Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 51 (1953)

Heft: 1

Artikel: Vom Sinn der Klothoide und von andern Kurven beim Strassenbau

Autor: Müller, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-210060

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

sie eingangs erwähnt wurden, verhindert werden; sie schaden den Regulierungsbestrebungen. Sie führen aber darüber hinaus zu einer oft beängstigenden Überschätzung momentaner Spekulationsgewinne und zu einer Unterschätzung der Scholle im eigentlichen Sinne des Wortes. Dieser ungesunden Entwicklung sollen Schranken gesetzt werden durch eine rechtsverbindliche Abgrenzung des Baugebietes.

Die oben angeführten Beispiele zeigen schließlich, daß nur *ganze* Lösungen wirkliche Lösungen des Problems bringen. Halbheiten sind mit großen Nachteilen verbunden, ja oft schaden sie mehr, als wenn überhaupt gar nichts vorgekehrt wird.

Autorisierter Abdruck aus dem „Plan", Schweiz. Zeitschrift für Landes-, Regional- und Ortsplanung, Nr. 5, 1952

Vom Sinn der Klothoide und von andern Kurven beim Straßenbau

Von E. Müller, Frick

In dieser Zeitschrift[1] und anderwärts wurde die Bedeutung der Klothoide als Mittel für die Richtungsänderungen im Straßenbau schon wiederholt hervorgehoben und ihre Überlegenheit gegenüber der kubischen Parabel betont. Auch in den neuen Straßenbaunormalien wird sie offenbar die Hauptrolle unter den Kurven zu spielen berufen sein. Ohne die Richtigkeit der grundsätzlichen Überlegungen anfechten zu wollen, welche zur Bevorzugung dieser früher weniger bekannten Übergangskurve geführt haben, soll hier gezeigt, bzw. daran erinnert werden, unter welchen Bedingungen die angestellten Überlegungen Gültigkeit haben. Für diejenigen Fälle, in welchen diese Bedingungen nicht erfüllt sind, möchten wir dann noch einige Schlußfolgerungen ziehen und diese zur Diskussion stellen.

Die Nachteile des Kreisbogens als Mittel für den Richtungswechsel bei Verkehrslinien sind allgemein bekannt. Während in der Geraden keine Überhöhung des einen Fahrbahnrandes statthaft ist, sollte eine solche in der Kreiskurve vom Bogenanfang an gleich im vollen Umfange vorhanden sein. Deshalb werden bei wichtigern, für große Geschwindigkeiten bestimmten Objekten sogenannte Übergangskurven eingeschaltet. Wenn man trotzdem am Kreisbogen als Hauptelement der Kurven festgehalten hat, so ist dies wohl auf den Umstand zurückzuführen, daß der Kreis sehr leicht gezeichnet werden kann. Aus diesem kaum stichhaltigen Grunde ging man dort, wo nicht mit einer konstant bleibenden Krümmung auszukommen war, vielfach so vor, daß aus Kreisbögen mit verschiedenen Radien zusammengesetzte Korbbogen benützt wurden, wie dies z. B. auch

---

[1] 1951, pag. 133 ff. und pag. 228 ff.; 1952, pag. 47 ff.

in den bisher geltenden Normalien schweizerischer Straßenbaufachmänner der Fall war.

Als Übergangskurve stand lange Zeit ausschließlich die kubische Parabel im Vordergrund, deren Krümmung proportional zur Tangentenlänge stetig wächst. Das ist richtig und zulässig, solange die Tangentenlänge praktisch gleich ist wie die Länge der Übergangskurve selbst. In diesem Bereiche ist die kubische Parabel sozusagen identisch mit der Klothoide, deren Krümmung proportional zur Kurvenlänge selbst zunimmt. Sobald jedoch die Kurve merklich schneller wächst als ihre Projektion auf die Ausgangstangente, beginnen Klothoide und kubische Parabel zu divergieren, indem jene, ihrem Gesetz gehorchend, schneller umbiegt als diese, welche an ihr eigenes Krümmungsmaß gebunden ist. Über die Größe der Divergenz beider Kurven sind schon verschiedene Betrachtungen angestellt worden. Beispielsweise sei erinnert an die Publikationen von E. Bachmann, Conzett und Kasper in dieser Zeitschrift[1].

Wie bekannt ist, soll die Übergangskurve ein allmähliches Anwachsen der Überhöhung von Null bis zum Maximum vermitteln, wobei die Art der Kurve nur eine sekundäre Bedeutung hat. In allen Fällen sollte zwischen der Querneigung der Fahrbahn und dem Krümmungsradius der Kurve in einem bestimmten Punkte die Beziehung $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{v^2}{R \cdot g}$ gelten. Das Maß des Quergefälles ist also abhängig von der Geschwindigkeit v und dem Krümmungsradius R sowie von der Erdbeschleunigung g. Um verschiedenen Geschwindigkeiten gerecht zu werden, müßten verschieden überhöhte Fahrbahnen erstellt werden, was unmöglich ist. Das zwingt zur Anordnung einer Mittellösung als Kompromiß. Die obige Formel setzt uns in den Stand, die diesem Kompromiß entsprechende Idealgeschwindigkeit zu berechnen, bei welcher die Zentrifugalkraft durch die Überhöhung gerade aufgehoben wird. Nach den bisher geltenden Straßenbaunormalien kommen wir zu folgenden Resultaten, welche wir mit den ebendort angegebenen Normalgeschwindigkeiten vergleichen:

Kurvenradius m	20	30	60	120	180	240	300
v ideal. km/h	16	18	25	33	37	39	39
v max. km/h	25	35	50	70	84	96	106
tg ε	0,10	0,085	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04
Differenz der v	9	17	25	37	47	57	67

Die aus diesen Differenzen resultierenden Zentrifugalkräfte müssen durch die Rauhigkeit der Fahrbahn vernichtet werden, wenn das Fahrzeug nicht aus der Bahn geschleudert werden soll.

Bei einem Radius von 60 m wird demnach für schnelle Fahrzeuge nur die Hälfte der Geschwindigkeit durch die Überhöhung kompensiert, bei größeren Radien noch weniger. Das heißt mit andern Worten: Bei dynamischer Betrachtung sind die Überhöhungen ungenügend. Dabei ist es durchaus gleichgültig, welche Form die Kurve aufweist. Wenn H. Kasper schreibt[2], die Klothoide werde nicht nur als fahrdynamischer

[1] S. Anm. pag. 23. [2] 1952, pag. 48.

Übergangsbogen benützt, so hat er also mehr als recht. Damit sind aber auch die andern Gründe nicht mehr zwingend, welche zu ihrer Verwendung geführt haben, nämlich diejenigen ästhetischer und fahrpsychologischer Natur. Diese können wohl gegen den Kreis geltend gemacht werden, nicht aber gegen andere Kurven von einfacherer Natur, wie beispielsweise die quadratische Parabel. Diese kommt meines Erachtens viel zu wenig zur Anwendung, obwohl ihre Theorie sehr einfach und jedem Ingenieur oder Techniker leicht verständlich ist, selbst dann, wenn sein mathematischer Rucksack allmählich leichter geworden ist.

Mit Hilfe der gewöhnlichen Parabel zweiten Grades lassen sich die verschiedensten Trassierungsaufgaben nicht minder elegant lösen als mit der Klothoide. Auch sie ergibt Kurven mit sich stetig änderndem Krümmungshalbmesser zwischen beliebig gerichteten Tangenten von gleicher oder von ungleicher Länge und erlaubt die Vermeidung von unbefriedigenden Korbbögen. An ihren Enden läßt sie sich mit Leichtigkeit durch stetig an sie anschließende kubische Parabeln sanft und unmerklich in die Geraden überleiten. Bei alledem genügt zum vollen Erfassen ihrer Gesetze die Elementarmathematik, und bei ihrer Absteckung braucht man keine Spezialtabellen.

Bevor wir uns der Absteckung der gewöhnlichen Parabel zuwenden, erinnern wir uns der Tatsache, daß Klothoide und kubische Parabel praktisch solange zusammenfallen, als sich die Länge der Kurve nur wenig unterscheidet von derjenigen der Tangente. In denjenigen Fällen, bei welchen der Tangentenwinkel nicht allzu weit von 180° abweicht, erübrigt sich deshalb eine quadratische Zwischenparabel. Hier werden zwei in der Regel symmetrische Teilstücke von kubischen Parabeln anzuwenden sein, welche sich im Scheitel (Bogenmitte) berühren und dort ihren gemeinsamen kleinsten Krümmungsradius aufweisen.

Gemäß Fig. 1 setzen wir von T aus auf den beiden Tangentenrichtungen die Strecke l ab und erhalten so die Punkte A und A', deren Verbindungsgerade die Scheiteltangente bildet und die Winkelhalbierende durch T in der Bogenmitte BM schneidet. Je länger l gewählt wird, um so größer wird auch q von T bis BM. Ist diese Wahl getroffen, so ist damit auch die Länge $L = 3\,l$ der beiden Tangenten, bzw. der beiden Kurvenhälften bestimmt, und es läßt sich mit guter Annäherung berechnen:

Der minimale Krümmungsradius in BM zu $\quad r = \dfrac{L^2}{6\,q}$.

Streng genommen wäre bei einem Tangentenwinkel δ die richtige Formel für den Radius

$$r = \frac{L^2}{6\,q\,\sin\dfrac{\delta}{2}}$$

und dabei wäre zu setzen:

$$L = 3\left(l - q\cos\frac{\delta}{2}\right)$$

Die mit den im Text enthaltenen einfachern Näherungsformeln sich ergebende Kurve hat jedoch im Scheitel bei einer Gesamtkurvenlänge von 60 m nur folgende Querabweichungen gegenüber der genauen kubischen Parabel:

Tangentenwinkel	170°	168°	165°
Querabweichungen in mm	4	6	11

und zwar liegt der Scheitel um diese Beträge näher bei der Klothoide als die Parabel. Bei doppelter Kurvenlänge verdoppeln sich auch die Querabweichungen.

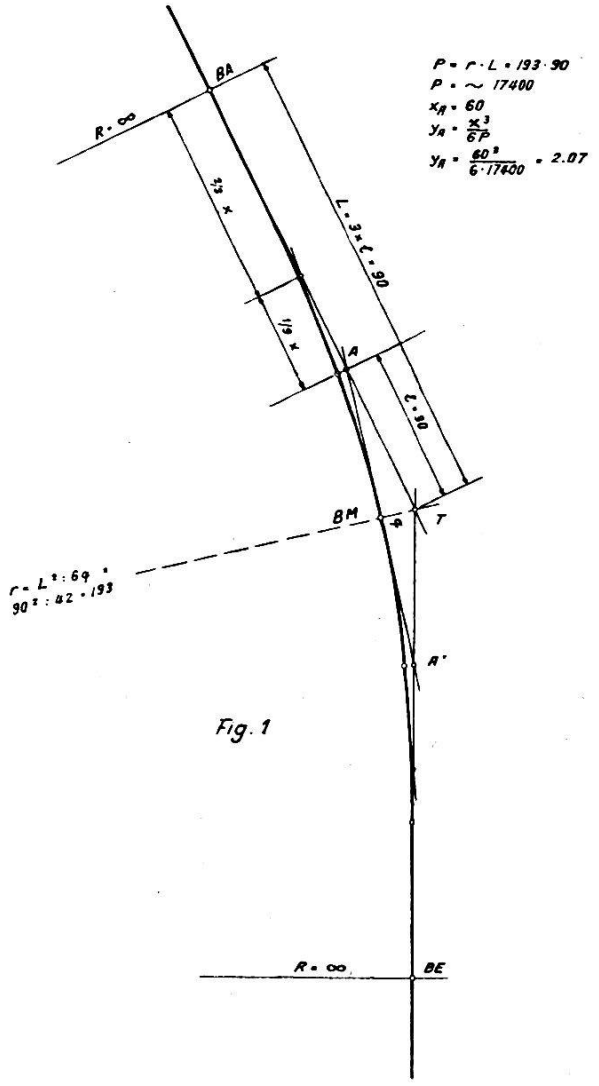

Fig. 1

Ist dessen Größe genügend, so ergibt sich weiter
der Parameter der Parabel zu $P = r \cdot L.$

Bogenanfang BA und Bogenende BE werden alsdann erhalten durch Absetzen von L auf beiden Tangentenrichtungen. Für Zwischenpunkte, eingemessen von diesen aus mit den Tangenten als X-Achsen gilt die Formel:

$$y = \frac{x^3}{6\,P}$$

Sowohl beim Abstecken im Gelände wie beim Zeichnen auf dem Plan wird man für jeden Parabelpunkt die Richtung seiner Tangente feststellen, deren Schnitt mit der gegebenen Haupttangente um $\frac{1}{3}$ der Abszisse x näher bei BA, bzw. BE liegt als der zugehörige Kurvenpunkt. Daß für alle erwähnten Berechnungen die Genauigkeit des Rechenschiebers ausreichend ist, braucht kaum betont zu werden, so daß sich jede Tabelle erübrigt.

Die auf vorstehende Weise erhaltene Form der Kurve bedingt ein gleichmäßiges Ansteigen der Überhöhung des äußern Randes von beiden Seiten her bis zur Bogenmitte auf denjenigen Maximalbetrag, welcher dem Krümmungsradius im Scheitel entspricht. Es liegt im Interesse einer zügigen Fahrweise, daß die beiden Überhöhungsrampen im Längenprofil mit einer Ausrundung ineinander übergeführt werden.

Sobald der Tangentenwinkel um mehr als zirka 15° von 180° differiert, wird man nach den weiter oben gemachten Feststellungen als Hauptelement der Richtungsänderung die gewöhnliche Parabel verwenden. Die dabei auftretenden Arbeiten umfassen: (siehe Fig. 2)

1. Abstecken der Tangenten und des Schnittpunktes derselben.

2. Messen des Tangentenwinkels δ.

3. Wahl der Bogenmitte auf der Winkelhalbierenden beider Tangenten, womit q als Abstand von T bis BM bestimmt ist.

4. Berechnung der Tangentenlänge $$t = \frac{2\,q}{\cos\frac{\delta}{2}}$$

5. Absetzen von $\frac{1}{2}\,t$ und von t von T aus auf den beiden Tangentenrichtungen, womit auch die Scheiteltangente bestimmt ist mit BM in ihrer Mitte.

6. Berechnen der Parabelsehne von BA bis BE zu $s = 2\,t \sin\frac{\delta}{2}$.

7. Berechnen des Parameters p der Parabel gestützt auf deren allgemeine Formel $x^2 = 2\,p\,y$, angewandt auf $x = \frac{1}{2}\,s$ und $y = q$, womit $p = \frac{s^2}{8\,q}$ wird.

8. Berechnen und Abstecken der gewünschten Detailpunkte des Parabelbogens mit rechtwinkligen Koordinaten von der Scheiteltangente aus nach der bereits erwähnten Formel, bzw. $y = \frac{x^2}{2\,p}$ mit der Scheiteltangente als X-Achse.

9. Berechnen des minimalen Krümmungsradius für den Scheitel und des maximalen für die Berührungspunkte BA und BE:

$$\rho\,\min = p \qquad \text{und} \qquad \rho\,\max = \frac{p}{\sin^3\frac{\delta}{2}} = \frac{t^3}{q \cdot s}.$$

Damit sind alle zur zeichnerischen Wiedergabe der Parabel nötigen Elemente gegeben, so daß die Zeichnung derselben kaum schwieriger ist als diejenige eines Korbbogens, besonders wenn man dabei beachtet, daß jede Tangente die Achse außerhalb des Scheitels *BM* in einem Abstande schneidet, welcher gleich groß ist wie die Ordinate ihres Berührungspunktes.

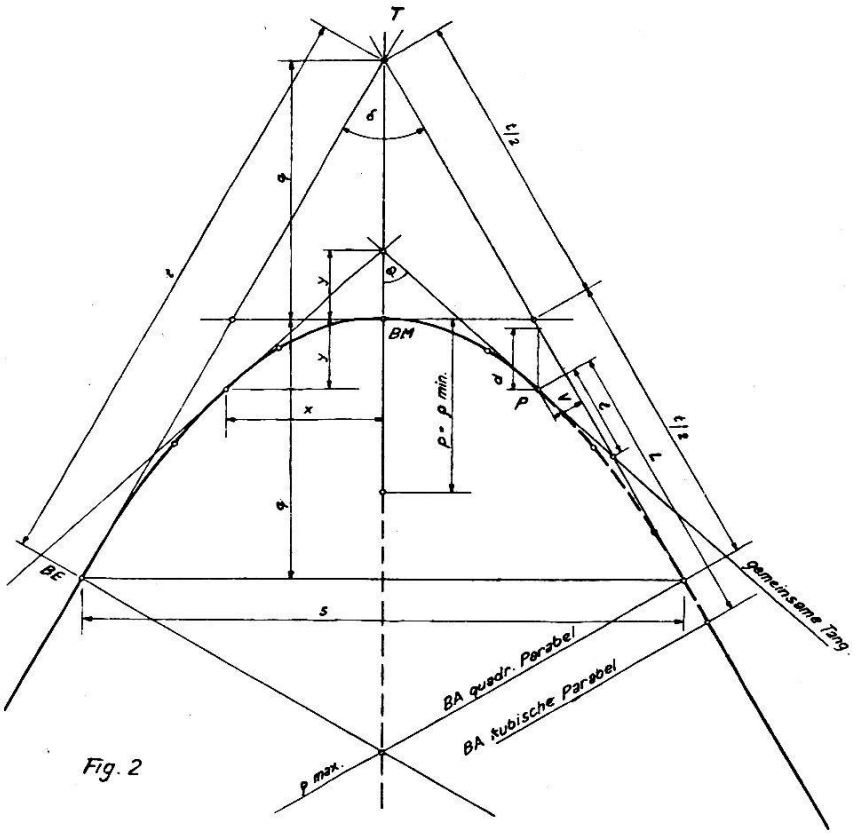

Fig. 2

Vorgängig der Ausführung der unter 1–9 erwähnten Arbeiten ist es angezeigt, folgende Überlegung zu machen: Außer vom Tangentenwinkel sind sowohl der maximale als der minimale Krümmungsradius auch von p und damit von q und t abhängig. Je größer q, um so größer werden p und t. Man wird also bei der unter Ziffer 3 erwähnten Wahl von q dieses so groß als möglich machen.

Schließlich seien noch die Verhältnisse untersucht, wenn im Scheitel ein Minimalradius von der Größe r nicht unterschritten werden soll. Dann muß sein:

$$\rho \min = p = \frac{s^2}{8\,q} \geqq r$$

und, aus dem Vorhergehenden leicht abzuleiten,

$$q = \tfrac{1}{2}\, r \operatorname{cotg}^2 \tfrac{1}{2}\, \delta$$

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, dann wird der vorgeschriebene Minimalradius nirgends unterschritten.

Nun wollen wir aber, wie weiter oben begründet wurde, den Kegelschnitt nicht bis zur Haupttangente führen, sondern beidseitig mittels einer kubischen Parabel an diese anschließen, und zwar deshalb, weil deren Krümmungsradius am Berührungspunkt mit der Tangente unendlich groß ist. In der Fig. 2 ist diese Übergangskurve nur beim Bogenanfang gezeichnet, welcher infolgedessen nach außen verschoben wird. Den Wechsel der einen Kurvenart in die andere können wir in einem beliebigen Punkte P vollziehen, der nicht allzuweit von der Tangente entfernt ist. Der Grund für diese Bedingung liegt wiederum darin, daß der Längenunterschied zwischen Übergangskurve und Tangente nicht groß sein darf. Dabei können wir auf zwei Arten vorgehen, entweder rein konstruierend oder teilweise rechnerisch.

(Schluß folgt)

Wasseraufbereitung mit Ozon

Bn. Im Herbst 1950 wurde in der Gemeinde Füllinsdorf (Basellandschaft) eine Wasserentkeimungsanlage unter Verwendung von Ozon dem Betrieb übergeben. Es ist dies die erste Anlage dieser Art in der Schweiz und das Ergebnis einer langjährigen Zusammenarbeit zwischen Grundwassersachverständigen, den Herren Dres. Vater und Sohn Schmaßmann in Liestal und der auf die Ozonisierung spezialisierten elektro-technischen Werkstatt Max Blatter in Basel.

Die Gemeinde Füllinsdorf pumpt ihr Trinkwasser seit über 30 Jahren aus dem Grundwasserstrom des Ergolztales. Während das gepumpte Grundwasser in den ersten 25 Jahren der Verwendung als gut nachgewiesen werden konnte, zeigten die regelmäßigen bakteriologischen Kontrollen in den letzten fünf Jahren ein ständiges Anwachsen der Keimzahlen sowie der Kolibakterien und Gasbildner, so daß im Jahre 1949 der Gemeinderat von Füllinsdorf sich genötigt sah, der Bevölkerung nur noch die Benützung von gekochtem Trinkwasser zu empfehlen. Die Ursache dieser Verunreinigung wurde in der Düngung des in der Umgebung der Pumpstation gelegenen Kulturlandes, vor allem aber in der Infiltration von verschmutztem Bachwasser nachgewiesen. Die Ergolz, die früher immer ein sauberer Bach war und durch Versickern den Grundwasserstrom nährt, wurde durch häusliche und industrielle Abwasser der angrenzenden Orte in den letzten Trockenjahren so verunreinigt, daß aus dem frischen Bach in wenigen Jahren ein schmutziges Gewässer wurde. Da eine dauernde Sanierung des Baches und damit auch des Grundwasserstromes nur durch eine neu zu erstellende Kläranlage aller an den Bach angrenzenden Dörfer erreicht werden kann und diese Einrichtungen erst in einigen Jahrzehnten errichtet sein werden, entschloß sich die Gemeinde Füllinsdorf, sofort eine Wasseraufbereitungsanlage zu erstellen. Nach gründlicher Abklärung durch die Sachverständigen lehnte man das heute bei uns weit verbreitete Chlorierungsverfahren, dessen Nachteile bekanntlich in der Geschmacks- und Geruchswirkung auf das Trinkwasser liegen, ab und gab der etwas wenig bekannten Ozonisierung den Vorzug. Die An-