. an der ETH. 1945–1.

[4] M. Zeller, «Lehrbuch der Photogrammetrie» 1947, Seite 249–251.

[5] O. v. Gruber, Pfiffe und Kniffe usw. Luftbild und Luftbildwesen Nr. 15, 1937.

[6] B. Hallert, Über die Herstellung photogrammetrischer Pläne. Stockholm 1944.

[7] A. Brandenberger, Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung. Schw. Zeitschr. f. Verm. 1947, Nr. 9.

[8] W. Schermerhorn und K. Neumaier, Systematische Fehler bei der Aerotriangulation. Photogrammetria 1939, 4.

[9] R. Roelofs, Fehlertheorie der Aerotriangulation. Photogrammetria 1941, 4.

[10] W. K. Bachmann, Théorie des erreurs et compensation des triangulations aériennes. Lausanne 1946.

[11] E. Gotthardt, Der Einfluß unregelmäßiger Fehler auf Luftbildtriangulationen. Zeitschr. f. Verm. 1944, 4.

Im Anschluß an den vorstehenden Aufsatz bringen wir nachstehend eine Ergänzung von Dr. A. Brandenberger, die uns wichtig scheint, um Irrtümer zu vermeiden. *Die Redaktion.*

In seinem Aufsatz «Die Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung» berührt Herr Ir. A. J. van der Weele die Frage der Genauigkeit der Feststellung einer Höhenparallaxe und kommentiert die in der Schweiz gemachten neueren Vorschläge zur Durchführung der gegenseitigen Orientierung. Da hinsichtlich der Genauigkeit der Feststellung einer Höhenparallaxe am Photogrammetrischen Institut der ETH. Zürich Untersuchungen durchgeführt wurden und die Besprechung der genannten Vorschläge von einer unrichtigen Interpretation der im [1] und [2] beschriebenen Methode der gegenseitigen Orientierung ausgeht, scheint es angezeigt, auf diese beiden Probleme noch einmal einzutreten.

Die *Genauigkeit der Feststellung einer Höhenparallaxe* hängt ab von der Genauigkeit mit der diese Höhenparallaxe gegeben ist und von der Genauigkeit, mit der sie erfaßt werden kann. *Bildunschärfe, Bildfehler, Verzeichnungsfehler* und *Autographenfehler* bedingen Fehler einer Höhenparallaxe die von Anfang an vorhanden sind und die durch eine mehr oder weniger genaue Messung der Höhenparallaxe nicht reduziert werden, d. h. sie bestimmen die untere Grenze des mittleren Fehlers einer Höhenparallaxe.

Die *Bildunschärfe* ist eine Funktion des Auflösungsvermögens der photographischen Schicht. Nach [6] Seite 11, beträgt das Abbildungsvermögen für Luftaufnahmen 0,03 mm in der Bildebene. Raab gibt in [4] Seite 103, ein Auflösungsvermögen an, das für Perrutz-Topoplatten 0,01 mm und für hochempfindliche Emulsionen 0,03 mm beträgt. Studiert man noch weitere einschlägige Literatur, so kommt man auf ähnliche Werte. Im Mittel ergibt sich dabei ein Auflösungsvermögen für Platten von ca. 0,01 mm und für hochempfindliche Filme von ca. 0,02–0,03 mm. Daraus läßt sich der *mittlere Fehler einer Höhenparallaxe infolge Bildunschärfe* berechnen. Nach den in neuerer Zeit am Photogrammetrischen Institut der ETH. Zürich gemachten Erfahrungen ist hiefür im Mittel mit einem Wert von $\pm$ *0,014 mm für Platten und von* $\pm$ *0,02 mm für Filme zu rechnen.*

Als *Bildfehler* kommen in erster Linie die unregelmäßigen in Frage. Sie betragen nach [3] Seite 6, $\pm$ 0,004 mm für Platten und $\pm$ 0,015 mm für Filme. Roelofs rechnet in [5] mit einem mittleren Bildfehler von $\pm$ 0,01 mm. Mit unserm Resultat ergibt sich ein *mittlerer Fehler der Höhenparallaxe bedingt durch die Bildfehler* von $\pm 0{,}004 \cdot \sqrt{2} = \pm 0{,}006$ mm *für Platten und von* $\pm 0{,}01 \cdot \sqrt{2} = \pm 0{,}014$ *mm für Filme.*

Die *Verzeichnungsfehler* zufälliger Natur sind für Aufnahmen mit der Präzisionsfliegerkammer Wild praktisch null und für Aufnahmen mit der Weitwinkelkammer Wild unter Benutzung der Korrektionsplatte $\pm$0,01 mm (nach Angabe der Firma Wild). Daraus ergibt sich ein *mittlerer Fehler der Höhenparallaxe infolge zufälliger Verzeichnungsfehler von* $\pm$ *0,000 mm*

für die Präzisionsfliegerkammer und + 0,014 mm für die Weitwinkelkammer.

Die *Autographenfehler* führen gemäß [2] zu einem *mittleren Fehler der Höhenparallaxe von ± 0,012* mm, gemessen in der Bildebene. Dieser Wert gilt für den Wild-Autographen A 5.

Damit ergibt sich ein mittlerer Fehler der Höhenparallaxe infolge Bildunschärfe, Bild-, Verzeichnungs- und Autographenfehler von:

$$\pm \sqrt{0{,}014^2 + 0{,}006^2 + 0{,}000^2 + 0{,}012^2} = \pm\, 0{,}019 \text{ mm.}$$

Dieser Wert gilt für Aufnahmen mit der Wild'schen Präzisionsfliegerkammer (f = 165 mm, auswertbares Plattenformat 12×12 cm²). Für Aufnahmen mit der Wild'schen Weitwinkelkammer (f = 115 mm, auswertbares Filmformat 18×18 cm²) erhält man:

$$\pm \sqrt{0{,}020^2 + 0{,}014^2 + 0{,}014^2 + 0{,}012^2} = \pm\, 0{,}031 \text{ mm.}$$

Eine Höhenparallaxe kann entweder *weggestellt, gemessen* oder *geschätzt* werden. *Die Wegstellung oder Messung einer Höhenparallaxe mit by liefert bei absoluter Bildschärfe einen mittleren Fehler der Höhenparallaxe von ± 0,005 mm,* gemessen in der Bildebene (am A 5 entspricht dieser Wert ± $^1/_8$ Meßmarke). Die Schätzung von Höhenparallaxen hat nur einen Sinn, wenn es sich darum handelt, Restparallaxen von der Größenordnung einer Meßmarke festzustellen. Unter dieser Voraussetzung liefert die *Schätzung einer Höhenparallaxe am A 5 durch einen geübten Operateur einen mittleren Fehler der Höhenparallaxe von ± 0,01 mm* (= ± $^1/_4$ *Meßmarke*), *sofern absolute Bildschärfe vorhanden ist.*

Damit ergeben sich folgende totale mittlere Fehler einer Höhenparallaxe:

1. Präzisionsfliegerkammer Wild:
   a) Wegstellen oder Messen einer Höhenparallaxe mit *by*:

$$m_{pv} = \pm \sqrt{0{,}019^2 + 0{,}005^2} = \pm\, 0{,}020 \text{ mm.}$$

   b) Schätzen einer Restparallaxe:

$$m_{pv} = \pm \sqrt{0{,}019^2 + 0{,}010^2} = \pm\, 0{,}022 \text{ mm.}$$

2. Weitwinkelkammer Wild:
   a) Wegstellen oder Messen einer Höhenparallaxe mit *by*:

$$m_{pv} = \pm \sqrt{0{,}031^2 + 0{,}005^2} = \pm\, 0{,}031_5 \text{ mm.}$$

   b) Schätzen einer Restparallaxe:

$$m_{pv} = \pm \sqrt{0{,}031^2 + 0{,}010^2} = \pm\, 0{,}032_5 \text{ mm.}$$

Die beiden Verfahren der Feststellung einer Höhenparallaxe, resp. Restparallaxe führen also zu mittleren Fehlern derselben, die nur 1 μ verschieden sind, d. h. $^1/_{40}$ Meßmarke am A 5. Die Begründung dafür

liegt darin, daß die zum voraus gegebene Ungenauigkeit einer Höhenparallaxe wesentlich größer ist, als diejenige mit der die Höhenparallaxe resp. Restparallaxe gemessen bzw. geschätzt werden kann. Da sich die oben angegebenen mittleren Fehler der Höhenparallaxe resp. Restparallaxe bei Messung oder Wegstellen mit *by* bzw. Schätzen der Restparallaxe praktisch nicht unterscheiden, wird der geübte Operateur die raschere und elegantere Methode der Schätzung der Restparallaxen bevorzugen, jedenfalls dann, wenn er am A 5 arbeitet.

*

Van der Weele stellt im weiteren die Frage, wie die in Markengrößen festgestellten Verbesserungen der Elemente der gegenseitigen Orientierung am Autograph eingeführt werden. Die Antwort auf diese Frage findet sich in [2]. Es erscheint jedoch unter den gegebenen Umständen angezeigt, auf das in [1] und [2] angegebene Verfahren noch einmal kurz einzutreten.

Die formale Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate liefert folgende Ausdrücke für die Fehler der Elemente der gegenseitigen Orientierung:

$$d\Delta\kappa = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{f} \left(\frac{pv_1'' + pv_3'' + pv_4''}{3} - \frac{pv_2'' + pv_5'' + pv_6''}{3} \right), \tag{1a}$$

$$d\gamma = \frac{21}{2} \cdot \frac{1}{f} \left(\frac{pv_3'' - pv_4''}{2} - \frac{pv_6'' - pv_5''}{2} \right), \tag{1b}$$

$$d\Delta\omega = \frac{9}{f} \left(\frac{pv_1'' + pv_2''}{2} - \frac{pv_3'' + pv_4'' + pv_5'' + pv_6''}{4} \right), \tag{1c}$$

$$dbz = \frac{21}{2} \left(\frac{pv_5'' - pv_6''}{2} \right), \tag{1d}$$

$$dby = \frac{7}{24} \cdot \frac{b}{f} [2(29\, pv_1'' + 31\, pv_2'') - 29(pv_3'' + pv_4'') - 25(pv_5'' + pv_6'')]. \tag{1e}$$

Diese Formeln gelten für die Zuorientierung der rechten zur linken Kammer bei Basis innen für Aufnahmen mit der Wild'schen Präzisionsfliegerkammer. Die Punktverteilung geht aus Fig. 1 hervor. Die Höhenparallaxen (pv'') werden entsprechend der Zuorientierung der rechten zur linken Kammer im rechten Bild beobachtet.

Die Formeln (1) gelten für horizontale Modelle. Bei 60 %iger Längsüberdeckung ergibt sich damit ein Basisverhältnis $b:h = 2:7$.

Bei der praktischen Durchführung der gegenseitigen Orientierung wird nun zuerst ein optisch-mechanisches Verfahren nach v. Gruber verwendet bis die Restparallaxen von der Größenordnung einer Meßmarke sind. Dabei kann man dieses Verfahren derart durchführen, daß sich die Formeln (1) außerordentlich vereinfachen. Es gelingt nämlich immer auf

optisch-mechanische Weise in 4 von den 6 Punkten (siehe Fig. 1) die Höhenparallaxe ganz wegzustellen. Nachdem einmal die Höhenparallaxen in den Punkten 1.....6 auf die Größenordnung einer Meßmarke heruntergebracht worden sind, empfiehlt sich folgendes Vorgehen:

Punkt 2: Elimination der Höhenparallaxe mit by (by'')
Punkt 1: Elimination der Höhenparallaxe mit $\Delta\kappa$ (κ'')
Punkt 5: Elimination der Höhenparallaxe mit bz (bz'')
Punkt 4: Elimination der Höhenparallaxe mit γ (φ'')

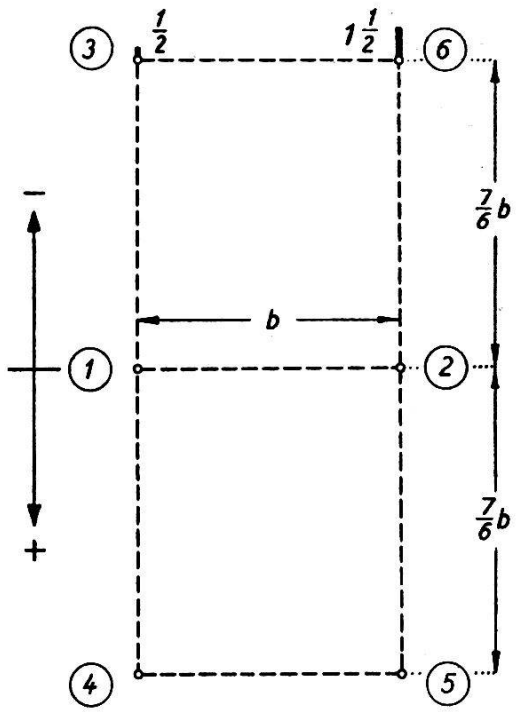

Fig. 1

Die Durchführung dieser gesamten genäherten optisch-mechanischen gegenseitigen Orientierung dauert normalerweise einige Minuten.

Die noch vorhandenen Restparallaxen in den Punkten 3 und 6 werden nun in Durchmessern der Meßmarke festgestellt resp. geschätzt. In Fig. 1 ist z. B. angenommen, daß im Punkt 3 noch eine negative Restparallaxe $pv_3'' = -1/_2$-Marke und in 6 eine solche $pv_6'' = -1^1/_2$ Marke vorhanden sei. Damit gehen die Formeln (1a) bis (1d) über in:

$$d\Delta x = \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{f} (pv_3'' - pv_6''), \tag{2a}$$

$$d\gamma = \frac{21}{4} \cdot \frac{1}{f} (pv_3'' - pv_6''), \tag{2b}$$

$$d\Delta\omega = -\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{f} (pv_3'' + pv_6''), \tag{2c}$$

$$dbz = -\frac{21}{4} \cdot \frac{b}{f} (pv_6''). \tag{2d}$$

Die Klammerausdrücke in (2) sind in Markengrößen sofort bestimmt. Es sind dies die den Fehlern $d\Delta\kappa \ldots\ldots dbz$ entsprechenden Parallaxwerte. Die ihnen entsprechenden Verbesserungen am Autographen sind pro Markendurchmesser:

$$d\Delta\kappa : -2^c, \tag{3a}$$

$$d\gamma : -8^c, \tag{3b}$$

$$d\Delta\omega : +3{,}5^c, \tag{3c}$$

$$dbz : +1{,}2\,{}^0/_{00}\, b \; (= +0{,}15 \text{ mm, für eine mittlere Arbeitsdistanz } h = 400 \text{ mm}). \tag{3d}$$

Damit lassen sich die Verbesserungen der Orientierungselemente $\Delta\kappa \ldots bz$ sofort bestimmen. Man bildet im Kopf die Differenz und Summe der beiden in Markengrößen festgestellten Restparallaxen pv_3'' und pv_6'', womit die den Fehlern $d\Delta\kappa \ldots\ldots dbz$ entsprechenden Parallaxwerte bekannt sind. Diese betragen für das angenommene Beispiel:

$d\Delta\kappa$: + 1 Marke.

$d\gamma$: + 1 Marke,

$d\Delta\omega$: — 2 Marken,

dbz : — $1^1/_2$ Marke.

Daraus erhält man entsprechend den Ausdrücken (3) sofort die definitiven Verbesserungen, die an den Zählwerken des Autographen anzubringen sind. Diese betragen:

$d\Delta\kappa$: — 2^c,

$d\gamma$: — 8^c,

$d\Delta\omega$: — 7^c,

dbz : — 0,22 mm.

Die noch vorhandenen Restparallaxen rühren vom Fehler dby her, der bekanntlich eine über das ganze Modell konstante Höhenparallaxe erzeugt. Das Mittel der in Markengrößen festgestellten Restparallaxen ist daher der dem Fehler dby entsprechende Parallaxwert. Sind diese noch ziemlich groß, so empfiehlt es sich dabei zuerst in einem Punkt die Restparallaxe mit by wegzustellen. Bei $f = 165$ mm und $h = 400$ mm ergibt

sich dabei folgende einem Parallaxwert von 1 Marke entsprechende Verbesserung:

$$dby: -\frac{h}{f} \cdot 1\,\text{Marke} = -\frac{400}{165} \cdot 0{,}04\,\text{mm} \cong -2{,}5 \cdot 0{,}04\,\text{mm} = -0{,}10\,\text{mm}.$$

Damit läßt sich auch by bestimmen, resp. by'' richtig stellen.

Dieser Orientierungsvorgang führt sehr rasch zum Ziel, sofern man über einige Routine verfügt, dabei ist darauf hinzuweisen, daß der geübte Operateur bei der gegenseitigen Orientierung meistens mit ausgeklinktem Basiswagen arbeitet. Die beiden noch vorhandenen Restparallaxen pv_3'' und pv_6'' sind daher in 10–20 Sekunden in Markengrößen festgestellt. Sie können ohne weiteres im Kopf behalten werden, desgleichen deren Differenz und Summe. Damit sind aber auch die Verbesserungen der Orientierungselemente $\Delta\kappa \ldots\ldots bz$ sofort bestimmt und können am Autographen eingeführt werden. Nachher ist nur noch die mittlere Restparallaxe mit by wegzustellen.

Zum Schluß sei noch zu den Vorschlägen der Durchführung der gegenseitigen Orientierung von van der Weele erwähnt, daß schon in [1] Seite 13 und 15, auf diese Möglichkeit hingewiesen wurde.

A. Brandenberger

Literatur:

[1] A. Brandenberger: Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung von Steilaufnahmen. Separatabdruck aus der Schweiz. Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, Jahrgang 1947, Heft. Nr. 9.
[2] A. Brandenberger: Der Einfluß der Autographenfehler auf die gegenseitige Orientierung bei senkrechten Aufnahmen. Separatabdruck aus der Schweiz. Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, Jahrgang 1948, Heft. Nr. 3 und 4.
[3] A. Pastorelli & Th. Blachut: Versuche über Lufttriangulation mit Filmen und Statoskop am Wild-Autographen A5. Separatabdruck aus den Mitteilungen des Geodätischen Institutes an der ETH., Nr. 1, 1945.
[4] K. O. Raab: Über die Genauigkeit der stereophotogrammetrischen Punktbestimmung. Sonderabdruck aus der deutschen Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1938, Heft Nr. 4.
[5] R. Roelofs: Fehlertheorie der Aerotriangulation. Photogrammetria, 1941, Nr. 3 und folgende.
[6] M. Zeller: Lehrbuch der Photogrammetrie, 1947.

Luftvermessung in der Antarktis

Von M. Brenneisen

Anläßlich der amerikanischen Antarktis-Expedition 1947 wurden große Gebiete aus der Luft photographiert. Über Aufnahmeverfahren und Auswertung gibt eine Veröffentlichung des „U. S. Navy Hydrographic Office"[1] Aufschluß. Die darin beschriebene Methode verdient als extremer

[1] Description of a method developed by the U. S. Navy Hydrographic Office for controlling Trimetrogon Photography in areas void of ground control. Jan. 1948.

$E: +\ 0.650012,\ Z: 0,\ Z: +\ 29.57,\ E: +\ 0.759927\ \ Z: -\ 25.66,$
$R = -\ 0.28 = b_{18}$

$Z: 0,\ Z: +\ 5.59,\ E: +\ 0.650012,\ Z: 0,\ Z: +\ 6.04$
$R = +\ 7.90 = b_{17}$

$Z: 0,\ Z: +\ 4.26,\ E: +\ 0.759927,\ Z: 0,\ Z: -\ 4.59$
$R = +\ 7{,}18 = b_{23}$

$Z: 0,\ Z: -\ 8.77\ \ E: +\ 0.650012,\ Z: 0,\ Z: -\ 2.90$
$R = -\ 1.37 = b_{19}$

$Z: 0,\ Z: +\ 23.39\ \ E: +\ 0.759927\ \ Z: 0,\ Z: -\ 13.85$
$R = +\ 3.31 = b_{26}$

$Z: 0,\ Z: -\ 11.03,\ E: +\ 0.650012,\ Z: 0,\ Z: +\ 7.81$
$R = \pm\ 0.00 = b_{2194}$

Kontrolle:

$R: 0,\ Z: 0,\ E: +\ 0.650012,\ Z: +\ 68.17,\ E: +\ 0.759927,\ Z: -\ 0.58.31$
$R = \quad 0.00 = b_{2194}$

(Fortsetzung folgt)

A propos d'une controverse

Dans le numéro du mois d'août de cette Revue (p. 196–210) M. van der Weele et M. le Dr Brandenberger ont publié des articles intéressants sur le problème de l'orientation relative. M. van der Weele établit un parallèle entre les solutions Hallert et Brandenberger et formule certains griefs à l'adresse de cette dernière.

Dans le remarquable rapport de la Commission II (*Restitution*), rédigé à l'occasion du Congrès international de Photogrammétrie, la préférence est donnée à la méthode Brandenberger dite aussi *méthode combinée.*

Le sous-signé voudrait développer succintement un autre argument en faveur de la solution du Dr Brandenberger: celle-ci permet de calculer instantanément *l'erreur moyenne* μ_0.

Ainsi que le fait remarquer M. van der Weele (p. 202) on a la relation fondamentale:

$$2\,p_{v1} + p_{v4} + p_{v6} = 2\,p_{v2} + p_{v3} + p_{v5} - w$$

ou aussi, d'après les notations du Dr Brandenberger

$$2\,p_{v1} + p_{v5} + p_{v6} = 2\,p_{v2} + p_{v3} + p_{v4} - w$$

ou w est une discordance éventuelle en fonction de laquelle le calcul de μ_0 est immédiat; on a en effet:

$$\mu_0^2 = \frac{[vv]}{\ddot{u}} = [vv] = -\,[wK] = \frac{w^2}{12}$$

car
$$|v_1| = |v_2| = \left|\frac{w}{6}\right|$$

$$|v_3| = |v_4| = |v_5| = |v_6| = \left|\frac{w}{12}\right|$$

ou $v_1, v_2 \ldots . v_6$ sont les parallaxes résiduelles

$$\underline{\pm \mu_0 = 0{,}29\, w \cong 0{,}3\, w}$$

Exemples: $|w| = 0{,}15$ mm (Thèse Hallert, p. 29)

$|w| = 0{,}14$ mm (Thèse Hallert, p. 35)

$$\mu_0 = \pm\, 0{,}04 \text{ mm.}$$

résultat qui concorde avec celui du Prof. Hallert mais est plus rapidement obtenu.

$$|w| = 1{,}5 \text{ index} - 0{,}5 \text{ index} = 1 \text{ index} = 0{,}04 \text{ mm.}$$

(Article Dr Brandenberger, p. 208)

$$\mu_0 = \pm\, 0{,}012 \text{ mm.}$$

Il est difficile de concevoir une détermination plus rapide car ici w est obtenu immédiatement; il suffit de former la différence entre 2 parallaxes. L'intérêt de cette discordance w est ainsi mis en évidence; c'est un *critérium.*

Calcul des poids.

La valeur μ_0 étant connue il y a lieu de déterminer les poids; pour les éléments d'orientation les formules sont maintenant bien connues. Grâce à l'équivalence des solutions numérique et optique-mécanique, les poids de ces inconnues sont calculables sans ambiguité ce qui est un avantage.

Pour les poids des parallaxes résiduelles une mise au point s'impose. Certains auteurs calculent les poids $P_1, P_2 \ldots P_6$ des différences $(pv_1 - v_1)$ $(pv_2 - v_2) \ldots (pv_6 - v_6)$:

$$\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_2} = \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{P_3} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6} = \frac{11}{12}$$

D'autres calculent les poids des parallaxes résiduelles elles-mêmes. Le sous-signé se réserve de revenir sur cette discrimination, le but de la présente note étant de mettre en évidence l'intérêt de la méthode du Dr. Brandenberger pour la détermination de μ_0. *A. Ansermet*