

Graphische Ausgleichung [Fortsetzung]

Autor(en): **Säuberli, R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **49 (1951)**

Heft 11

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-208361>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SCHWEIZERISCHE ZEITSCHRIFT FÜR

VERMESSUNG UND KULTURTECHNIK

Revue technique Suisse des Mensurations et du Génie rural

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik. Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft f. Photogrammetrie

Editeur: Société Suisse de Mensuration et du Génie rural. Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

REDAKTION: Dr. h. c. G. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Administration und Inseratenannahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR AG., Telefon (052) 2 22 52

Schluß der Inseratenannahme am 6. jeden Monats

NR. 11 • II. JAHRGANG

der „Schweizerischen Geometer-Zeitung“
Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats

13. NOVEMBER 1951

INSERTATE: 25 Rp. per einspalt. mm-Zelle.
Bei Wiederholungen Rabatt gemäß spez. Tarif

ABONNEMENTE:

Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 20.— jährlich

Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaft für
Photogrammetrie Fr. 10.— jährlich

Graphische Ausgleichung

Von Rud. Säuberli, Reinach

(Fortsetzung)

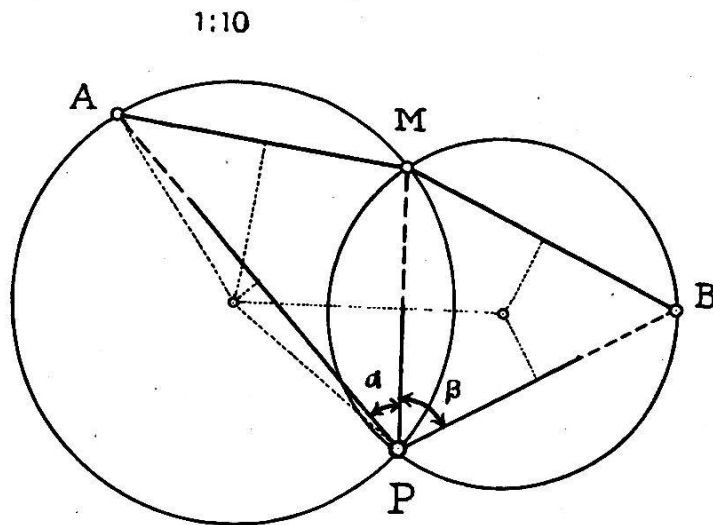
Das Rückwärtseinschneiden,

in der Geschichte bekannt als Aufgabe von Snellius oder Pothénot, behandelt die Bestimmung eines Neupunktes (P) durch Messung zweier Winkel auf dem gesuchten Punkt nach 3 Festpunkten (A, M, B). P liegt dann im Schnittpunkt der beiden den Dreiecken $A-M-P$ und $M-B-P$ umschriebenen Kreise.

Die Theorie besagt nun, daß die Lösung unmöglich ist, wenn alle 4 Punkte auf demselben Kreise liegen. Befindet sich der Neupunkt aber in der Nähe dieses ‚gefährlichen‘ Kreises, so geben ganze Zonen unsichere Resultate, und man hat die Bestimmung zu vervollständigen durch Messung weiterer innerer oder äußerer Winkel.

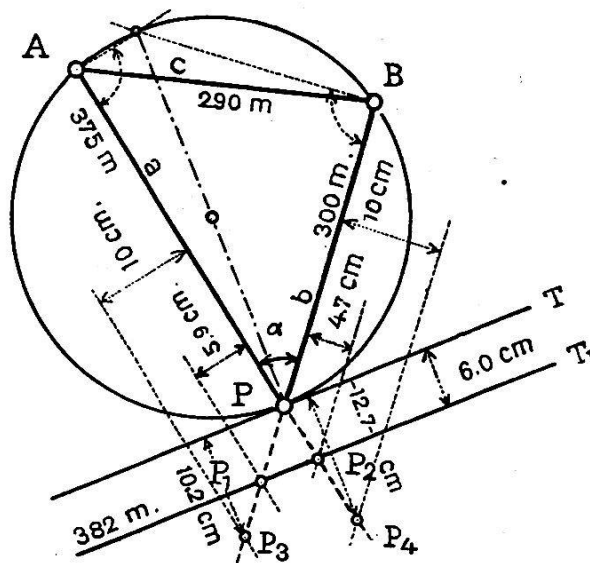
Wir wollen nun vorerst die Vergrößerung und Verkleinerung innerer Winkel um kleine Beträge und deren Gewichte betrachten. In untenstehender Figur 6, 1:10 000 soll der Winkel $A-P-B$ um 1 Minute verkleinert werden. Wir ziehen den dem Dreieck umschriebenen Kreis und denken uns die Partie um den Punkt P in den Maßstab 1:10 vergrößert. Bei weiteren Übungen können wir ohne den Kreis auskommen; auch dessen Zentrum zu suchen, können wir uns ersparen. Wir benötigen nur die Richtung nach dem Zentrum, und diese wird auch erhalten, indem wir die

Senkrechten auf die Winkelschenkel in A und B zum Schnitt bringen. Die Tangente im Punkt P an den Kreis ist also (auf kurze Strecke) der geometrische Ort aller Punkte, von denen aus die Sehne $A-B$ unter dem



Figur 5

1:10000



Figur 6

Winkel α gesehen wird. Soll nun der Winkel um 1 Minute verkleinert werden, so rückt der Punkt P nach außen und ebenso die Tangente. Auf den Schenkel $A-P = 375$ m bezogen, beträgt die Querverschiebung

$$\frac{1 \cdot 375}{6366} = 5,9 \text{ cm}; \text{ auf den Schenkel } B-P \text{ bezogen: } \frac{1 \cdot 300}{6366} = 4,7 \text{ cm.}$$

Diese Verschiebungen tragen wir als Parallelen zu den Winkelschenkeln

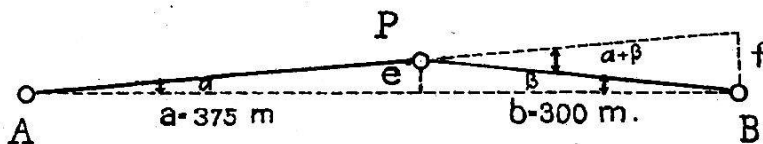
auf und erhalten die Punkte P_1 und P_2 . Diese müssen auf der neuen Tangente liegen, die parallel der frühern verläuft.

Wir haben nun noch das Gewicht dieses innern Winkels zu ermitteln und mit dem vorher behandelten Vorwärtseinschneiden in Einklang zu bringen. Der Abstand der beiden Tangenten beträgt, graphisch ermittelt, 6,0 cm. Ein Strahl, der bei einer Winkelverschiebung von einer Minute eine Abweichung von 6,0 cm ergibt, hat als Visur des Vorwärtseinschneidens eine Länge von $\frac{6366 \cdot 6}{1} = 382$ m. Wir betrachten also die Tangente

als Visur des Vorwärtseinschneidens von 382 m Länge. Dieses Resultat kann man noch rascher erreichen durch folgende Überlegung: Eine Winkelveränderung, die für den Schenkel $A-P$ (von 375 m) eine Abweichung von 10 cm ergibt, würde die neue Tangente nach P_3 verlegen. Dieser Punkt hat von der Tangente einen Abstand von 10,2 cm. Proportional umgerechnet, ergibt sich für die Tangente als Visur des Vorwärtseinschneidens eine Länge von $\frac{375 \cdot 10,2}{10} = 382$ m. Wenn wir dieselbe Ver-

schiebung beim Schenkel $B-P$ anbringen, so erhalten wir als neuen Tangentenpunkt P_4 , der von der alten Tangente einen Abstand von 12,7 cm hat, und die Länge der Visur ergibt wieder $300 \cdot 1,27 = 381$ m.

Man erkennt, daß sich das Gewicht eines innern Winkels mit der Gradzahl vergrößert und das Maximum bei 200 Grad erreicht, und man hat hier wieder die eine Distanz zu bestimmen, die für das Vorwärtseinschneiden verwendet werden kann.



Figur 7

Nach Figur 7 ist

$$\frac{a}{e} = \frac{a+b}{f} \quad f = b \cdot (\alpha + \beta), \quad \frac{a}{e} = \frac{a+b}{b \cdot (\alpha + \beta)}, \quad e = \frac{a \cdot b}{a+b} (\alpha + \beta).$$

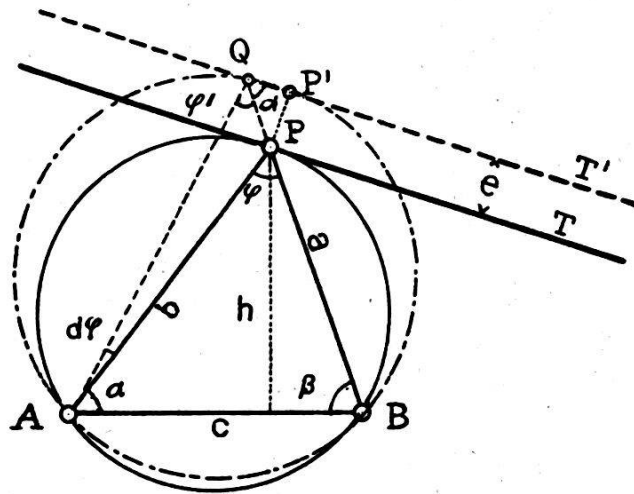
Der Ausdruck $\frac{a \cdot b}{a+b}$ ist also die gesuchte Distanz, mit der man die

Querverschiebung e berechnen kann. Diese beträgt für unser Beispiel $\frac{375 \cdot 300}{375 + 300} = 166,5$ m.

Dieses Problem kommt in der Vermessungspraxis sehr häufig vor. Angenommen A und B seien 2 noch gut erhaltene Poligonpunkte, P steht schief oder ist ausgehoben und muß neu bestimmt werden; dann ergibt sich aus der Differenz der Azimute $(\alpha + \beta)$, und man berechnet f ; damit hat man die Richtung $A-P$ und kann den Punkt P abstecken. Oder man mißt auf einem provisorischen Punkt P , der von A und B

schon die richtigen Entfernungen hat, den Winkel $A-P-B$ und vergleicht das Resultat mit dem in der Koordinatenberechnung enthaltenen Wert. Wäre nun der gemessene Winkel um 5 Minuten kleiner, so betrüge die Seitenverschiebung: $\frac{5 \cdot 166,5}{63.66} = 13 \text{ cm}$ im Sinne einer Vergrößerung von e .

Aus dem Jahre 1871 stammt eine Jordanformel, die wir für unsere Zwecke umdeuten und zur Ermittlung der Gewichte der innern Winkel verwenden können. Die Abhandlung erscheint von so großer Bedeutung, daß sie hier in Wort und Bild getreu wiedergegeben sei; sie ist auf Seite 385, Band II, 7. Aufl., enthalten:



Figur 8

„Wenn der Punkt P in Figur 8 über AB nach rückwärts eingeschnitten werden soll, durch Messung des Winkels $\varphi = BPA$, so wird dadurch als geometrischer Ort ein Kreis ABP bestimmt, welcher den Winkel φ faßt. Geht φ in φ' über, so rückt der Kreis hinaus nach Q , und wenn PT die Kreistangente im ersten Falle war, so rückt auch diese nun nach QT' , wobei für sehr kleine Änderung $\varphi - \varphi' = d\varphi$ die beiden Kreistangenten PT und QT' als parallel betrachtet werden dürfen; und es ist unsere Aufgabe, die Parallelverschiebung $PP' = e$ dieser Tangenten zu bestimmen.

Mit den Differenzialdreiecken APQ und PQP' hat man hierzu:

$$PQ = \frac{b \cdot \sin d\varphi}{\sin \varphi'} \quad \text{und} \quad e = PP' = PQ \cdot \sin \alpha.$$

Da hier $\sin \varphi' = \sin \varphi$ und $\sin d\varphi = d\varphi$ gesetzt werden darf, gibt dieses $e = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \varphi} \cdot d\varphi$ oder wegen der verschiedenen Sinusbeziehungen in

dem Dreieck ABP folgt hieraus:

$$e = \frac{h}{\sin \varphi} \cdot d\varphi, \quad \text{oder} \quad e = \frac{a \cdot b}{c} \cdot d\varphi.$$

Wenn wir den Ausdruck $\frac{a \cdot b}{c}$ dieser Formel mit d bezeichnen, so haben wir $e = d \cdot a$ und können somit die Parallaxen wie beim Vorwärtseinschneiden berechnen. Mit Hilfe der Grundformel Jordan können wir nun das bei Figur 6 und 7 Gesagte überprüfen und erhalten für die Tangentlängen als Visurenstrahl des Vorwärtseinschneidens

$$\text{bei Figur 6: } d = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{375 \cdot 300}{290} = 388$$

$$\text{bei Figur 7: } \quad \quad \quad = \frac{775 \cdot 300}{675} = 166,5.$$

Die kleine Ungenauigkeit in der Distanz bei Figur 6 rührt vom ungenauen Abgriff her; hätte man die Konstruktion im Maßstab 1:5 erstellt, so wäre noch bessere Übereinstimmung erzielt worden.

In Figur 9 soll nun eine Aufgabe des Rückwärtseinschneidens behandelt und durchgerechnet werden. Auf dem zu bestimmenden Punkt sind die Winkel nach den gegebenen Punkten A, B, C und D gemessen.

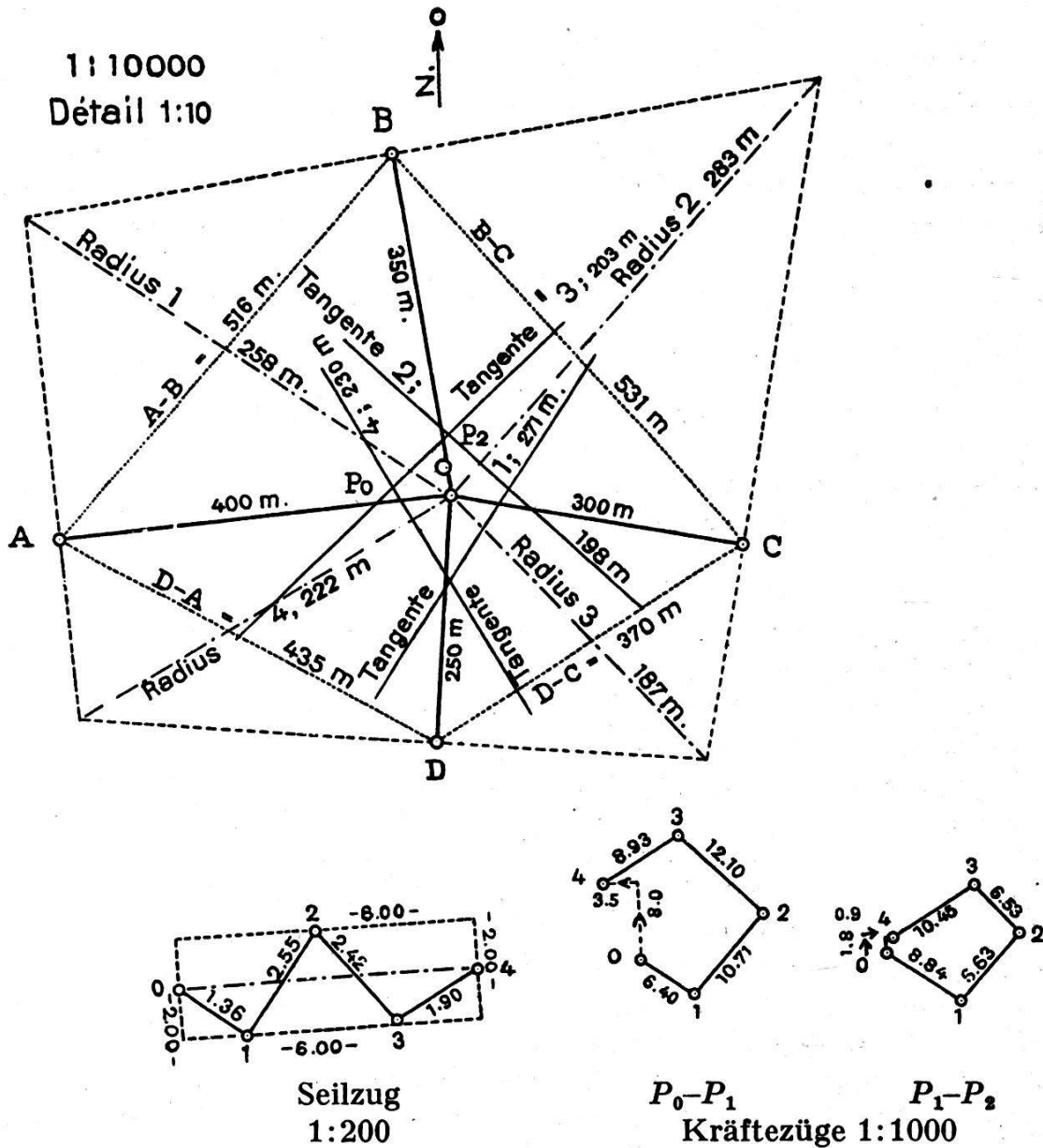
Der Annäherungspunkt P_0 wird als bekannt vorausgesetzt. Von diesem Punkt P_0 aus werden die Distanzen und die Azimute nach den 4 festen Punkten A, B, C und D berechnet und mit den Resultaten der Messung verglichen. Dies ist in untenstehender Tabelle zusammengestellt. Die Figur selbst ist auf folgende Weise entstanden: Der Punkt P_0 wird beliebig auf dem Papier angesetzt und darauf mit dem Kreiskoordinatographen die 4 Punkte $A-D$ nach Distanz und Azimut aufgetragen, Nord nach oben. Darnach werden auf diesen Punkten A, B, C, D die Senkrechten auf die Visurlinien gezogen und sie zum Schnitte gebracht. Die Entfernungen von diesen Schnittpunkten bis zu P_0 entsprechen dem doppelten Radius der den Dreiecken umschriebenen Kreise. Die Tangenten stehen senkrecht zu diesen Radien, ihre Längen werden am besten nach der vorerwähnten Jordanformel berechnet: $\left(T = \frac{a \cdot b}{c}\right)$.

Diese Tangenten sind in der Figur bereits schon mit ihren Verbesserungen eingetragen. Damit ist die Ausgleichungsfigur fertig erstellt und man hat nun innert diesem Tangentenviereck den Schwerpunkt zu ermitteln. Die ersten Abmessungen sind auf den Punkt P_0 bezogen. Nach dem Kräftepoligon $P_0 - P_1$ errechnet sich die erste Verbesserung zu $v = \frac{8,0}{2+2} = 2$ cm

nach Norden und $\frac{3,5}{6,0} = 0,6$ cm nach Westen. Nach dem Kräftepoligon

$P_1 - P_2$ die zweite Verbesserung zu $\frac{1,8}{4} = 0,45$ cm nach Norden und

$\frac{0,9}{6,0} = 0,15$ cm nach Osten. Der Punkt P_1 ist in der Figur nicht gezeichnet; man kann ihn, wenn nötig, aus den Abgriffen (e) leicht rekonstruieren.



Figur 9

Dist.	Azimute	
	Näherung	Beobachtung
1. P_0-A 400 m	294° 47' .10"	294° 47' .50"
2. P_0-B 350 m	390° 72' .20"	390° 71' .50"
3. P_0-C 300 m	112° 32' .35"	112° 33' .00"
4. P_0-D 250 m	205° 61' .40"	205° 60' .50"
1. $A-P_0-B$	96° 25' .10"	96° 24' .00"
2. $B-P_0-C$	121° 60' .15"	121° 61' .50"
3. $C-P_0-D$	93° 29' .05"	93° 27' .50"
4. $D-P_0-A$	88° 85' .70"	88° 87' .00"
5. $C-P_0-A$	182° 14' .75"	182° 14' .50"
6. $D-P_0-B$	185° 10' .80"	185° 11' .00"

Die zur Ausgleichung erforderlichen Winkel können wir aus der Differenz der Azimute bilden.

Verbesserung

— 1' .10"
+ 1' .35"
— 1' .55"
+ 1' .30"
— 0' .25"
+ 0' .20"

Winkel	Radius	Tangente	Verbesserung
1. $A-P_0-B$	258 m	$\frac{400 \cdot 350}{516} = 271 \text{ m}$	$-1'.10''$ 4,7 cm = $\frac{110 \cdot 271}{6366}$
2. $B-P_0-C$	283 m	$\frac{350 \cdot 300}{531} = 198 \text{ m}$	$+1'.35''$ 4,2 cm = $\frac{135 \cdot 198}{6366}$
3. $C-P_0-D$	187 m	$\frac{300 \cdot 250}{370} = 203 \text{ m}$	$-1'.55''$ 5,0 cm = $\frac{155 \cdot 203}{6366}$
4. $D-P_0-A$	222 m	$\frac{250 \cdot 400}{435} = 230 \text{ m}$	$+1'.30''$ 4,7 cm = $\frac{130 \cdot 230}{6366}$
5. $C-P_0-A$	1400 m	$\frac{300 \cdot 400}{692} = 174 \text{ m}$	$-0'.25''$ 0,7 cm = $\frac{25 \cdot 174}{6366}$
6. $D-P_0-B$	1300 m	$\frac{250 \cdot 350}{595} = 147 \text{ m}$	$+0'.20''$ 0,5 cm = $\frac{20 \cdot 147}{6366}$

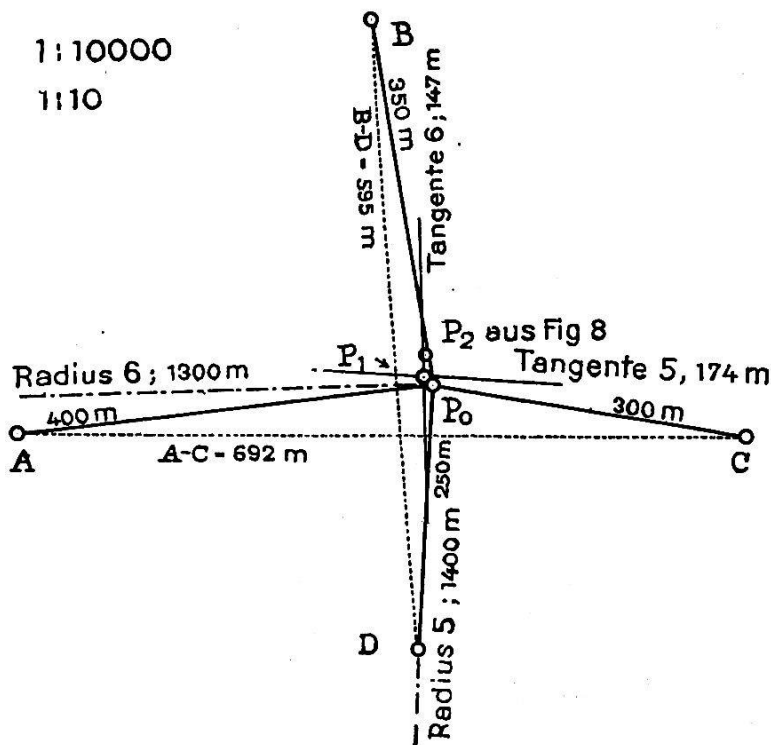
Berechnung

Dist. d	$\frac{1}{d^2} = p$	e cm	pe	pe^2	e cm	pe	pe^2	e cm	pe	pe^2
1. 271 m	1,36	4,7	6,40	30,08	6,5	8,84	57,46	6,5	8,84	57,46
2. 198 m	2,55	4,2	10,71	44,98	3,5	8,92	31,22	2,6	6,63	17,24
3. 203 m	2,42	5,0	12,10	60,50	2,7	6,53	17,63	2,7	6,53	17,63
4. 230 m	1,90	4,7	8,93	41,97	5,0	9,50	47,50	5,5	10,45	57,47
		P_0-P_1			P_1-P_2			P_2		
		177,53			153,81			149,80		

In Figur 9 ist der zuletzt errechnete Punkt P_2 mit der Quadratsumme von 149,80 als Minimum eingetragen. Man kann nun auch die Bestimmungselemente in anderer Zusammensetzung verwenden, z. B. mit den Winkeln $C-P_0-A$ und $D-P_0-B$, was unter Pos. 5 und 6 der Tabelle bereits schon vorbereitet ist (Fig. 10). Darnach geht der Strahl 5 0,7 cm nördlich beim Punkt P_0 vorbei, der Strahl 6 0,5 cm westlich von P_0 . Dies ergibt einen Punkt, der vom vorhin errechneten einen Abstand von 2 cm hat, und man muß sich fragen, welche Bestimmung die richtige sei. Es ist hier offenbar die erste Lösung zu bevorzugen, wo die Bestimmungstrahlen gleichmäßig im Horizont verteilt sind und jede „Stimme nach Gebühr gehört wird“. Die starken Gewichte zeigen an, daß der Ausgangspunkt ganz in der Nähe ist; aber sie reißen den Schwerpunkt sehr stark an sich. Deshalb hat die Methode der kleinsten Quadrate eine ungünstige Fehlerfortpflanzung. Die Fehler der Anschlußpunkte werden in ganzem

Umfänge fortgetragen und in der Ferne abgesetzt, analog den Ordinaten beim Abstecken der Kreisbogen von der Tangente aus.

Im Handbuch Jordan ist noch darauf aufmerksam gemacht, daß beim Rückwärtseinschneiden statt der Tangenten schon die Kreiskrümmung berücksichtigt werden soll. Dies wäre nötig, wenn die Radien der den Dreiecken umschriebenen Kreise unter ein gewisses Maß gehen und



Figur 10

wenn der ausgeglichene Punkt mehr als 20 cm vom Nährungspunkt entfernt ist. In unserem Beispiel, wo der kleinste Radius bei Winkel Nr. 3 nur 187 m beträgt, wäre der Fehler der Tangente in der Entfernung von 20 cm von P_0 : $\frac{0,2 \cdot 0,2}{2 \cdot 187} = 0,0001$ m, was gerade noch vernachlässigt werden könnte.

Es soll noch erwähnt werden, daß nach dem hier beschriebenen Ausgleichungsverfahren das Vor- und Rückwärtseinschneiden kombiniert werden kann und daß die innern Winkel nur einmal in die Rechnung eingefügt werden müssen.

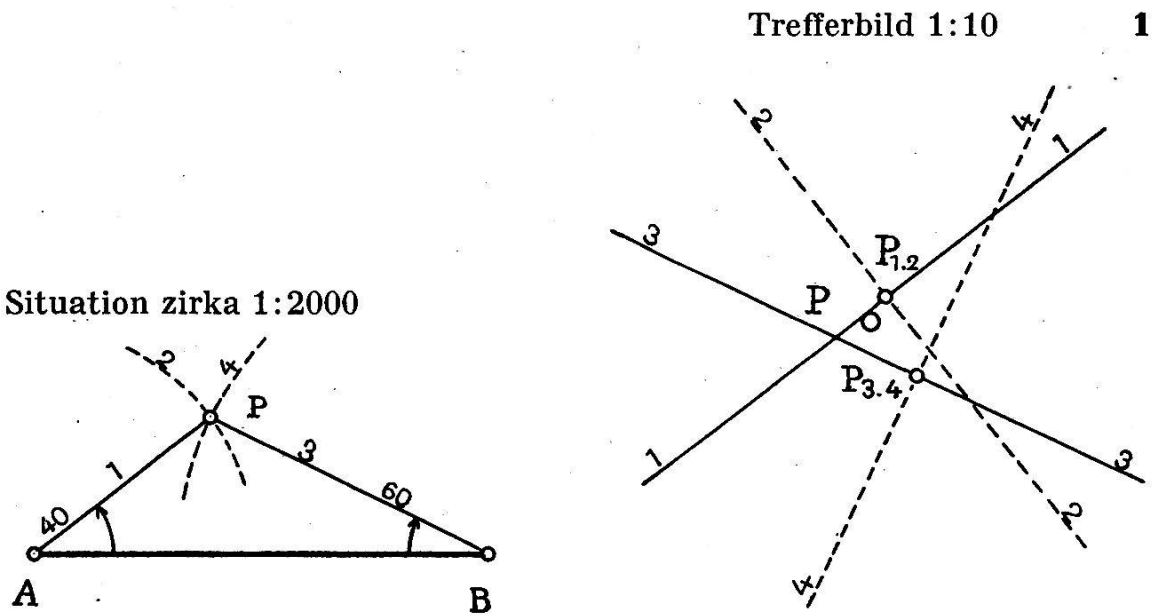
Der Einbezug gemessener Distanzen in die Ausgleichung.

Ein Punkt P wird bestimmt von der Basis AB aus vermittelst Winkel- und Streckenmessung. Wir verwenden dreimal dasselbe Trefferbild und setzen voraus, daß Messungen von verschiedener Genauigkeit vorliegen.

1. Winkelmessung nach der Toleranzformel für Poligonzüge, Distanzmessung wie Poligonhauptzüge (Instruktion II).

2. Winkelmessung wie bei 1.)
Distanzmessung nach der Formel für Detailaufnahme (optisch).
3. Triangulationsgenauigkeit für die Winkel.
Distanzmessung wie Hauptzüge I. Instruktion.

Wir haben vorerst die Gewichte für die gemessenen Strecken denen der Winkelmessung anzupassen. Der für eine gemessene Strecke tolerierte Betrag der Unsicherheit kann als Bogenausschlag betrachtet werden zur gestatteten Winkelunsicherheit. Dann hat man die Distanz zu berechnen, die zu diesen Parallaxen gehört, und diese Distanz kann als Visur des Vorwärtseinschneidens verwendet werden.



Figur 11

Gewichtsbestimmung für Problem 1

Der Punkt P wird bestimmt durch Winkel- und Längenmessung von der Basis $A-B$ aus. Distanzen $A-P = 40$ m, $B-P = 60$ m.

Toleranzformel für die Winkel: Maxfehler. $m = 2 \cdot \sqrt{n}$ Minuten

Toleranzformel für die Distanzen: Maxfehler. $m = 0,003 \sqrt{d} + \frac{d}{5000}$

In der Situation 1:2000 wird der Punkt P durch Vorwärtseinschneiden vom Punkt A aus mit Streckenmessung $A-P$, also aus dem Schnitt einer Visur mit einem Kreis bestimmt. Desgleichen von Punkt B aus. Die Kreise (Längenmaße) sind hier mit gestrichelten Linien eingetragen; im Trefferbild 1:10 sind es die Tangenten an die Kreise. Von Punkt A aus ist P bestimmt durch die Elemente 1 und 2, von Punkt B aus durch 3 und 4.

Die Gewichte der Strahlen für die Winkelmessung sind die reziproken Quadrate der Distanzen. Die Gewichte der Distanzmessungen hat man auf denselben Nenner zu bringen.

Nun ergibt die Unsicherheit im Winkel von 2 neuen Minuten auf eine Distanz von 40 m eine Abweichung von $\frac{2 \cdot 40}{63,66} = 1,26$ cm
 für 60 m eine Abweichung von 1,9 cm

Die Maximalfehler der Distanzmessungen betragen nach der Formel

$$0,003 \sqrt{d} + \frac{d}{5000} \text{ für } 40 \text{ m } 2,7 \text{ cm}$$

$$\text{für } 60 \text{ m } 3,5 \text{ cm.}$$

Die Distanzmessung ergibt also eine weniger scharfe Bestimmung des Punktes P als die Winkelmessung; es müssen also die Gewichte der gemessenen Linien gegenüber denen für Winkelmessung herabgesetzt werden.

Eine Abweichung von 2,7 cm für die Winkelunsicherheit von

$$2' \text{ entspricht einer Distanz von } \frac{63,66 \cdot 2,7}{2} = 85 \text{ m}$$

$$\text{Eine Abweichung von } 3,5 \text{ cm einer solchen von } \frac{63,66 \cdot 3,5}{2} = 112 \text{ m}$$

Die Distanzmessung von 40 m hat also gleiche Bedeutung wie die Winkelvisur auf 85 m und somit auch dasselbe Gewicht. Ebenso ist das Gewicht der Distanzmessung von 60 m gleich dem Gewicht der Vorwärtsvisur von 112 m.

Die Gewichte der 4 Strahlen, die als Grundlage der Ausgleichung dienen, sind also:

Strahl 1, $p^1 = \left(\frac{1}{40}\right)^2 = 6,25$	$e^1 = 1,0 \text{ cm}$	Abweichungen linear des ausgeglichenen Punktes.
Strahl 2, $p^2 = \left(\frac{1}{85}\right)^2 = 1,40$	$e^2 = 2,5 \text{ cm}$	
Strahl 3, $p^3 = \left(\frac{1}{60}\right)^2 = 2,80$	$e^3 = 3,0 \text{ cm}$	
Strahl 4, $p^4 = \left(\frac{1}{112}\right)^2 = 0,80$	$e^4 = 6,0 \text{ cm}$	

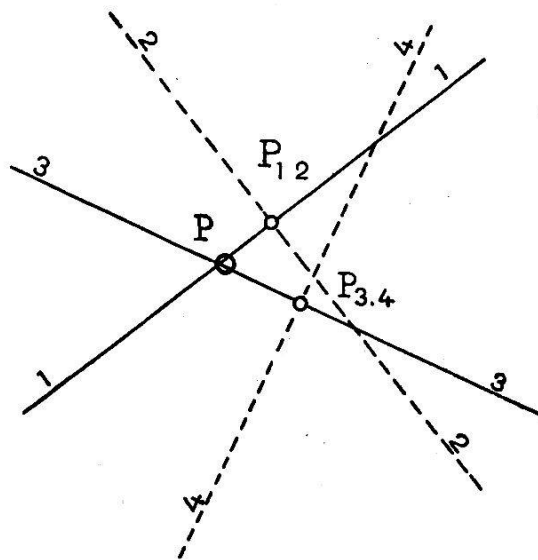
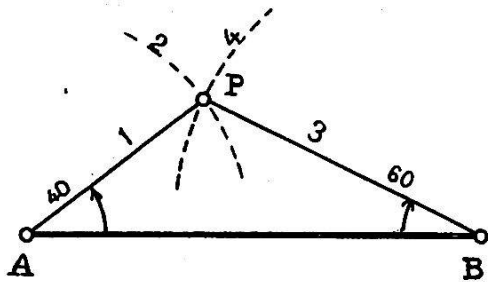
Gewichtsbestimmung für Problem 2

Der Punkt P wird bestimmt durch Winkel- und Längenmessung von der Basis $A-B$ aus. Distanzen $A-P = 40$ m, $B-P = 60$ m.

Toleranzformel für die Winkelmessung: Max.fehler $2 \cdot \sqrt{n}$

Toleranzformel für die Distanzmessung: Max.fehler $0,04 + \frac{d}{1000}$ m

Situation zirka 1:2000



Figur 12

Der Winkelfehler von 2 Minuten entspricht einer Abweichung
 1,26 cm auf 40 m.
 1,9 cm auf 60 m.

Der Distanzfehler bei 40 m : $0,04 + \frac{40}{1000} = 8 \text{ cm}$

Der Distanzfehler bei 60 m : $0,04 + \frac{60}{1000} = 10 \text{ cm}$

8 cm Querverschiebung bei einem Parallaxwinkel von 2' ergeben

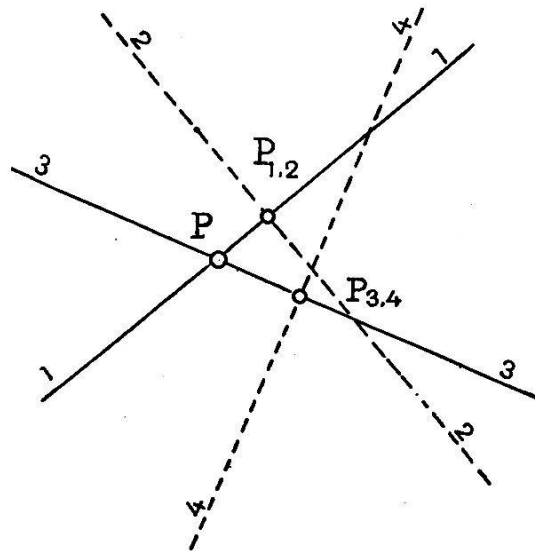
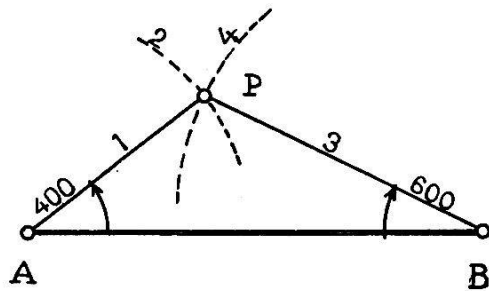
eine Distanz $d = \frac{63,66 \cdot 8}{2} = 255 \text{ m}$

10 cm eine Distanz $d = \frac{63,66 \cdot 10}{2} = 320 \text{ m.}$

Die Gewichte der 4 Strahlen ergeben sich wie folgt:

Strahl 1, $p^1 = \left(\frac{1}{40}\right)^2 = 6,25$	$e^1 = 0,2 \text{ cm}$	}	Abweichungen linear des ausgeglichenen Punktes.
Strahl 2, $p^2 = \left(\frac{1}{255}\right)^2 = 0,15$	$e^2 = 6,0 \text{ cm}$		
Strahl 3, $p^3 = \left(\frac{1}{60}\right)^2 = 2,80$	$e^3 = 0,5 \text{ cm}$		
Strahl 4, $p^4 = \left(\frac{1}{320}\right)^2 = 0,10$	$e^4 = 8,0 \text{ cm}$		

Situation zirka 1:20 000



Figur 13

Gewichtsbestimmung für Problem 3

Der Punkt P wird bestimmt durch Winkel- und Seitenmessung von der Basis $A-B$ aus. Distanzen $A-P = 400$ m, $B-P = 600$ m.

Winkelgenauigkeit 10 Sekunden

Distanzengenauigkeit nach Formel $0,001 \cdot \sqrt{d} + \frac{d}{10000}$

10 Sek. ergeben bei 400 m eine Querabweichung von $\frac{10 \cdot 400}{6366} = 0,6$ cm

10 Sek. ergeben bei 600 m eine Querabweichung von $\frac{10 \cdot 600}{6366} = 0,9$ cm

Der Längenmeßfehler für 400 m beträgt nach obiger Formel

$$0,001 \cdot \sqrt{400} + \frac{400}{10000} = 6 \text{ cm}$$

Der Längenmeßfehler für 600 m $0,001 \cdot \sqrt{600} + \frac{600}{10000} = 8,5$ cm.

6 cm Querverschiebung bei einem Parallaxwinkel von 10" ergeben

$$\text{eine Distanz } d = \frac{6366 \cdot 6}{10} = 3800 \text{ m}$$

8,5 cm Querverschiebung bei einem Parallaxwinkel von 10" ergeben

$$\text{eine Distanz } d = \frac{6366 \cdot 8,5}{10} = 5410 \text{ m.}$$

Die Gewichte der 4 Strahlen ergeben sich wie folgt:

Strahl 1, $p^1 = \left(\frac{1}{400}\right)^2 = 6,25$	$e^1 = 0 \text{ cm}$	} Abweichungen linear des ausgeglichenen Punktes.
Strahl 2, $p^2 = \left(\frac{1}{3800}\right)^2 = 0,07$	$e^2 = 6,2 \text{ cm}$	
Strahl 3, $p^3 = \left(\frac{1}{600}\right)^2 = 2,80$	$e^3 = 0 \text{ cm}$	
Strahl 4, $p^4 = \left(\frac{1}{5410}\right)^2 = 0,03$	$e^4 = 8,7 \text{ cm}$	

Wie die Ausrechnung zeigt, ist von einem Einfluß der gemessenen Distanzen bei Problem 2 und 3 nichts mehr zu bemerken.

Erweiterung des graphischen Einpassens von Luftaufnahmen auf den Fall eines vorliegenden Widerspruches

Von Josef Krames, Wien

(Mitteilung aus dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien)

(Mit vier Abbildungen im Text)

Nr. 1. Bei dem aus der Theorie der „gefährlichen Raumgebiete“ entwickelten graphischen Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen¹ hat der Verfasser bisher immer vorausgesetzt, daß die zu Grunde gelegten Parallaxenbeobachtungen „geometrisch möglich“, d.h. allein auf die gegenseitige Lage der beiden Zielstrahlbündel zurückführbar sind. Damit gleichbedeutend ist die Annahme, daß die aus zwei verschiedenen Normalschnitten zur Basis entnommenen Werte $d\omega'$ und

¹ J. Krames, Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen, Österr. Zeitschr. f. Verm. 37 (1949), S. 13–29, sowie J. Krames, Graphische Lösung der Hauptaufgabe beim Normalfall der Luftphotogrammetrie, Anzeiger der Österr. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. 86 (1949), S. 93–99. Siehe ferner J. Krames, Über das Wegschaffen von Restparallaxen mittels graphischer Konstruktionen, diese Zeitschr. 47 (1949), S. 256–262.