

# Sprungweise Längenänderung des Invar

Autor(en): **Schuler, M.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **48 (1950)**

Heft 6

PDF erstellt am: **25.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-207440>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

waagrechter Zielung im vollen Betrag in Erscheinung, weil  $\cos 0 = 1$  ist. Bei waagrechter Distanzmessung verschwindet sie vollständig.

Durch das Kippen eines der beiden Drehkeile läßt sich somit die Berichtigung des parallaktischen Winkels einwandfrei durchführen.

## V

Hingegen wird das rhombische Prisma 4 nicht völlig fehlerfrei sein. Zur Kompensation dient das Abschlußglas 1, das keilförmig geschliffen ist. Es wird solange gedreht, bis die waagrechte Komponente seiner Ablenkung gleich groß ist wie die waagrechte Komponente der Ablenkung durch das Prisma 4. Die richtige Einstellung erkennt man daran, daß bei waagrechter Zielung in beiden Fernrohrlagen die gleiche Distanzablesung erhalten werden muß, weil in zweiter Fernrohrlage die relative Stellung zwischen den Drehkeilen einerseits und Prisma 4 und Abschlußglas 1 andererseits umkehrt. Denn nur wenn sich die Ablenkungen der Keile 1 und 4 aufheben, wird in beiden Lagen gleich viel abgelesen.

Schließlich sei noch erwähnt, daß kleine persönliche Restfehler, die gewöhnlich 1 bis 2 cm auf 100 m nicht überschreiten, mit dem Abschlußglas 1 korrigiert werden können. Der persönliche Fehler ist nämlich zur Hauptsache ein Winkelfehler, der sich beim Neigen des Fernrohres nicht wesentlich ändert.

## **Sprungweise Längenänderung des Invar**

*Von M. Schuler, Göttingen*

Inhalt: Früher nahm man an, daß Invar in einem Alterungsprozeß seine Länge stetig ändert. Die Messungen mit den Uhren in Göttingen, deren Pendel aus Invar hergestellt waren, zeigten sonderbare Gangsprünge von der Größenordnung  $1 \cdot 10^{-7}$ , die etwa alle 8 Tage vorkamen. Diese Gangsprünge können nach den Messungen nur durch sprunghafte Längenänderung des Invar erklärt werden, aus dem die Pendel hergestellt wurden. Dabei kommen sowohl sprunghafte Verlängerungen wie Verkürzungen der Pendel vor, wenn auch im Mittel die eine Sprungrichtung bei einem bestimmten Pendelstab überwiegt. Es gelang sowohl durch mechanische Erschütterungen als auch durch magnetische Stöße, solche Längensprünge auszulösen. Es wäre für die Feinmessung notwendig, ein Material zu finden, das bei kleiner Temperatúrausdehnung keine solchen sprunghaften Längenänderungen zeigt. Versuche mit einem Quarzglaspendel werden zur Zeit von der Physikalisch-Technischen Anstalt in Braunschweig gemacht.

### *Einleitung*

Wegen seiner geringen Wärmeausdehnung hat Invar heute eine große Bedeutung bei dem Bau von Pendeln, die sowohl bei der Zeitmessung als

auch bei der Schweremessung verwendet werden. Aber auch für Normal-Längenmaße wird das Invar viel gebraucht. Bei allen Feinmessungen kommt es aber darauf an, daß das Invar seine Länge möglichst stabil behält.

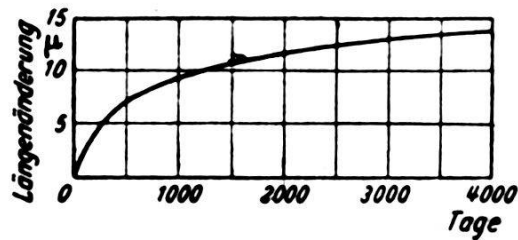


Bild 1. Zeitliche Längenänderungen eines Invarstabes von 1 m Länge nach Guillaume

Nun ist von den Normal-Maßen schon lange bekannt, daß Invar im Laufe der Zeit seine Länge langsam ändert. So zeigt Bild 1 die Längenänderung eines Invarstabes im Laufe der Zeit nach *Guillaume*. Dabei wurde immer eine stetige Alterungskurve, ähnlich der in Bild 1 gezeichneten, angenommen. Wenn auch jährlich vorgenommene Nacheichungen der Normalmaße aus Invar sonderbare Unregelmäßigkeiten zeigten, so schob man dies meistens auf unvorsichtige Behandlung der Normalmaße.

#### *Aufbau der Pendeluhr in Göttingen*

Der Verfasser entwickelte in den Jahren 1924–1937 eine Pendeluhr für genaue Zeitmessung und Schweremessung. Ihre Konstruktion dürfte bekannt sein<sup>1</sup>. Ihr Prinzip ist hier in Bild 2 nochmals dargestellt. Das Pendel besteht aus einem Stab mit zwei Endgewichten und ist aus einem Stück Invar hergestellt. Die Gewichte sind so berechnet, daß die Schwingungszeit in erster Näherung, nur von der Länge der Pendelstange und nicht von dem Aufhängepunkt des Pendels abhängt. Das Pendel liegt auf Schneiden und schwingt in einem gasdichten, evakuierten Gehäuse. Der Antrieb erfolgt elektromagnetisch. Der Antriebsstrom wird durch eine Photozelle gesteuert. So ist das Meßpendel von jeder mechanischen Arbeit entbunden. Das einmal angestoßene Pendel schwingt sechs Tage, bis es zur Ruhe kommt.

Die Schaltung des Antriebs ist aus Bild 3 zu sehen. Die Photozelle wird bei einer Halbschwingung des Pendels beleuchtet und bei der anderen Halbschwingung durch eine Blende abgedeckt. Beim Durchschlagen des Pendels durch die Gleichgewichtslage legt sich ein von der Photozelle gesteuertes Schnellrelais um. Dieses lädt bei der einen Schwingrichtung und entlädt bei der anderen Schwingrichtung einen Kondensator. Dadurch entsteht ein Stromstoß durch die Antriebsspule des Pendels, die so

<sup>1</sup> M. Schuler, *Le Pendule partiellement équilibré de l'Université de Göttingen*, *Annales Françaises de Chronométrie*, 1938.

geschaltet ist, daß sowohl beim Hinschwingen als auch beim Rückschwingen ein Antrieb auf das Pendel ausgeübt wird. Da der Antrieb auf wenige tausendstel Sekunden genau im Durchschlagspunkt des Pendels erfolgt, und außerdem infolge der geringen Pendeldämpfung der Antrieb sehr klein ist, so ist der Antriebsfehler praktisch ausgeschaltet.

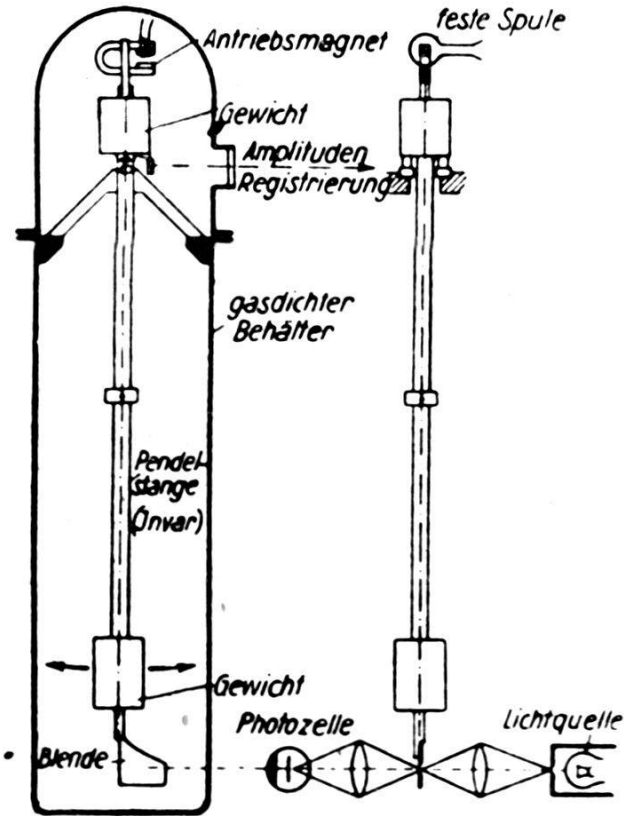


Bild 2. Ausgleichspendel mit durch Photozelle gesteuertem Antrieb

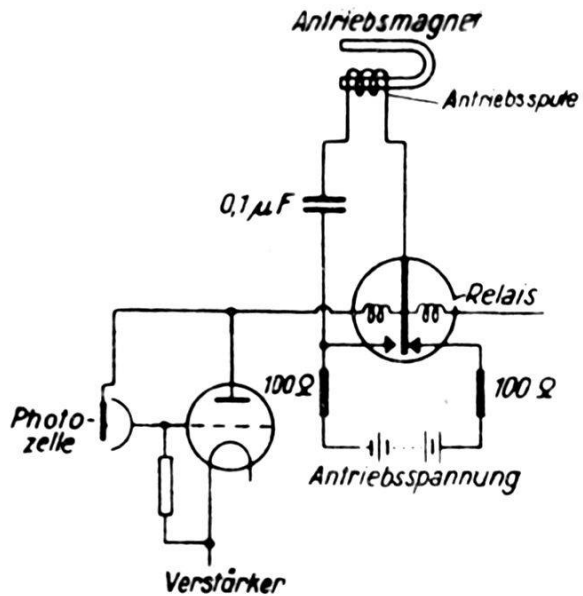


Bild 3. Schaltung des elektromagnetischen Antriebs über Photozelle und Verstärker

Um den Temperaturfehler auszuschalten, ist die Uhr in einem thermostatischen Raum untergebracht, der auf  $\pm 0,1^\circ \text{C}$  geregelt ist. Die Temperaturschwankungen des Pendels sind aber noch bedeutend kleiner, da es in einem evakuierten Gehäuse schwingt, das nochmals einen thermostatischen Schutz bietet.

Es wurden zwei derartige Uhren im Göttinger Versuchslaboratorium in Betrieb gesetzt, die im folgenden mit S I und S II bezeichnet werden. Dabei schwingt S I in der Ost-West-Ebene und S II in der Nord-Süd-Ebene.

Um sicher zu sein, daß beide Uhren sich gegenseitig nicht beeinflussen, wurden sie in zwei Kellerräumen untergebracht. Jede Uhr hatte ihren unabhängig vom Hause in den Boden eingelassenen Sockel. Zudem waren beide Uhren um etwa 10 sec/dies gegeneinander verstimmt.

Indem man den verstärkten Photostrom einem Schleifenzillographen zuführte, konnte man den Sekundenschlag der Uhr auf  $\frac{1}{1000}$  sec

genau messen. Bei den neuen Messungen im Jahre 1948 genügte diese Genauigkeit nicht mehr. Deshalb benützte *Hoffrogge* bei seinen Messungen den Umschaltzeitpunkt des Antriebsrelais. Aus Bild 4 sieht man, daß dieser sich mit der Steilheit des Photostromes, die von der Helligkeit der Be-

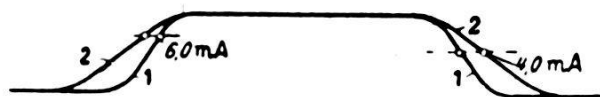


Bild 4. Anodenstromverlauf mit Schaltzeiten des Antriebsrelais bei verschiedener Helligkeit der Photozellenlampe  
 1 normale Helligkeit      2 geringe Helligkeit

leuchtungslampe der Photozelle abhängt, etwas verschiebt. Nimmt man aber das Mittel von Einschalt- und Ausschalt-Punkt, so ist dieses Mittel in erster Näherung unabhängig von der Helligkeit der Photozellenlampe. Mit einem Elektronenstrahloszillographen kann man so den Uhrstand auf  $\pm 0,00002$  sec bestimmen.

### Gangsprünge der Invarpendel

Man erwartete nun, daß beide Uhren im Laufe der Jahre eine stetige Gangänderung gegeneinander zeigen würden, entsprechend den Längenänderungen der Invarpendel, die bisher stets als stetig angenommen wurden. Dies war bei den Aufnahmen aber keineswegs der Fall. Bild 5 gibt eine Kurve des relativen Uhrstandes von S I gegen S II, die im Jahre 1937 aufgenommen worden war. Etwa 8 Tage stimmte der Stand der bei-

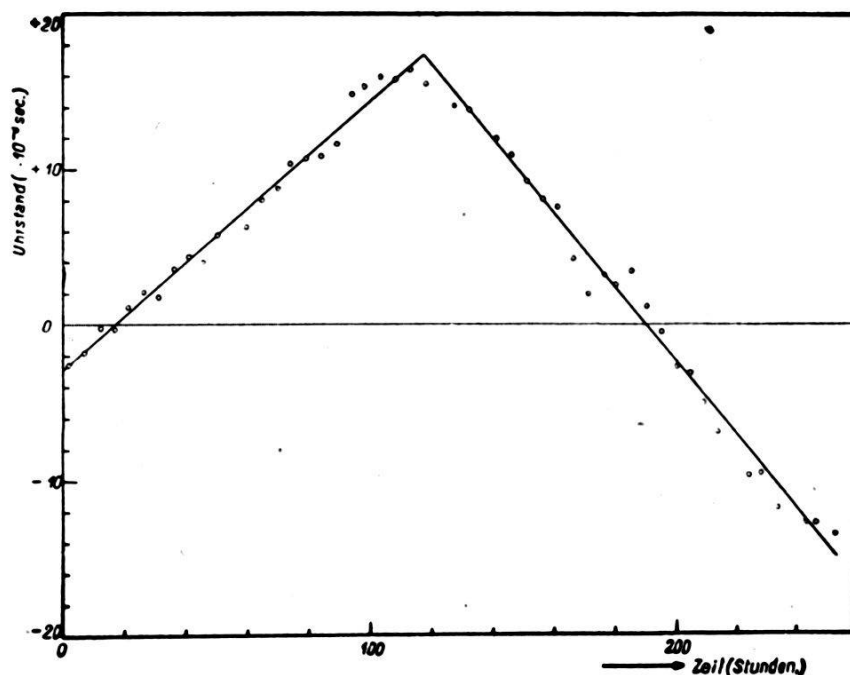


Bild 5. Gangsprung beim Standvergleich zweier S-Uhren mit Invarpendel

den Uhren auf  $\frac{1}{1000}$  sec überein. Dann kommt plötzlich ein Gangsprung<sup>1</sup>. Im Bilde ist dies eine Neigungsänderung der Standgeraden. Die Größenordnung der Sprünge ist  $1 \cdot 10^{-7}$  sec/dies. Auf Bild 5 haben wir eine Feinmeßreihe, wobei etwa alle 4 Stunden ein Standvergleich der beiden Uhren gemacht wurde. Darum hebt sich der Gangsprung besonders deutlich ab.

Bei den Standvergleichen beider Uhren über 4 Monaten wurden die Standmessungen nur täglich einmal vorgenommen. Wenn auch der einzelne Gangsprung hier nicht so deutlich zu erkennen ist wie bei der Feinmeßreihe, so sieht man doch auch hier das charakteristische zackige Profil der Kurve (Bild 6). Welche der beiden Uhren den Sprung machte, konnte

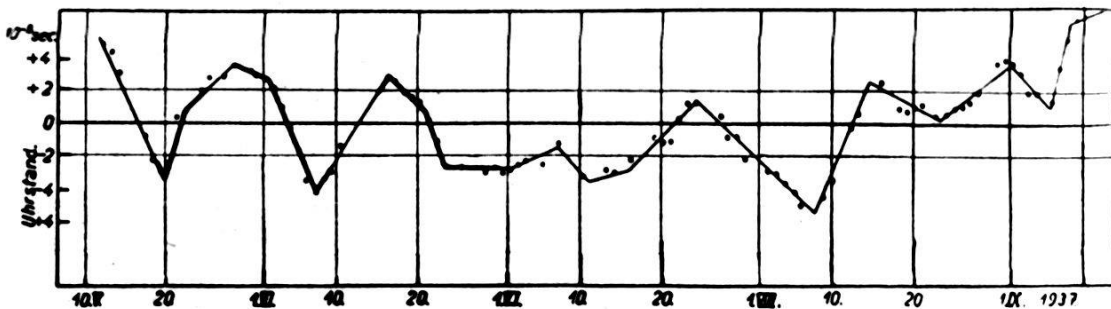


Bild 6. Uhrstand S I gegen S II vom Mai bis September 1937

nicht mit Sicherheit festgestellt werden, weil die Genauigkeit der Zeitzeichen hierzu nicht ausreichte. Woher diese Sprünge kamen, konnte deshalb auch nicht bestimmt werden. Man sieht aber aus den Kurven, daß die Sprünge gesetzmäßig sind. Deshalb wurde vom Verfasser schon 1938 die Vermutung ausgesprochen, daß sie auf Längenänderungen der Invarpendel beruhten.

Jetzt ist durch Vergleich der beiden Pendeluhren S I und S II gegen eine Quarzuhr der Beweis gelungen, daß diese Gangsprünge nur durch Längenänderungen des Invar erklärt werden können, und daß diese Längenänderungen tatsächlich sprungweise, d. h. innerhalb weniger Sekunden erfolgen.

Bild 7 gibt den Stand der beiden Pendeluhren S I und S II gegenüber einer Quarzuhr von Rohde und Schwarz. Die Aufnahmen erstrecken sich über 3 Tage und wurden von Hoffrogge durchgeführt<sup>2</sup>. Der Uhrstand wurde auf  $\frac{1}{1000000}$  sec abgelesen. Alle 200 sec wurde eine Ablesung gemacht. Es handelt sich also um Feinstmessungen. Die eingetragenen Uhrstandzahlen sind  $\frac{1}{1000}$  sec. Vor allem sieht man eine große Schwankung, die beide Pendeluhren gleichmäßig machen. Sie sind offenbar auf Schwankungen

<sup>1</sup> M. Schuler, Nouvelles contributions à l'étude du Pendule partiellement équilibré de l'Université de Göttingen; Annales Françaises de Chronométrie, 1939.

<sup>2</sup> Chr. Hoffrogge, Gangstörungen von Schuler-Uhren durch Gezeitenkräfte, Erdbeben und Änderungen der Pendellänge; Zeitschr. für Physik, Bd. 126, S. 671 bis 688 (1949).

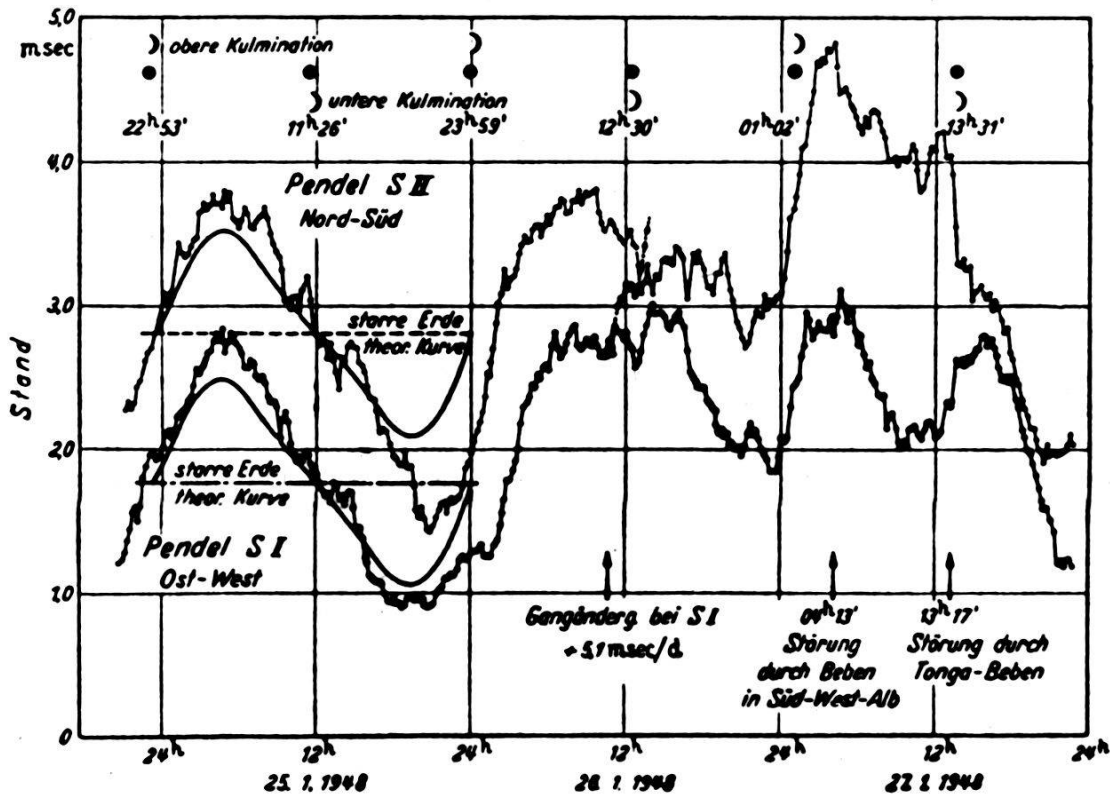


Bild 7. Uhrstand der Pendeluhrn S I und S II gegen eine Rohde-Quarzuhr.

Die Störungen durch Gezeitenkräfte und Erdbeben heben sich deutlich von dem Gangsprung der Uhr S I ab

der Schwere zurückzuführen. Sie haben eine Periode von 25 Stunden und eine Amplitude von etwa  $\pm \frac{1}{1000}$  sec. Am ersten Tage kommt diese Schwankung besonders gut zum Ausdruck. Es ist der Tag der Hochflut. Für diesen Tag ist die Standkurve nach der Gezeitentheorie für starre Erde gerechnet und für beide Pendel eingetragen. Man sieht deutlich die Übereinstimmung beider Kurven. Es ist dies ein Beweis, daß diese Standschwankungen, die beide Pendeluhrn gleichmäßig ausführten, durch die Schwereschwankungen der Gezeiten verursacht wurden. Daß diese kleinen Schwankungen noch so sauber gemessen werden konnten, gibt einen Beweis für die Genauigkeit sowohl der S-Uhren als auch der Rohde-Quarzuhr. Am 27. 1. sind zwei Erdbebenwellen über Göttingen gelaufen. Dadurch wurden Phasenstörungen der Pendelschwingungen verursacht. Das gab Standstörungen der Uhren. Die beiden Störungen sind in vergrößertem Maßstab auf Bild 8 herausgezeichnet. Man sieht deutlich, daß die Beben nur *Standstörungen* aber keine *Gangstörungen* der Uhren bewirkten, denn die Standkurve hat vor und nach dem Beben dieselbe Neigung. Die ganze Störung beträgt nur wenige zehntausendstel Sekunden. Durch die ganz andere Form der Störkurve – die Störung geht z. B. hier bei beiden Pendeln im entgegengesetzten Sinne – kann man die Störung durch Schwereschwankung der Gezeiten von der Störung durch Erdbeben trennen.

Aber am 26. 1., 11<sup>h</sup> (bei dem auf Bild 7 eingezeichneten Pfeil), machte die Uhr S I plötzlich einen Gangsprung. Die aufgenommene Standkurve läuft nach oben weg, wie dies auf Bild 7 angedeutet ist. Die auf Bild 7 gezeichnete Kurve ist von diesem Punkte ab um  $5,1/1000$  sec/dies nach un-

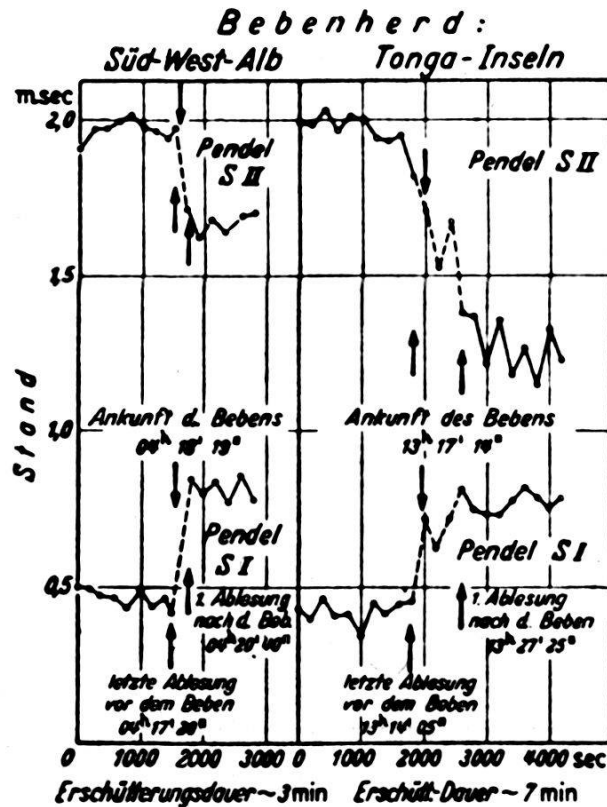


Bild 8. Standstörungen der Uhren S I und S II durch Fernbeben

ten geklappt. Wir haben hier einen Gangsprung von derselben Größenordnung, wie er schon 1937 gemessen wurde und auf Bild 5 dargestellt ist. Es war ein glücklicher Zufall, daß dieser Gangsprung gerade in die Tage der Feinmeßreihe fiel.

Wir sehen aber aus dieser Meßreihe:

1. Die Gangänderung erfolgt wirklich sprunghaft, d. h. innerhalb weniger Sekunden.
2. Die Gangänderung kommt nicht durch Schwereerschwingung oder durch eine Gangschwankung der Quarzuhr, denn sonst müßte die zweite Uhr (S II) eine ähnliche Störung zeigen.
3. Der Gangsprung wird nicht durch Erdbeben ausgelöst, denn zur Zeit des Gangsprunges ist keine Erdbebenwelle über Göttingen gelaufen.
4. Der Gangsprung kommt nicht durch Schwankung der Temperatur, der Amplitude oder des Pendelantriebs, denn diese Größen wurden während der Feinmeßreihe aufs schärfste überwacht.



5. Der Gangsprung kommt nicht von dem magnetischen Moment des Pendels im Erdfeld, denn diese Größe wurde nachgemessen.

So bleibt als Ergebnis dieser Meßreihe:

*Der Gangsprung kommt durch sprungweise Längenänderung des Invar, aus dem das Pendel gefertigt ist.*

Man könnte noch daran denken, daß die Schneide, auf der das Pendel aufliegt, die Ursache der Gangsprünge sei. Zwar ist dies recht unwahrscheinlich, denn im beobachteten Fall (Bild 7) müßte die Schneide sprungweise schärfer geworden sein. Um einen endgültigen Entscheid in dieser Frage zu bekommen, versuchte *Hoffrogge*, künstlich einen Gangsprung durch eine Störung hervorzurufen. Zuerst gab er einen mechanischen Stoß auf das Pendel, indem er mit einem Holzhammer gegen das Uhrgehäuse klopfte. Nach dieser schweren Störung machte das Pendel einen Gangsprung von etwa der zehnfachen Größe wie die Sprünge waren, die bei störungsfreiem Betrieb beobachtet wurden. Dann gab *Hoffrogge* einen magnetischen Stoß, indem er um das Uhrgehäuse eine Spule wickelte und einen Stromstoß hindurchsandte. Es kam wieder ein Gangsprung von etwa derselben Größenordnung wie bei dem mechanischen Stoß. Jetzt konnte der Sprung sicher nicht durch die Stahlschneide ausgelöst sein, die auf einem Achatstein ruht. Dagegen besitzt das Invar eine große Magnetostraktion, so daß Magnetfelder Längenänderungen hervorrufen. Nun könnte man hier einwenden, daß die Remanenz des Invarpendels, das im Magnetfeld der Erde schwingt, diesen Gangsprung verursacht hat. Doch wurde diese Remanenzwirkung auf den Gang nachgemessen und es zeigte sich, daß sie wohl vorhanden, aber viel kleiner ist als der beobachtete Sprung. Dies beruht auf der kleinen Remanenz des Invar, das ja in der Nähe des Curie-Punktes ist.

Mit diesen Versuchen ist wohl eindeutig bewiesen, daß nur sprungweise Längenänderungen des Invar die Ursache der Gangsprünge sein können. Die früher von *Gockel*<sup>1</sup> geäußerte Vermutung, daß die Gangsprünge mehrerer Pendeluhren stets gleichzeitig erfolgen, ist in dieser scharfen Form nach diesen neuen Feinmessungen offenbar nicht richtig. Die Genauigkeit der früheren Messungen reichte wahrscheinlich nicht aus, um die Gangsprünge der einzelnen Uhren sauber zu trennen. Doch sehen die alten Messungen danach aus, als ob es Tage gäbe, an denen Gangsprünge besonders häufig vorkommen.

### *Längensprünge des Invar*

Nach diesen Versuchen können Längensprünge des Invar durch kurzperiodische Schwingungen, etwa mit der Frequenz der Akustik, ausgelöst werden. Dagegen haben langwellige Schwingungen, wie sie bei Erd-

---

<sup>1</sup> H. Gockel, Neuere Gangbeobachtungen an Pendeluhren. Zeitschr. für Geophysik, Jahrg. 14, S. 97 (1938).

beben vorkommen, bisher keine beobachteten Längensprünge ausgelöst. Ähnlich liegt es beim Magnetismus. Bei kurzen scharfen Störungen kamen Längensprünge. Allerdings war das nicht bei jeder Magnetisierung der Fall. Wenn man den Stab ummagnetisierte und abermals magnetisierte, so kam kein neuer Längensprung, sondern es blieb nur der alte Längensprung bestehen. Auch bei langsamer, schwacher Magnetisierung, z. B. in der Stärke des Erdmagnetismus, kam kein Längensprung. Bei Temperaturschwankungen von einigen Graden kam kein Längensprung. In dieser Beziehung scheint das Invar verhältnismäßig stabil zu sein. Wahrscheinlich werden aber auch atomare Störungen (z. B. Höhenstrahlen) einen Längensprung auslösen können. Dabei kann der Stab sprungweise sowohl länger wie kürzer werden, wenn auch bei einem bestimmten Stabe im Mittel die eine Sprungrichtung überwiegt.

So soll sich z. B. der Gang zweier Short-Uhren um 0,17 sec/dies, bzw. um 0,13 sec/dies in *einem* Jahre verlangsamt haben<sup>1</sup>. Nimmt man an, daß diese Gangänderungen durch Längensprünge des Invar verursacht wurden, aus denen die Pendelstangen hergestellt waren, so müßte nach den Messungen in Göttingen etwa alle Woche ein Gangsprung von 0,01 bis 0,005 sec/dies gekommen sein. Wenn alle Sprünge in derselben Richtung gingen, so würde dies eine jährliche Gangänderung von 0,5 bis 0,25 sec/dies ergeben. Da aber nach den Göttinger Messungen sowohl Verlängerungen als auch Verkürzungen bei demselben Pendel entstehen, so ist es verständlich, daß die im Jahresmittel gemessene Gangänderung nur 30 % der hier gerechneten maximalen Werte beträgt. So bestätigt eine ganz getrennt durchgeführte Messung die Göttinger Theorie der Längensprünge des Invar.

Jetzt sind auch die scheinbar gesetzlosen Längenänderungen der Normalmaße aus Invar zu verstehen, wenn man sie nach Jahren nacheicht. In Wirklichkeit erleiden diese Stäbe etwa alle 8 Tage sprungweise Verlängerungen oder Verkürzungen. Allerdings sind die einzelnen Sprünge so klein, daß man sie in der Längenmessung bisher noch nicht beobachtet hat. Erst durch die Zeitmessung sind sie jetzt aufgedeckt worden. Überwiegen die Sprünge der Verlängerung in der Zeit zwischen zwei Eichungen, so ist der Stab gewachsen. Überwiegen dagegen die Sprünge der Verkürzung, so ist der Stab kürzer geworden. Man sieht, diese Längenänderungen des Invar über längere Zeit hängen nur von Zufälligkeiten des atomaren Aufbaues ab. Es kann sehr wohl sein, daß ein Normalmaß, das dauernd in einem thermostatischen Raum aufbewahrt wurde, nach 10 Jahren eine größere Längenänderung zeigt als ein vorsichtig gebrauchtes Normalmaß, wie dies z. B. in Hessen beobachtet wurde. Es wird aber bei jährlichem Nacheichen eines Normalmaßes seine Längenänderung in jedem Jahr verschieden sein, wie es in Sachsen gemessen wurde.

---

<sup>1</sup> J. Jackson and W. Bowyer: Mthl. Notices Roy. astronom. Soc, Bd. 88, 465 (1928).

### *Versuch einer Erklärung der Längensprünge*

Wie sind nun solche sprungweisen Längenänderungen eines Invarstabes von 2 cm Durchmesser zu erklären? Offenbar muß der Atomverband des Invar mehrere Gleichgewichtslagen haben, wobei er von einer in die andere fallen kann. Da aber die Verlagerung *eines* Atomes einen solchen Längensprung nie hervorbringen kann, so muß wohl ein Atom umklappen und dabei den Umklappvorgang bei allen Nachbaratomen anregen, so daß sich der Umklappvorgang lawinenartig fortpflanzt und ein großes Gebiet des Stabes seine Atomlage ändert. Nach Ablauf der Störung ist alles wieder im Gleichgewicht, bis – vielleicht durch die Wärmebewegung – Atome wieder an die Umklappgrenze kommen. Dann genügt ein kleiner Anstoß, um abermals einen Umklappvorgang auszulösen.

Es ist ja bekannt, daß im Ferromagnetikum sich Magnetisierungszustände größerer Gebiete sprungweise ändern. So ist es möglich, daß auch die im Invar beobachteten Längensprünge mit solchen inneren Ummagnetisierungen zusammenhängen. Die geringe Wärmeausdehnung des Invar beruht ja auf der Wirkung der Magnetostriktion.

### *Folgerungen aus den Längensprüngen des Invar*

Wir wissen von den Normalmaßen, daß auch alle anderen Materialien im Laufe der Zeit ihre Länge ändern, wenn es auch bei anderen Metallen, z. B. dem Platin-Iridium-Normalmeter, viel weniger ist als bei Invar. Auch bei dem Quarzkristall der Quarzuhr sehen wir einen solchen «Alterungsprozeß». Diese Änderungskurven wurden bisher alle stetig gezeichnet. Es wäre aber möglich, daß auch hier die Übergänge sprungweise erfolgen, nur daß die Sprünge so klein sind, daß der einzelne Sprung bisher nicht gemessen werden konnte. Vielleicht führt auch hier der Weg über die Zeitmessung (d. h. bei dem Quarzkristall über die Quarzuhr), um Näheres über die Art des Umwandlungsprozesses festzustellen.

Der Vorteil der sprungweisen Längenänderung der Invarpendel für die Zeitmessung liegt darin, daß man stets das Pendel, das einen Gangsprung macht, bei der Zeitauswertung ausscheiden kann. Man muß allerdings dazu wenigstens drei Pendeluhren besitzen und genügend enge (jede Stunde) und genügend genaue (etwa  $\frac{1}{100000}$  sec.) Standbeobachtungen machen. Das erfordert viel Beobachtungs- und Rechenarbeit. Voraussetzung ist natürlich eine genügend genaue Pendeluhr, ähnlich wie die S-Uhren in Göttingen.

Bei geophysikalischen Schweremessungen mit Pendeln und bei Normalmaßen aus Invar ist die Genauigkeit der Messung durch die Längensprünge begrenzt.

Unter allen Umständen ist es erwünscht, einen neuen Werkstoff zu finden, der dieselbe kleine Wärmeausdehnung wie Invar hat, aber in seinem Aufbau stabiler ist als das jetzige Invar. Soviel ich weiß, sind Versuche in dieser Richtung im Gange. Vor allem kann man daran denken, Quarzglas als Pendelmaterial zu verwenden. Der Verfasser hat deshalb schon

1938 bei Heraeus ein Ausgleichspendel herstellen lassen, bei dem der Pendelstab und die beiden Endgewichte aus einem Stück Quarzglas hergestellt sind. Das Pendel wird jetzt von der Physikalisch-Technischen Anstalt in Braunschweig, welche die Uhrenversuche fortführt, in die Uhr S II eingesetzt. Frühestens in einem Jahre wird man ein Ergebnis erwarten können, ob Quarzglas günstiger ist als Invar.

Zur Durchführung solcher Feinmessungen ist aber das Pendel immer noch das günstigste Meßinstrument.

## Les lieux critiques en aérophotogrammétrie

Par A. Ansermet

Ce problème est en général traité analytiquement en portant de la relation connue pour la parallaxe transversale

$$p_{v_i} = F_i(d\kappa, db_y, d\omega, d\varphi, db_z) = a_i d\kappa + b_i db_y + c_i d\omega + d_i d\varphi + e_i db_z$$

ou  $i = 1, 2, \dots, 5$ , les coefficients variant avec les coordonnées des 5 points choisis pour l'orientation mutuelle des clichés.

Pour qu'une solution existe sans ambiguïté il faut

$$\frac{\delta(F_1, F_2, \dots, F_5)}{\delta(d\kappa, db_y, \dots, db_z)} = (a, b_2, c_3, d_4, e_5) \neq 0$$

ou  $(a_1, b_2, c_3, d_4, e_5)$  est le déterminant fonctionnel en abrégé Admettons des vues nadirales

$$a_i = x_i, \quad b_i = 1, \quad c_i = z_i = + \frac{y_i^2}{z_i}, \quad d_i = \frac{x_i y_i}{z_i}, \quad e_i = \frac{y_i}{z_i}$$

le coefficient  $b_i$  étant constant il faut craindre un cas critique si un autre coefficient est aussi constant. On sait que ce danger existe pour  $c_i$  et ce cas a déjà été étudié.

*Solution générale.* Le but de cette note succincte est de traiter le problème pour  $n \geq 6$  ( $i = 1, 2, 3 \dots n$ ). La solution est aisée grâce à la théorie développée par M. le Prof. Dr Baeschlin (voir [1], p. 142-146).

$$p_{v_i} = F_i(d\kappa, db_y, d\omega, d\varphi, db_z) + v_i \quad (i = 1, 2, 3 \dots n)$$

Admettons encore des vues nadirales et des  $p_v$  de poids égaux. Il faut écrire la matrice

$$\left\{ \begin{array}{cccc} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \\ e_1 & e_2 & \dots & e_n \end{array} \right\} \quad n \geq 6$$