Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 51 (1953)

Heft: 1

Artikel: Eine Zweiachtelmethode für die Punktverdichtung in Kurvenfolgen beim Strassenbau

Autor: Kasper, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-210058

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

einiger Einübung der Auswerter, bei Verwendung eines *Autographen Wild A 6* die gegenseitige Orientierung eines Bildpaares samt allen Vorbereitungen und Nebenarbeiten in eineinviertel Stunden fertigzustellen.

Der praktische Nutzen des Verfahrens trat aber besonders augenfällig bei den Aerotriangulationen in Erscheinung. Im Gegensatz zur optisch-mechanischen Orientierung der Bildpaare eines Streifens, bei der jedesmal eine gefühlsmäßige Annäherung an die günstigste Lösung gesucht werden muß, ergibt sich bei unserem Verfahren die *gegenseitige Orientierung jedes einzelnen Bildpaares im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate* und damit eine *gesetzmäßigere Verteilung der Orientierungsfehler über den ganzen Verlauf des Bildstreifens.* Dies bestätigen vor allem die Streifendiagramme, wie solche im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien anschließend an die Aerotriangulationen für die Zwecke des graphischen Ausgleiches angefertigt werden.

Schließlich sei hervorgehoben, daß mit dem gegenständlichen Verfahren eine beträchtliche Verbesserung der nach dem Ausgleichen verbleibenden *Höhenfehler* erzielbar ist. Denn bei diesem Verfahren sind gerade die für die Höhenbestimmung ausschlaggebenden Längsneigungen $d\varphi$ wesentlich genauer zu ermitteln, als sie auf optisch-mechanischem Weg erfaßt werden könnten.

Eine Zweiachtelmethode für die Punktverdichtung in Kurvenfolgen beim Straßenbau

Von H. Kasper, Heerbrugg

Beim Ausbau von Anschlußstellen und scharfen Kurven an Autostraßen, die hauptsächlich aus Klotoidenfolgen und engen Kreisbögen bestehen und in Gerade oder flachere Kreisbögen übergehen, werden die Straßenränder vor dem Aufbringen der Straßendecke durch Vermessungsfachleute meist *gleichabständig* verpflockt. Dies geschieht jedoch nie so dicht, daß der Pflasterer des Straßenrandes nicht noch Zwischenpunkte einschalten müßte, um eine stetige, knickfreie Randlinie zu erzielen.

Sein Verfahren für die Punktverdichtung muß aus begreiflichen Gründen so einfach sein, daß er es stets rein mechanisch ohne besondere Überlegungen überall anwenden kann.

Solange man nur mit Kreisbögen trassierte, kam der Pflasterer mit der bekannten *Viertelmethode* aus. Wenn man nach dieser in einem Kreisbogen gemäß Abb. 1 einen Neupunkt P zwischen den Punkten P_1 und P_2 abzusetzen hat, mißt man die Pfeilhöhe F des Bogens in P_2 von der Sehne $\overline{P_1 P_3}$. Dann trägt man $F/4$ vom Halbierungspunkt der Sehne $\overline{P_1 P_2}$ senkrecht zu dieser ab und erhält den gewünschten Zwischenpunkt 1.

Dieses einfache Verfahren versagt jedoch, wenn es sich um Klotoidenbögen und Klotoidenfolgen mit schärferem Richtungswechsel handelt, die nicht mehr durch Kreisbogenstücke ersetzt werden dürfen.

Kürzlich brauchten die Pflasterer beim Bau einer Autobahnanschlußstelle, die nach neuen fahrdynamischen Gesichtspunkten entworfen ist, deshalb eine neue Methode, um eine sichere Punktverdichtung der Klotoidenfolgen und Kreisbögen vornehmen zu können. Da es gelang,

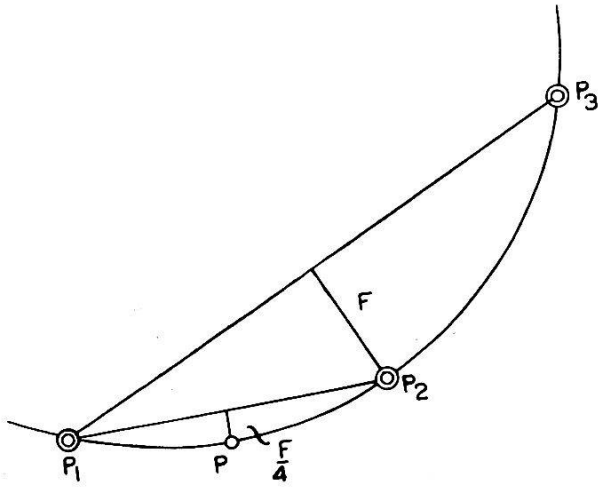

Abb. 1. Die Viertelmethode für die Kreisabsteckung

die Aufgabe einfach und universell zu lösen, möge hier über die Entwicklung dieses Verfahrens berichtet werden, das in Zukunft vermutlich oft Verwendung finden wird.

Die Ausgangsformel ist die *„natürliche Gleichung der Klotoide"*. Sie lautet:

$$L \cdot R = A^2 \tag{1}$$

L ist die Bogenlänge und R der Krümmungsradius eines Klotoidenpunktes. L wird vom Wendepunkt der Klotoide aus gezählt. In letzterem ist der Krümmungsradius unendlich groß. A ist ein Festwert oder Para-

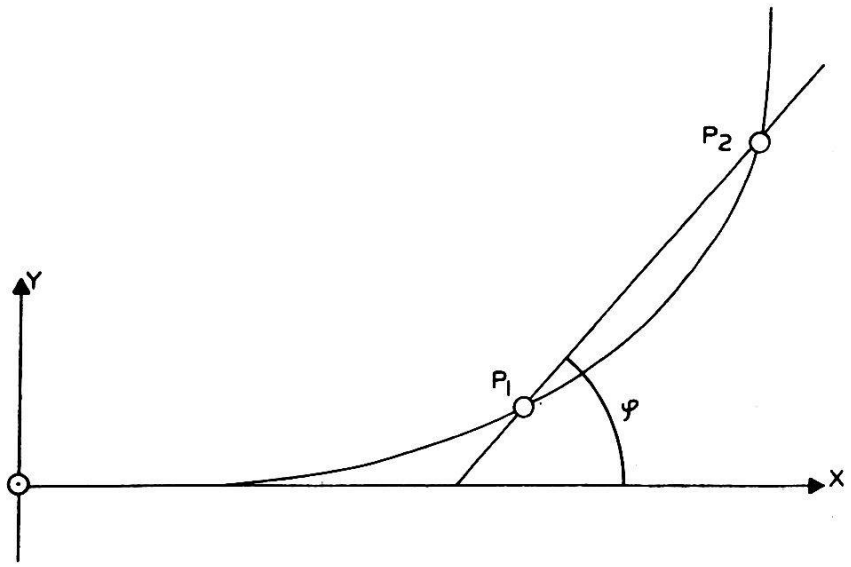

Abb. 2. Der Richtungswinkel einer Klotoidensehne

meter, der die Größe der Klotoide kennzeichnet. Der Tangentenwinkel im gleichen Klotoidenpunkt in bezug auf die Haupttangente im Wendepunkt ist

$$\tau = \frac{L}{2\,R} \tag{2}$$

Für den Richtungswinkel der Sehne (Abb. 2), welche durch die beiden Klotoidenpunkte P_1 und P_2 mit den Bogenlängen L_1 und L_2 geht, gilt folgende Näherungsformel

$$\varphi = \frac{1}{6\,A^2}\,(L^2{}_1 + L_1 \cdot L_2 + L^2{}_2) \tag{3}$$

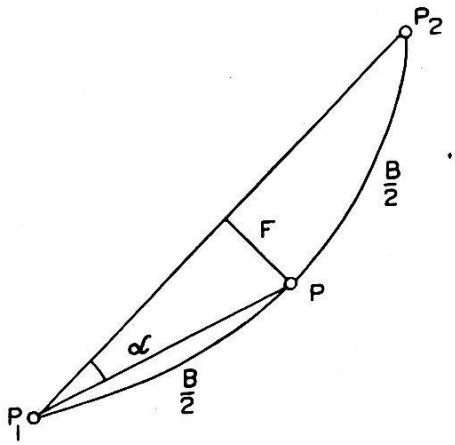

Abb. 3. Die Pfeilhöhe eines Klotoidenbogens

Diese kann zur Entwicklung eines Absteckverfahrens für gleichabständige Zwischenpunkte verwendet werden. Sie ist bis auf etwa 20^{cc} richtig, solange die Pfeilhöhe F des Klotoidenbogens (Abb. 3) unter $0{,}02 \cdot A$ bleibt.

Die Pfeilhöhe kann man hinreichend genau aus

$$F = \alpha \cdot \frac{B}{2} \tag{4}$$

berechnen, wobei

$$B = L_2 - L_1 \tag{5}$$

ist und der Bogen gleich der Sehne gesetzt wird.

α läßt sich als Differenz der Richtungswinkel zweier Klotoidensehnen

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{6\,A^2} \cdot (L^2{}_1 + L_1 \cdot L_2 + L^2{}_2) \tag{6}$$

und

$$\varphi_1 = \frac{1}{6\,A^2}\,(L^2{}_1 + L_1 \cdot L + L^2) \tag{7}$$

berechnen. Dabei ist

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2} \tag{8}$$

Nach einigen Umformungen erhält man den Winkel α zwischen den Sehnen mit

$$\alpha = \varphi_{1,2} - \varphi_1 = \frac{1}{6\,A^2}\,[L_1\,(L_2 - L) + L^2_2 - L^2] =$$

$$= \frac{1}{6\,A^2} \cdot \frac{B}{2} \cdot (L_1 + L_2 + L) = \frac{B \cdot L}{4\,A^2} \tag{9}$$

und die Pfeilhöhe aus (4) und (9) mit

$$F = \frac{B^2 \cdot L}{8\,A^2} \tag{10}$$

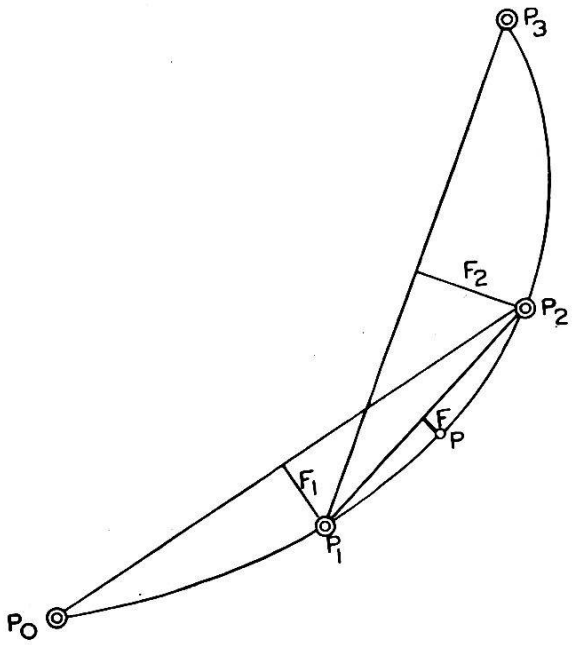

Abb. 4. Die Zweiachtelmethode für die Klotoidenabsteckung

Wendet man diese Formel sinngemäß auf die Pfeilhöhen F_1, F_2 und F der Abb. 4 an, so erhält man für F_1 mit

$$\frac{L_0 + L_2}{2} = L - \frac{B}{4}$$

und

$$L_2 - L_0 = B$$

$$F_1 = \frac{(4\,L - B) \cdot B^2}{32\,A^2} \tag{11}$$

ferner mit

$$\frac{L_1 + L_3}{2} = L + \frac{B}{4}$$

und

$$L_3 - L_1 = B$$

$$F_2 = \frac{(4\,L + B) \cdot B^2}{32\,A^2} \tag{12}$$

und schließlich mit

$$\frac{L_1 + L_2}{2} = L$$

und

$$L_2 - L_1 = \frac{B}{2}$$

$$F = \frac{L \cdot B^2}{32\,A^2} \tag{13}$$

Durch Addition von (11) und (12) entsteht

$$F_1 + F_2 = \frac{L \cdot B^2}{4} \tag{14}$$

Aus (13) und (14) ist

$$F = \frac{F_1 + F_2}{8} \tag{15}$$

oder als Gebrauchsformel für die Absteckung

$$\boxed{F = \frac{F_1}{8} + \frac{F_2}{8}} \tag{16}$$

Nach dieser einfachen Schlußformel, die der Viertelmethode bei der Kreisabsteckung entspricht, kann man das Verfahren für die gleichartige Verdichtung von Übergangsbögen „*Zweiachtelmethode*" nennen.

Diese Zweiachtelformel ist universell verwendbar. Sie gilt nicht nur für Klotoidenfolgen, sondern ebenso für den Kreis wie für den Übergang in die Gerade, bzw. auch in Wendelinien und gegensinnigen Klotoidenfolgen, ohne Rücksicht auf Parameter oder Radius.

Im Kreis geht sie wegen

$$F_1 = F_2 = F_0$$

aus

$$F = \frac{F_1}{8} + \frac{F_2}{8}$$

in

$$F = \frac{F_0}{4}$$

über. In der Geraden ist $F = 0$. In gegensinnigen Klotoidenästen wechselt F das Vorzeichen. (Abb. 5.)

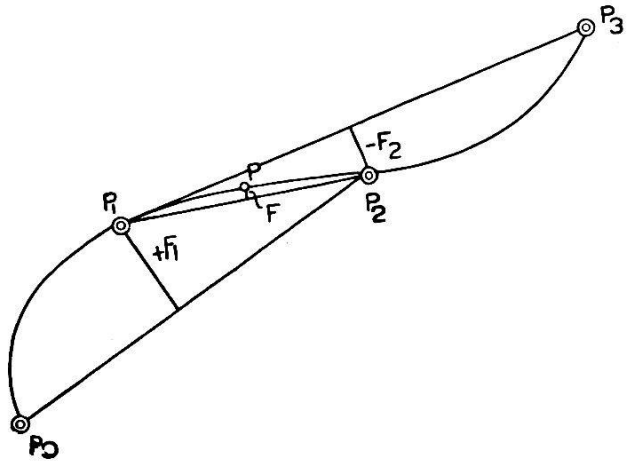

Abb. 5. Die Anwendung der Zweiachtelmethode in der Wendelinie

Der Pflasterer hat demnach bei durchgehender gleichabständiger Stationierung nur jeweils die Pfeilhöhen der sich überkreuzenden Sehnen zu messen, sie zu achteln und zu addieren. Der so entstandene Wert wird als Pfeilhöhe vom Halbierungspunkt der Zwischensehne abgesetzt. Der Pflasterer muß sich dabei gar nicht um die Art der Kurve kümmern. Er hat nur darauf zu achten, daß Pfeilhöhen, die auf *entgegengesetzten* Bogenseiten liegen, zu *subtrahieren* sind.

Für das Messen der Pfeilhöhen kann er einen Maßstab mit der Teilungseinheit von *8 cm* Länge verwenden und daran gleich die geachtelten Pfeilhöhenwerte ablesen. Die Auftragung der Zwischenpfeilhöhe muß jedoch mit dem normalen Zentimeterstab erfolgen. Die verwendete Meßlatte soll deshalb beide Teilungen nebeneinander tragen.

Beispiel:

Von einer Klotoide mit dem Parameter $A = 100$ sind die Punkte mit den Bogenlängen $L_4 = 40$, $L_6 = 60$, $L_8 = 80$, $L_{10} = 100$, $L_{12} = 120$, $L_{14} = 140$ und $L_{16} = 160$ abgesteckt. Die Zwischenpunkte für $L = 70$, 90, 110 und 130 sollen nach der Zweiachtelmethode eingeschaltet werden. Wie groß ist der dabei entstehende Fehler in der Pfeilhöhe?

Für diese Genauigkeitsabschätzung müssen zunächst mit Hilfe einer Klotoidentafel die rechtwinkeligen Koordinaten der Klotoidenpunkte berechnet werden. Man erhält dabei für die Punkte *4, 6, 8, 10, 12, 14, 16* folgende Werte, wobei der Vollständigkeit halber auch die Tangentenwinkel und Krümmungsradien mit aufgenommen wurden:

P	L	τ	X	Y	R
4	40	5,09^g	39,974	1,066	250
6	60	11,46	59,806	3,592	167
8	80	20,37	79,185	8,471	125
10	100	31,83	97,529	16,371	100
12	120	45,84	113,927	27,751	83
14	140	62,39	127,139	42,690	71
16	160	71,62	135,700	60,682	62

Die Sollwerte der Koordinaten usw. für die abzusteckenden Zwischenpunkte *7, 9, 11, 13* sind:

P	L	τ	X	Y	R
7	70	15,60	69,581	5,692	143
9	90	25,78	88,535	12,008	111
11	110	38,52	106,041	21,610	91
13	130	53,79	121,020	34,791	77

Es genügt, die Pfeilhöhengenauigkeit für die Punkte *7* und *13* zu bestimmen, denn die Werte für *9* und *11* müssen innerhalb dieser beiden liegen.

Die Pfeilhöhen können aus den rechtwinkeligen Koordinaten nach folgender Formel berechnet werden (Abb. 6):

$$F = \frac{(Y - Y_1) \cdot (X_2 - X_1) - (X - X_1) \cdot (Y_2 - Y_1)}{\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}} \qquad (17)$$

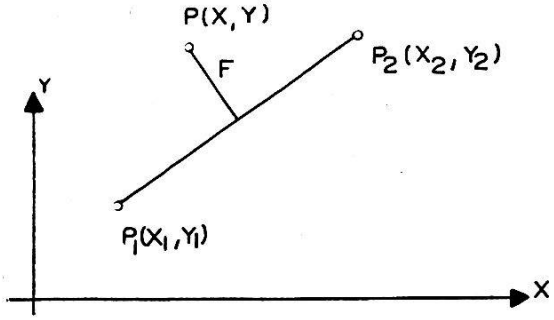

Abb. 6. Zur Formelerläuterung für den Abstand eines Punktes von einer Strecke

Im vorliegenden Falle ist

aus *4, 6* und *8* . . . . . $F_6 = 1{,}198$,
aus *6, 8* und *10* . . . . . $F_8 = 1{,}597$

und daher

$$F_7 = \frac{F_6}{8} + \frac{F_8}{8} = 0{,}349$$

Dieser Wert von F_7 entspricht der *Meßgröße aus den Pfeilhöhen.*

Rechnet man ihren Sollwert zur Kontrolle aus den rechtwinkeligen Koordinaten von *6, 7* und *8* nach (17), so erhält man

$$F_7 = 0{,}350.$$

Die Differenz beträgt also nur 1 mm.

Im zweiten Fall soll F_{13} ermittelt werden. Zunächst ist aus *10, 12* und *14* nach (17)

$$F_{12} = 2{,}388$$

und aus *12, 14* und *16*

$$F_{14} = 2{,}782,$$

woraus sich als Meßgröße die Pfeilhöhe

$$F_{13} = \frac{F_{12}}{8} + \frac{F_{14}}{8} = 0{,}646$$

ergibt.

Zur Kontrolle ist aus den Koordinaten von *12, 13* und *14* der Sollwert

$$F_{13} = 0{,}649.$$

Die Differenz zwischen Soll- und Ist-Wert beträgt daher nur *3 mm.*

Für F_9 und F_{11} liegt sie also zwischen *1* und *3 mm.*

Die Genauigkeit ist demnach auch bei größeren Tangentenwinkeln und relativ langen Bogenstücken durchaus befriedigend. In der Praxis würde für den Parameter $A = 100$ eine vorgängige Absteckung mit dem Punktabstand $B = 20\ m$ vollauf genügen. Man wird jedoch für die Grundabsteckung meist einen *10-m-Abstand* wählen. Es ist klar, daß bei dieser Dichte der Pflasterer seine Zwischenpunkte ganz einwandfrei nach der Zweiachtelmethode absetzen kann.

Als überschlägiges Kriterium für die Genauigkeit der Methode sei noch eine Angabe für die Viertelmethode aus dem *Vademekum für Vermessungskunde* von H. WITTKE (Stuttgart 1948) erwähnt, die für die Zweiachtelmethode analog gilt.

Der Fehler der Pfeilhöhe bleibt unter *1 cm,* wenn für einen gegebenen Radius die Sehne den Tafelwert S nicht überschreitet.

$R =$ 10	$S =$ 11
50	39
100	66
300	151
500	223
1000	374

Zwischenwerte lassen sich aus den in doppelt logarithmischer Teilung rechtwinkelig aufgetragenen Werten einfach graphisch interpolieren.