Le calcul des déformations dans les réseaux géodésiques

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **47 (1949)**

Heft 4

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-206564

B. Verfahren der Messung

Die *Absteckung der Basis* ging in drei Schritten vor sich. Erst wurden mit Hilfe des Theodolits, von einem Endpunkte aus, Pfähle in großen Abständen einvisiert. Dann legte man die Zwischenpunkte unter Verwendung eines gewöhnlichen Fernrohrs fest. Und endlich wurde die Lage der Böcke durch Spannen einer eingeteilten Schnur bezeichnet.

Die *Operationen des Meßvorganges* waren folgende:

1. Einvisieren der Stange I
2. Horizontieren
3. Einvisieren von Stange II und III in Verlängerung von I
4. Horizontieren von II und III und Berichtigung der Höhenlage
5. Annäherung von Stange II an I und III an II
6. Ablesen der Thermometer
7. Messen der Zwischenräume mit dem Keil
8. Vortragen der Stange I

Nach Einrichten der Stange I vor II und III wurde nochmals der Zwischenraum II–III nebst dem neuen III–I abgelesen.

Zur Berechnung verwendete man das Mittel beider Ablesungen. Im ganzen dauerte die Basismessung vom 22. September bis zum 10. November 1834. Es wurden dabei 2231 Stangen gelegt. Nach Aufzeichnungen Eschmanns war der Meßvorgang sehr mühsam und zeitraubend. Einmal bot das Einrichten der Stangen erhebliche Schwierigkeiten, anderseits war die Messung des Zwischenraumes mit dem Keil eine sehr heikle Operation. Damit der Apparat im Terrain brauchbar wurde, mußte seine Empfindlichkeit vermindert werden. Dies geschah durch Verwendung eines stumpfern Keils mit einer Steigung von 3.93 ‰ gegenüber 1.94 ‰ des ursprünglichen. Nur der Blick auf das Endziel und die beständige Selbstkontrolle ließ die Sorgfalt der Operateure während der eintönigen Meßvorgänge nicht erlahmen und erlaubte, die Messung mit der erforderlichen Genauigkeit zu vollenden. (Schluß folgt.)

Le calcul des déformations dans les réseaux géodésiques

par A. Ansermet

Un calcul fréquent en géodésie est celui qui consiste à déterminer les corrections à faire subir aux éléments observés pour tenir compte des déformations dûes au système de projection. Ce problème a déjà été assez largement traité; il est susceptible cependant de quelques développements intéressants.

Prenons comme formules initiales celles établies par M. le Prof. Dr. Baeschlin dans le magistral ouvrage récemment paru ([1], p. 243–260).

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \kappa = \frac{1}{\Lambda}\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial X}\sin\vartheta - \frac{\partial\Lambda}{\partial Y}\cos\vartheta\right) \qquad (1)$$

ou $$\Lambda - 1 = \Lambda_2(X,Y) + \Lambda_3(X,Y) \ldots = \frac{1}{4\,R^2}\left[(1+n)\,X^2 + (1-n)\,Y^2\right] + \ldots \tag{2}$$

$(0 \leq n \leq 1)$ Λ = coefficient de déformation linéaire.

$\frac{d\vartheta}{ds} = \kappa$ = courbure de la transformée plane d'un côté du réseau.

Variation de la courbure κ.

En un point donné, et pour un paramètre n déterminé, cette courbure est fonction de l'azimut ϑ de la tangente à la transformée au point considéré P. Si à partir de P, dans la direction ϑ, on porte un segment représentatif de la courbure, on obtient la corde d'un cercle C dit «indicateur de l'altération de courbure» ([2] p. 83 et [3]). Le diamètre du cercle issu de P donne la valeur maximum de κ et la tangente à C en P la direction de courbure nulle (inflexion). Enfin la courbure est indépendante du paramètre n pour une direction tangente en P à l'hyperbole équilatère XY = const.

Remarquons avant de poursuivre que si Λ varie (n = const.) on obtient des courbes homothétiques; par contre si n varie (Λ = const.) on engendre un faisceau ponctuel de coniques circonscrit à un carré. Les termes Λ_3 et suivants ont été négligés.

La variation de courbure en fonction de ϑ est donc d'un calcul facile; en un point P il y a trois directions principales à considérer. Les directions de courbure maximum et indépendante du paramètre n peuvent coïncider: il faut que le point P soit situé sur un des diamètres conjugués égaux de l'ellipse Λ = const. ce qui se voit sans peine.

Si le point P se déplace sur une droite issue de l'origine O des coordonnées ces directions demeurent invariables, ce qui résulte de la propriété d'homothétie sus-rappelée. En particulier les tangentes aux points d'inflexion des transformées ($\kappa = 0$) sont parallèles, donc issues d'un même point P_1 à l'infini. Ce sont des normales aux courbes Λ = const. Pour un point P_1 à distance finie les pieds des normales sont sur une hyperbole équilatère passant par O et P_1 et dont les asymptotes sont parallèles aux axes de coordonnées car les rayons P_1P et OP se correspondent projectivement.

Variation de κ en fonction de n. Si le paramètre n seul varie il suffit d'interpoler entre les valeurs $n = 0$ et $n = 1$ (indices 0 et 1)

$$\kappa_n = \kappa_0 + n\,(\kappa_1 - \kappa_0) \tag{3}$$

Pour $n = 1$ il y a un axe neutre, lieu de points d'inflexion des transformées planes. Si $n = 0.5$ on a $\kappa_{0.5} = 0.5\,(\kappa_0 + \kappa_1)$.

L'équation du cercle indicateur de l'altération de courbure sera

$$C = C_n = C_0 + n\,(C_1 - C_0) = (1-n)\,C_0 + n\,C_1 \tag{4}$$

les indices 0 et 1 exprimant que $n = 0$ et $n = 1$, valeurs classiques. C'est l'équation d'un faisceau de cercles de paramètre n. La sécante commune (axe radical, chordale) a pour équation $C_0 - C_1 = 0$; cette sécante correspond à la direction ϑ de courbure indépendante de n.

Enfin si le point P se déplace sur la transformée plane d'un côté du réseau, la *Variation* de courbure $\Delta\kappa_n$ se déduit de (3):

$$\Delta\kappa_n = n \cdot \Delta\kappa_1$$

car le long de la transformée κ_0 est constant et sa variation nulle.

Calcul des corrections. Soient δ_1 et δ_2 les corrections angulaires pour un côté P_1P_2 de longueur L, considérées provisoirement en valeur absolue.

$$|\delta_1| \pm |\delta_2| \cong \frac{L}{2} (\kappa_{III} \pm \kappa_{III}')$$

$$\text{ou} \qquad P_1 - III = III - III' = III' - P_2 = \frac{1}{3} L$$

Le calcul s'effectue donc en fonction de la courbure au tiers du côté.

$$|\delta_1| + |\delta_2| = \Sigma_0 + \Sigma_n = \Sigma \qquad |\delta_1| - |\delta_2| = \Delta$$

$\Sigma = \Sigma_0$ pour $n = 0$; c'est l'excès sphérique du triangle OP_1P_2

$$\Delta = -\frac{n}{6\,R^2} \cdot \rho'' \cdot \Delta X \cdot \Delta Y. \qquad \Sigma_n = \frac{n}{2\,R^2} \rho'' (X_2 Y_2 - X_1 Y_1)$$

ou ΔX et ΔY sont les composantes de P_1P_2. Si le côté P_1P_2 est une corde de l'hyperbole $XY =$ const. on a $\Sigma_n = 0$ et Σ est indépendant de n. Si P_1P_2 diminue et tend vers ds on retrouve une propriété déjà énoncée.

Ces formules (valeurs principales) suffisent pour un territoire restreint.

Application: Considérons le côté Feldberg-Lägern

$$X_1 = +\,102.75 \text{ km} \qquad X_2 = +\,59{,}4 \text{ km}$$

$$Y_1 = +\,42.3 \text{ km} \qquad Y_2 = +\,72.5 \text{ km} \qquad \rho''/R^2 = 5'',07/1000 \text{ km}^2$$

$$\Delta = n \cdot 1'',11 \qquad \Sigma_0 = 12'',51 \qquad \Sigma_n = -\,n \cdot 0'',10$$

$$n = 1 \qquad |\delta_1| = 6'',76 \qquad |\delta_2| = 5'',65$$

$$n = 0.5 \qquad |\delta_1| = 6,''50_5 \qquad |\delta_2| = 5'',95_5$$

Le terme Σ_n est très faible car P_1P_2 est à peu près une corde de la courbe $XY =$ const.

Littérature:

[1] Baeschlin, C. F., Lehrbuch der Geodäsie.
[2] Laborde, Traité des projections, IV.
[3] Revue Suisse des Mensurations, juillet 1937.