

Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie [Fortsetzung]

Autor(en): **Baeschlin, C.F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **48 (1950)**

Heft 12

PDF erstellt am: **25.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-207462>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie

Von C. F. Baeschlin, Zollikon

(Fortsetzung)

Für eine Ozeansäule, wo die Kompensation zwischen den Tiefen $(T_o - t_{Oz'})$ und T_o untergebracht ist, erhalten wir aus der Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation, wenn wir $t_{Oz'}$ mit seinem Absolutwert einführen, die Beziehung

$$\begin{aligned} & (\Theta_{Sial} - \Theta_W) [R_o^3 - (R_o - t)^3] = \\ & = (\Theta_{Sima} - \Theta_{Sial}) \{ [R_o - (T_o - t_{Oz'})]^3 - [R_o - T_o]^3 \} \end{aligned}$$

Setzen wir hier zur Abkürzung

$$\frac{\Theta_{Sial} - \Theta_W}{\Theta_{Sima} - \Theta_{Sial}} = \mu = 2.73833\dots$$

und verwenden für $t_{Oz'}$ die Näherungen μt , respektive

$$\mu t \left[1 + \frac{2 T_o - (\mu + 1) t}{R_o} \right]$$

so erhalten wir in analoger Rechnung zum Landfall den bis und mit Gliedern zweiter Ordnung richtigen Ausdruck

$$\begin{aligned} t_{Oz'} = \mu t \left\{ 1 + \frac{2 T_o - (\mu + 1) t}{R_o} + \frac{2 (T_o - \mu t) [2 T_o - (\mu + 1) t]}{R_o^2} \right. \\ \left. - \frac{T_o (T_o - \mu t)}{R_o^2} - \frac{(\mu^2 - 1) t^2}{3 R_o^2} \right\} \quad (19 \text{ Oz}) \end{aligned}$$

Auch hier lautet der erste Faktor im dritten Glied der geschweiften Klammer bei *Heiskanen* in seiner Formel (2), Seite 7 a. a. O. $(2 T_o - \mu t)$, statt $2 (T_o - \mu t)$ in (19 Oz). Der Grund für diese Abweichung ist derselbe wie bei seiner Formel (1).

Vergleichen wir die Ergebnisse der Formeln (19), die sphärischer Rechnung entsprechen, mit den auf ebener Basis gewonnenen Formeln (6) und (7), so sehen wir, daß dort

$$t_L = \lambda h, \text{ respektive } t_{Oz} = \mu t$$

ist. Daraus erkennt man, daß t_L' und t_{Oz}' dem Absolutwerte nach größer als t_L und t_{Oz} sind.

Damit haben wir sämtliche Formeln, die sich aus der Stipulierung der entgegengesetzten Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation bei sphärischer Rechnung ergeben, abgeleitet.

Fassen wir zusammen, so erkennen wir, daß das *Prinzip der entgegengesetzten Massengleichheit* von Topographie und Kompensation durch die Beziehung dargestellt wird

$$\vartheta_{\text{Top}} D_{\text{Top}'} + \vartheta_{\kappa'} D_{\kappa'} = 0 \quad (20)$$

wo $D_{\text{Top}'}$ und D_{κ}' die reduzierten Dicken der Topographie und der Kompensation bedeuten, wobei die Reduktion nach den Formeln (12), (12a), (16c) und für die Airy-Hypothese (19) auszuführen ist.

Bei ebener Rechnung ergaben Massengleichheit und gleicher spezifischer Druck auf die Ausgleichsfläche dieselben Resultate. Wir wollen nun untersuchen, zu welchen Resultaten das *Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes* der Massen der Topographie und der Kompensation bei sphärischer Rechnung führt.

Wir bezeichnen den Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie mit R_T . Dann ist der Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Kompensation ($R_T - l$), wenn l den Abstand der beiden Schwerpunkte bedeutet. Ein Rotationskegel, dessen Achse durch die beiden Schwerpunkte geht, vom räumlichen Sehwinkel Ω_T schneidet aus der Kugel vom Radius R_T die Fläche $\Omega_T R_T^2$.

Ein Rotationskegel mit derselben Achse vom räumlichen Sehwinkel Ω_{κ} schneidet aus der Kugel vom Radius ($R_T - l$) die Fläche $\Omega_{\kappa} (R_T - l)^2$.

Wenn die beiden Flächen gleich sein sollen, muß

$$\Omega_T R_T^2 = \Omega_{\kappa} (R_T - l)^2 = \Omega_{\kappa} R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2$$

sein. Es muß also

$$\Omega_T = \Omega_{\kappa} \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \quad (21)$$

sein. Die Masse der Topographie ist nach Formel (13d)

$$M_T = \Omega_T R_T^2 \Theta_o h \quad (22)$$

während die Masse der Kompensation

$$M_k = \Omega_{\kappa} (R_T - l)^2 \vartheta_{\kappa} D_k = \Omega_{\kappa} R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \vartheta_{\kappa} D_k \quad (23)$$

ist. Ersetzen wir in der Formel (22) Ω_T durch Ω_{κ} nach Formel (21), so finden wir

$$M_T = \Omega_{\kappa} R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \Theta_o h \quad (24)$$

Gemäß Ableitung von Formel (21) ist die Fläche auf beiden Kugeln dieselbe; daher stellt

$$\frac{M_k}{\Omega_\kappa R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \vartheta_\kappa D_k$$

die Masse der Kompensation pro Flächeneinheit dar, während

$$\frac{M_T}{\Omega_\kappa R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \Theta_o h$$

die Masse der Topographie pro Flächeneinheit bedeutet. Wenn die Schwerkraft im Schwerpunkt der Topographie g_T , im Schwerpunkt der Kompensation g_k ist, so stellt $g_T \Theta_o h$ den spezifischen Druck der Topographie, $g_k \vartheta_\kappa D_k$ den spezifischen Druck der Kompensation dar. Wenn diese beiden spezifischen Drucke entgegengesetzt gleich sein sollen, so muß

$$g_T \Theta_o h + g_k \vartheta_\kappa D_k = 0 \quad (25)$$

sein oder allgemeiner ausgedrückt

$$g_T D_{\text{Top}} \vartheta_{\text{Top}} + g_k D_k \vartheta_\kappa = 0 \quad (25a)$$

Durch diese Gleichung wird das *strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes* von Topographie und Kompensation ausgedrückt.

Setzen wir

$$g_T = g_k$$

so geht (25a) über in

$$\vartheta_{\text{Top}} D_{\text{Top}} + \vartheta_\kappa D_k = 0 \quad (26)$$

die wir die Bedingung für *vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht* nennen. Hier ist die Änderung der Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche vernachlässigt.

Diese Bedingung (26) ist identisch der Formel (8), die wir unter der Voraussetzung ebener Verhältnisse gewonnen haben. Daraus finden wir den Satz:

Die Beziehung (8), welche die Bedingung der Isostasie für ebene Verhältnisse darstellt, ist identisch der Beziehung (26) für vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht zwischen Topographie und Kompensation, unter Voraussetzung sphärischer Verhältnisse. Dabei sind Glieder von der Ordnung $\frac{h^2}{R^2}$ usw. vernachlässigt.

Vergleichen wir die Formeln (25a) für strenges hydrostatisches Gleichgewicht und (20) für Massengleichheit miteinander, und studieren wir besonders die Formeln (15), (16) und (19), so erkennen wir, daß im Falle des hydrostatischen Gleichgewichtes die Massen von Topographie und Kompensation ungleich sind. Wir wollen diese Massendifferenz quantitativ bestimmen. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Massendifferenz

für das strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes nach Formel (25 a) anders ausfallen muß als für das vereinfachte Prinzip nach Formel (26). Wir wollen zunächst den letzteren Fall untersuchen. Wir gehen von den Formeln (26) und (20) aus und beachten, daß in beiden Formeln ϑ_{Top} identisch ist. Um die Ableitung für die verschiedenen Fälle der Isostasie allgemein zu gestalten, führen wir die Dicken der Topographie und der Kompensation, deren Dichten und den Abstand l der Schwerpunkte von Topographie und Kompensation ein. Die Dichte der Kompensation für die Hypothese gleicher Massen bezeichnen wir mit ϑ_{κ} , für die Hypothese des hydrostatischen Gleichgewichtes mit ϑ_{κ}' . Bei der Airy'schen Hypothese, wo die Dichte der Kompensation — $(\vartheta_{\text{Sima}} - \vartheta_{\text{Sial}})$ respektive $+$ $(\vartheta_{\text{Sima}} - \vartheta_{\text{Sial}})$ ist, wird die Dicke der Kompensation für gleiche Massen mit D_k' , für hydrostatisches Gleichgewicht mit D_k bezeichnet.

Die Masse der Topographie M_T ist

$$M_T = \vartheta_T D_T \cdot F_{R_T, \Omega} \quad (27)$$

wenn man die Flächeneinheit auf der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie, deren Radius wir mit R_T bezeichnet haben, $F_{R_T, \Omega}$ nennt. Die Masse der Kompensation, bezogen auf die Kugel durch ihren Schwerpunkt mit dem Radius $R_T - l$, ist

$$D_k \vartheta_{\kappa},$$

wobei bekanntlich, um den Druck pro Flächeneinheit zu erhalten, ein anderer räumlicher Schwinkel Ω_{κ} eingeführt worden ist. Um aber die Massen innerhalb desselben Kegels zu erhalten, muß $D_k \vartheta_{\kappa}$ auf den Schwinkel Ω_T gebracht werden. Es ist nach Formel (21)

$$\Omega_T = \Omega_{\kappa} \left(1 - \frac{2l}{R_T} \right)$$

Daher wird die Masse der Kompensation innerhalb des Kegels mit dem räumlichen Schwinkel Ω_T

$$M_k = D_k \vartheta_{\kappa} \left(1 - \frac{2l}{R_T} \right)$$

Daher wird

$$F_{R_T, \Omega} D_k \vartheta_{\kappa} = M_k \left(1 + \frac{2l}{R_T} \right)$$

oder

$$D_k \vartheta_{\kappa} = \frac{M_k \left(1 + \frac{2l}{R_T} \right)}{F_{R_T, \Omega}} \quad (28)$$

während nach (27)

$$D_T \vartheta_T = \frac{M_T}{F_{R_T, \Omega}}. \quad (29)$$

(Fortsetzung folgt.)