

# Zur Frage der zutreffenden Gewichte bei der Ausgleichung des stadtzürcherischen Nivellementsnetzes

Autor(en): **Bertschmann, S.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und  
Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du  
génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **49 (1951)**

Heft 8

PDF erstellt am: **28.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-208347>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Au nom de tous ceux qui furent vos élèves, vos collaborateurs et vos amis, nous vous disons du fond du cœur: Merci.

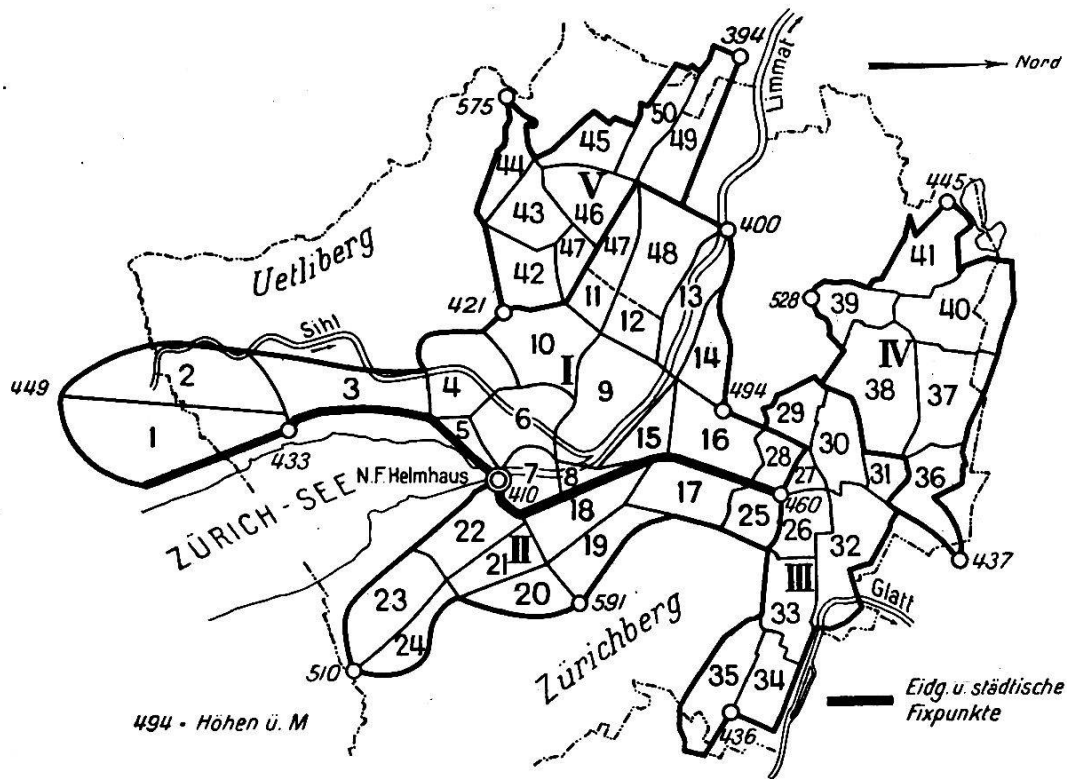
Tous les membres de la S.S.M.A.F. vous expriment, ainsi qu'aux vôtres, une heureuse journée à l'occasion de votre 70<sup>e</sup> Anniversaire. Ils souhaitent vous voir longtemps encore parmi eux et les faire bénéficier de votre riche expérience scientifique et de vos hautes qualités humaines.

M. Baudet.

## Zur Frage der zutreffenden Gewichte bei der Ausgleichung des stadtzürcherischen Nivellementsnetzes

Von Prof. Dr. S. Bertschmann, Stadtgeometer,  
Zürich

Das stadtzürcherische Nivellement, das ein Gebiet von etwa 8800 Hektaren belegt und etwa 1200 Punkte umfaßt, besteht aus 5 Teilnetzen. Es ist in nachstehender Figur schematisch dargestellt.



Die Teilnetze I und II wurden an das eidgenössische Nivellement angeschlossen durch unveränderte Übernahme der Höhe des eidgenössischen Fixpunktes N.F.110 Helmhaus als Ausgangshöhe. Für weitere gemeinsame Punkte der beiden Nivellementsnetze wurden keine Zwangsbedingungen in die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgenommen. Die Ergebnisse der eidgenössischen Nivellements wurden immerhin in der Weise in der städtischen Netzberechnung mitverwertet, als die Beobachtungswerte der beiden Nivellements gemittelt

und mit den entsprechenden Gewichten in die Ausgleichung eingeführt wurden. Die Teilnetze III und IV sind mit Zwangsbedingungen an die Teilnetze I und II angeschlossen; bei Teilnetz V wurde in Anbetracht der Geringfügigkeit der Widersprüche auf die Aufstellung und Auflösung der Normalgleichungen verzichtet. Die 50 Schleifen des Nivellements wurden mit Gewichten nach der üblichen Formel

$$p = \frac{1}{L}, \quad (1)$$

wo  $L$  die Länge der einzelnen Strecken der Schleifen bedeutet, in die Ausgleichung eingeführt.

Alt Kantonsgeometer Leemann hat unter der Voraussetzung, daß im vorliegenden Nivellement keine systematischen Fehlereinflüsse vorhanden seien, auf Grund einwandfreier fehlertheoretischer Untersuchungen des Beobachtungsmaterials der 24 Schleifen der Teilnetze I und II in einer Publikation\* dargetan, daß zutreffender eine Gewichtsbestimmung nach der Formel

$$p = \frac{1}{J} \quad (J = \text{Anzahl der Instrumentenstationen}) \quad (2)$$

in die Ausgleichung hätte eingeführt werden sollen.

Die Diskussion dieser Frage ruft einmal der Untersuchung, ob im vorliegenden Falle neben den rein zufälligen Fehlern nicht doch auch systematische Fehlereinflüsse vorhanden sind. Weist doch das Netz mit rund 250 km Schleifenlängen schon eine beachtliche Größe auf. Die Bearbeitung der Meßergebnisse in dieser Hinsicht, nach den internationalen Vorschriften der Fehlerberechnung der Nivellements hoher Präzision, ergab nun für das ganze Netz berechnet, einen zufälligen mittleren 1-km-Fehler von

$$Z = \pm 0.34 \text{ mm}$$

nebstdem aber einen systematischen mittleren 1-km-Fehler in der Größe von

$$s = \pm 0.14 \text{ mm.}$$

Da die systematischen Fehler einem anderen Fehlergesetz folgen als die zufälligen Fehler, muß auch die Gewichtsbestimmung beim Vorhandensein systematischer Fehler darauf Rücksicht nehmen. Es ist somit gegeben, die Formeln (1) und (2) eo ipso kritisch und nicht nur im Vergleich untereinander, vielmehr in Verbindung mit der von Prof. Dr. F. Baeschlin hergeleiteten Formel

$$\frac{1}{pL} = k (Z^2 L + s^2 L^2 + g^2 \Sigma^2) \quad (3)$$

zu betrachten. In Formel (3) bedeuten:

---

\* W. Leemann; Über ein besonderes Nivellementsgewicht, Schweiz. Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1946, Nr. 3.

$k$  = ein so gewählter Koeffizient, daß die Gewichte von der Größenordnung 1 werden.

$L$  = Länge einer einzelnen Strecke

$Z$  = mittlerer zufälliger 1-km-Fehler, hergeleitet aus dem ganzen Netz.

$s$  = mittlerer systematischer 1-km-Fehler, hergeleitet aus dem ganzen Netz.

$g$  = Höhenglied, hergeleitet für das ganze Netz.

$\Sigma$  = Summe der Absolutwerte der Höhenunterschiede.

Es sollen nun vorerst einmal die Gewichte, berechnet nach der strengen Formel 3, denjenigen nach der Näherungsformel (1) gegenübergestellt werden, und zwar anhand der Meßresultate der Teilnetze III–V. Bei der Gewichtsrechnung nach Formel (3) konnte das Höhenglied vernachlässigt werden.

A. Netz III (Schwamendingen–Örlikon)

1	2	3	4	5	6
Nr. der Strecke	$Z^2 L^2$	$s^2 L$	$Z^2 L + s L^2$	$\frac{1}{pL} = k (Z^2 L + s^2 L^2)$ wo $k = 7,5$	$\frac{1}{p} = L$
1	0.104	0.016	0.120	0.9	0.9
2	075	008	083	0.6	0.6
3	266	104	370	2.8	2.3
4	075	008	083	0.6	0.6
5	092	012	104	0.8	0.8
6	156	036	192	1.4	1.4
7	092	012	104	0.8	0.8
8	110	018	128	1.0	1.0
9	011	000	011	0.1	0.1
10	081	010	091	0.7	0.7
11	052	004	056	0.4	0.4
12	098	014	112	0.8	0.8
13	266	104	370	2.8	2.3
14	144	031	175	1.3	1.3
15	156	036	192	1.4	1.4
16	052	004	056	0.4	0.4
17	092	012	104	0.8	0.8
18	220	071	291	2.2	1.9
19	035	002	037	0.3	0.3
20	352	182	534	4.0	3.1
Übertrag $\Sigma$ 24.1					21.9

1	2	3	4	5	6
			Übertrag $\Sigma$ 24.1		21.9
21	133	026	159	1.2	1.2
22	081	010	091	0.7	0.7
23	121	022	143	1.1	1.1
24	029	001	030	0.2	0.2
25	040	002	042	0.3	0.3
26	208	064	272	2.0	1.8
27	168	041	209	1.6	1.5
28	416	254	670	5.0	3.6
				$\Sigma$ 36.2	32.3

B. Netz IV (Seebach–Affoltern)

1	2	3	4	5	6
1	0.416	0.254	0.670	5.0	3.6
3	110	018	128	1.0	1.0
4	231	078	309	2.3	2.0
5	168	041	209	1.6	1.5
6	162	038	200	1.5	1.4
8	064	006	070	0.5	0.6
9	150	033	183	1.4	1.3
10	052	004	056	0.4	0.5
11	260	099	359	2.7	2.3
12	035	002	037	0.3	0.3
13	058	005	063	0.5	0.5
14	121	022	143	1.1	1.0
15	260	099	359	2.7	2.3
16	428	268	696	5.2	3.7
				$\Sigma$ 26.1	22.0

C. Netz V (Albisrieden–Altstetten)

1	2	3	4	5	6
1	0.156	0.036	0.192	1.4	1.4
2	145	031	176	1.3	1.3
3	081	010	091	0.7	0.7
4	139	028	167	1.3	1.2
5	139	028	167	1.3	1.2
6	023	001	024	0.2	0.2
7	116	020	136	1.0	1.0
				Übertrag $\Sigma$ 7.2	7.0

1	2	3	4	5	6
			Übertrag	$\Sigma$ 7.2	7.0
8	040	002	042	0.3	0.3
9	399	233	632	4.7	3.5
10	208	063	271	2.0	1.8
11	081	010	091	0.7	0.7
12	133	026	159	1.2	1.2
13	035	002	037	0.3	0.3
14	231	078	309	2.3	2.0
15	052	004	056	0.4	0.4
16	260	099	359	2.7	2.3
17	173	044	217	1.6	1.5
18	040	002	042	0.3	0.3
19	416	254	670	5.0	3.6
20	370	201	571	4.3	3.2
21	220	071	291	2.2	1.9
22	202	060	262	2.0	1.8
				$\Sigma$ 37.2	31.8

Vergleichen wir die Werte der Kolonnen 5 und 6, so zeigen sich erwartungsgemäß bei den längeren Strecken Differenzen zwischen den auf verschiedene Arten berechneten Gewichtsgrößen. Sie werden mit zunehmender Streckenlänge größer. Die Gewichtsunterschiede sind aber nicht derart, daß sie das Ausgleichungsergebnis praktisch beeinflussen würden, ist doch jede Funktion in ihrem Minimumsgebiet wenig empfindlich. Da nach Formel (1) die Gewichte auf bequemerem Rechnungsweg praktisch genügend genau bestimmt werden können, ist ihr für den vorliegenden Fall gegenüber Formel (3) der Vorzug zu geben.

Nun sollen die Gewichte nach Formel (1) und (2) einander gegenübergestellt und dabei die Schlußfolgerungen aus einem größeren Beobachtungsmaterial, als es a. Kantonsgeometer Leemann verwendete, gezogen werden. Anstelle von 24 Schleifen der Netze I und II sind deren 50 der Netze I–V zur Beurteilung der Gewichtsfrage herangezogen, sonst aber das gleiche Untersuchungsverfahren angewendet worden. So wurden die gewichteten Schleifenwidersprüche  $p w^2$  einmal nach wachsender Schleifenlänge  $L$  und sodann nach wachsender Anzahl der Instrumentenaufstellungen geordnet und je 4 Gruppen gebildet. Nach der Fehlertheorie sollen bei zutreffender Gewichtswahl die mittleren 1-km-Fehler für alle Gruppen annähernd gleich groß sein. Die Gewichtsannahme, die größere Variationen in den mittleren Fehlern hervorruft, muß als unzutreffender charakterisiert werden. Erwähnt sei noch, daß der theoretische Schleifenschlußfehler von der Größenordnung 1/1000 mm das Untersuchungsergebnis nicht zu beeinflussen vermag. Nun die Resultate:

A. Gruppierung nach wachsenden Schleifenlängen L

Gruppe 1					Gruppe 2				
n	Nr. der Schleife	Länge L der Schleife km	w mm	$\frac{w^2}{L}$	n	Nr. der Schleife	Länge L der Schleife km	w mm	$\frac{w^2}{L}$
1	27	2.55	-1.3	0.66	13	21	4.00	+0.4	0.04
2	31	2.65	-0.7	0.18	14	38	4.30	±0.0	0.00
3	5	2.80	+1.1	0.43	15	34	4.30	+0.8	0.15
4	7	2.90	-0.1	0.00	16	39	4.35	-0.1	0.00
5	28	2.90	-0.3	0.03	17	46	4.45	+1.3	0.38
6	8	3.10	-0.6	0.12	18	29	4.50	-0.3	0.02
7	18	3.40	-0.7	0.14	19	25	4.50	-1.0	0.22
8	22	3.50	-1.5	0.64	20	42	4.50	-0.8	0.14
9	15	3.60	+0.2	0.01	21	30	4.55	-0.3	0.02
10	45	3.85	-1.7	0.75	22	36	4.55	-0.1	0.00
11	26	3.85	+0.4	0.01	23	44	4.65	+2.5	1.34
12	37	4.00	+0.1	0.00	24	50	4.65	-0.8	0.14
$\Sigma$ 2.97					$\Sigma$ 2.45				

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{2.97}{12}} = \pm 0.50 \text{ mm}$$

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{2.45}{12}} = \pm 0.45 \text{ mm}$$

Gruppe 3					Gruppe 4				
n	Nr. der Schleife	Länge der Schleife in km	w mm	$\frac{w^2}{L}$	n	Nr. der Schleife	Länge der Schleife in km	w mm	$\frac{w^2}{L}$
25	17	4.90	+2.1	0.90	38	43	5.80	+0.1	0.00
26	33	4.95	+0.1	0.00	39	49	5.90	-2.5	1.06
27	41	5.05	±0.0	0.00	40	10	6.00	-0.3	0.02
28	14	5.10	+1.0	0.20	41	13	6.00	-1.3	0.28
29	23	5.10	+0.9	0.16	42	6	6.10	-1.6	0.42
30	35	5.30	-0.4	0.03	43	9	6.20	-0.7	0.08
31	20	5.40	-0.9	0.15	44	48	6.20	+0.6	0.06
32	11	5.60	-0.4	0.03	45	3	6.40	+0.2	0.01
33	16	5.70	+0.1	0.00	46	32	6.65	-0.2	0.01
34	24	5.70	+0.3	0.02	47	1	7.20	+1.1	0.17
35	40	5.70	+0.3	0.02	48	47	7.25	-1.0	0.14
36	4	5.80	+0.4	0.02	49	12	7.40	+1.0	0.14
37	19	5.80	-0.7	0.09	50	2	8.10	-0.7	0.06
$\Sigma$ 1.62					$\Sigma$ 2.45				

$$m_3 = \pm \sqrt{\frac{1.62}{13}} = \pm 0.35 \text{ mm}$$

$$m_4 = \pm \sqrt{\frac{2.45}{13}} = \pm 0.43 \text{ mm}$$

*B. Gruppierung nach wachsenden Instrumentenstationen J*

Gruppe 1

<i>n</i>	Nr. der Schleife	Anzahl <i>J</i> pro Schleife	<i>w</i> mm	$25 \frac{w^2}{J}$
1	5	63	+1.1	0.49
2	31	79	−0.7	0.16
3	15	80	+0.2	0.01
4	8	84	−0.6	0.11
5	7	85	−0.1	0.00
6	27	85	−1.3	0.50
7	22	89	−1.5	0.64
8	28	90	−0.3	0.03
9	45	99	−1.7	0.73
10	38	102	±0.0	0.04
11	21	104	+0.4	0.00
12	37	108	+0.1	0.00
				Σ 2.71

$$m'_1 = \pm \sqrt{\frac{2.71}{12}} = \pm 0.47 \text{ mm}$$

Gruppe 2

<i>n</i>	Nr. der Schleife	Anzahl <i>J</i> pro Schleife	<i>w</i> mm	$25 \frac{w^2}{J}$
13	34	110	+0.8	0.15
14	46	110	+1.3	0.38
15	10	111	−0.3	0.02
16	11	113	−0.4	0.04
17	6	114	−1.6	0.56
18	36	117	−0.1	0.00
19	4	120	+0.4	0.03
20	9	120	−0.7	0.10
21	26	120	+0.4	0.03
22	42	121	−0.8	0.13
23	39	124	−0.1	0.00
24	25	128	−1.0	0.20
				Σ 1.64

$$m'_2 = \pm \sqrt{\frac{1.64}{12}} = \pm 0.37 \text{ mm}$$

Gruppe 3

<i>n</i>	Nr. der Schleife	Anzahl <i>J</i> pro Schleife	<i>w</i> mm	$25 \frac{w^2}{J}$
25	50	129	+0.8	0.12
26	33	129	+0.1	0.00
27	23	131	+0.9	0.15
28	41	132	±0.0	0.00
29	13	134	−1.3	0.32
30	29	138	+1.2	0.26
31	18	140	−0.7	0.09
32	35	142	−0.4	0.03
33	49	142	−2.5	1.10
34	44	143	+2.5	1.09
35	17	143	+2.1	0.77
36	14	143	+1.0	0.18
37	40	144	+0.3	0.02
				Σ 4.13

$$m'_3 = \pm \sqrt{\frac{4.13}{13}} = \pm 0.56 \text{ mm}$$

Gruppe 4

<i>n</i>	Nr. der Schleife	Anzahl <i>J</i> pro Schleife	<i>w</i> mm	$25 \frac{w^2}{J}$
38	43	147	+0.1	0.00
39	30	148	−0.3	0.02
40	12	149	+1.0	0.17
41	19	160	−0.7	0.08
42	20	162	−0.9	0.12
43	24	163	+0.3	0.01
44	16	164	+0.1	0.00
45	3	175	+0.2	0.01
46	48	175	+0.6	0.05
47	32	177	−0.2	0.01
48	47	181	−1.0	0.14
49	2	213	−0.7	0.06
50	1	218	+1.1	0.14
				Σ 0.81

$$m'_4 = \pm \sqrt{\frac{0.81}{13}} = \pm 0.25 \text{ mm}$$



Zusammengefaßt haben wir nachfolgende mittlere Fehler aus den einzelnen Gruppen von  $2 \times 12$  und  $2 \times 13$  Schleifen:

$$\text{A. Annahme Gewicht } p = \frac{1}{L} : m_1 = \pm 0.50 \quad m_2 = \pm 0.45 \quad m_3 = \pm 0.35 \\ m_4 = \pm 0.43$$

$$\text{B. Annahme Gewicht } p = \frac{1}{J} : m'_1 = \pm 0.47 \quad m'_2 = \pm 0.37 \quad m'_3 = \pm 0.56 \\ m'_4 = \pm 0.25$$

während die Untersuchung von a. Kantonsgeometer Leemann bei Bearbeitung von nur 2 Gruppen zu 12 Schleifen folgende Resultate ergab:

$$\text{A. Annahme Gewicht } p = \frac{1}{L} : m_1 = \pm 0.48 \quad m_2 = \pm 0.33$$

$$\text{B. Annahme Gewicht } p = \frac{1}{J} : m'_1 = \pm 0.43 \quad m'_2 = \pm 0.40$$

Die mittleren Fehler der auf breiterer Basis gewonnenen Gruppenresultate stimmen bei Verwendung der Formel  $p = \frac{1}{L}$  besser überein als diejenigen nach der Formel  $p = \frac{1}{J}$ . Die allgemein übliche Gewichtsformel  $p = \frac{1}{L}$  kann daher auch für das stadtzürcherische Nivellement jedenfalls so gut wie die Formel  $p = \frac{1}{J}$  als zutreffend bezeichnet werden. Diese durch die Verwertung eines großen Beobachtungsmateriales erhärtete Tatsache findet ihre mathematische Begründung in der Identität der beiden Formeln bei Annahme gleichbleibender Entfernung der Lattenstellungen. Und in der Tat weichen diese Entfernungen in der Praxis auch im großen gesehen nicht allzusehr voneinander ab.

#### Literatur:

- F. Baeschlin*, Die Nivellements hoher Präzision und die internationalen Vorschriften ihrer Fehlerberechnung. Schweiz. Bauzeitung, Band 71. 1918.
- F. Baeschlin*, Untersuchungen über die Reduktion des Präzisionsnivellements, Verlag der Eidg. Landestopographie, Bern, 1925.
- Ch. Lallemand*, Les erreurs systematiques et la précision comparée des grands réseaux européens de nivellement, Rivista di Topografia e Catasto, Vol. X, Turin.
- Ch. Lallemand et E. Prevost*, Nivellements des Vallées des Alpes et relevés des profils en long des cours d'eau, Comptes rendus des études et travaux du Service des grandes Forces Hydrauliques de la région du Sud-Est, publié par le Ministère de l'Agriculture, 1916.
- Ch. Lallemand*, Mesure de la précision des nivellements et projet de création d'une nouvelle catégorie de nivellements, dits de haute précision. Imprimerie G. Goury, 1912, Paris.

- Ch. Lallemand*, Rapport sur les travaux du Service du nivellement général de la France, de 1912 à 1922, Union Géodésique et Géophysique Internationale, section de Géodésie, 1922.
- W. Leemann*, Über ein besonderes Nivellementsgewicht, Schweiz. Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1946, Nr. 3.
- Jean Vignal*, Evaluation de la précision d'une méthode de nivellement, Bulletin Géodésique Nr. 49, 1936.
- T. J. Kukkamäki*, Einwirkung der bodennahen Refraktion auf das Präzisionsnivellement. Helsinki 1937.
- T. J. Kukkamäki*, Über die nivellistische Refraktion. Helsinki 1938.
- T. J. Kukkamäki*, Formeln und Tabellen zur Berechnung der nivellistischen Refraktion. Helsinki 1939.

## Die Leistungsfähigkeit moderner Meßkammern und ihre wirtschaftliche Bedeutung

Von Prof. Dr. M. Zeller

Schon vor einiger Zeit hat die *Verkaufs A. G. Heinrich Wild* in Heerbrugg ein neues Meßobjektiv «Aviotar» herausgebracht und seither bereits wieder ein auf vollständig neuem Prinzip beruhendes Weitwinkelobjektiv «Aviogon» hergestellt. Beide Objektive weisen bezüglich Verzeichnungsfreiheit, Bildschärfe und geringen Lichtabfall so hervorragende Eigenschaften auf, daß es angezeigt erscheint, im Zusammenhang mit der neuesten Entwicklung der Aufnahme- und Auswertegeräte etwas näher auf die große Bedeutung der Verbesserung der Bildqualität einzutreten.

Zunächst ist die Tatsache festzuhalten, daß die modernen Auswertegeräte eine so hohe Genauigkeit aufweisen, daß selbst Verzeichnungen von weniger als  $\frac{1}{100}$  mm als systematische Modellverbiegungen meßbar sind. Dieser kurze Hinweis läßt erkennen, daß heute der Präzision der Aufnahmegерäte besondere Bedeutung zukommt, wenn die große Genauigkeit moderner Auswertegeräte wirklich ausgenützt werden soll. Dies ist namentlich dann der Fall, wenn Aufgaben der Lufttriangulation vorliegen oder wenn mit größter Wirtschaftlichkeit Präzisionskartierungen in großen Maßstäben mittels Luftphotogrammetrie erstellt werden müssen.

In den nachfolgenden Ausführungen werden nur die Aufnahmekammern behandelt. In einem spätern Zeitpunkt soll auch auf die Fortschritte im Bau von Auswertegeräten eingetreten werden.

Die vollautomatische *Reihenbild-Filmkammer Wild R. C. 5* (Fig. 1) ist mit zwei auswechselbaren Kammerstutzen von 21 cm (Aviotar) bzw. 11,5 cm Bildweite (Aviogon) ausgestattet, bei einem Bildformat von 18/18 cm. Die Filmkassette faßt 60 m Film von 19 cm Breite; die Filmebnung erfolgt durch Ansaugen. Der Überdeckungsregler erlaubt die Einstellung von 20, 25, 60 und 70 %iger Überdeckung.

Mit Rücksicht auf die Neuheit des „Aviogon“ können nähere Angaben über dieses Weitwinkelobjektiv noch nicht gemacht werden. Bei sehr