Weshalb braucht man bei der gegenseitigen Orientierung eine Überkorrektur für ?

Δ_0 ist der horizontale Abstand der Marke Z vom Nullpunkt des horizontalen Rechens. Das Differential von log tg β gibt:

$$\delta\,(\log \operatorname{tg} \beta) = \frac{\delta \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\delta d}{d} - \frac{\delta \Delta}{\Delta_0 + \Delta}$$

Wie oben dargelegt wurde, ändert sich d bei fehlerhaftem β nicht, so daß $\delta d = 0$ zu setzen ist. Es gilt somit die Beziehung

$$\frac{\delta \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta} = - \frac{\delta \Delta}{\Delta_0 + \Delta} \tag{16}$$

Da ein Fehler, der den Hundertstel der Zentimeterablesung, d. h. 1 cm nicht übersteigt, vernachlässigt werden soll, so braucht man für tg β bloß einen relativen Fehler von einem Hundertstel einzuhalten.

(Fortsetzung folgt)

Weshalb braucht man bei der gegenseitigen Orientierung eine Überkorrektur für $\Delta\omega$?

Von E. Berchtold jun.

Diese Frage wird oft von angehenden Photogrammetern gestellt, und der Befragte spürt heraus, daß die Antwort möglichst leicht faßlich ausfallen soll.

Eine Erklärung, die sowohl anschaulich als auch mathematisch korrekt ist, besteht aus der Interpretation der goniometrischen Ungleichung $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) \neq \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta$ oder, mit anderen Worten, aus der mathematischen Formulierung der Tatsache, daß eine ω-Drehung an verschieden weit von der Haupthorizontalen entfernten Punkten verschieden wirkt.

Wählt man aus den 6 charakteristischen Punkten (Fig. 1) jene aus, die in der durch das Projektionszentrum 0 einer Kammer gehenden Y-Z-Ebene liegen, nämlich die Punkte 1, 3 und 5, so erhält man für Z-konstant die nachstehende Figur 2.

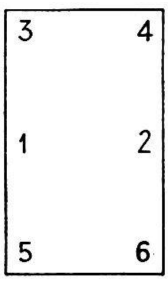

Fig. 1

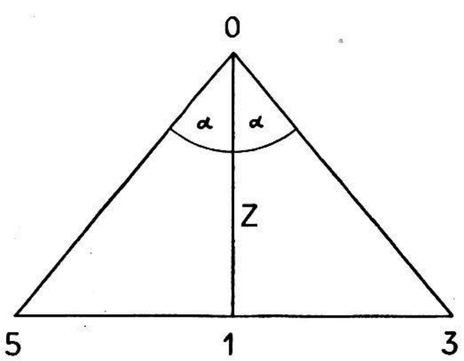

Fig. 2

Z kann als Maßstabsfaktor der Figur betrachtet und $= 1$ gesetzt werden.

Dreht man die drei Strahlen um den Betrag $\Delta\,\omega$, welcher der Einfachheit halber β heiße, so verschieben sich die Punkte 1, 3 und 5 nach $1'$, $3'$ und $5'$ (Fig. 3).

Die entsprechenden Strecken sollen p_1, p_3 und p_5 genannt werden.

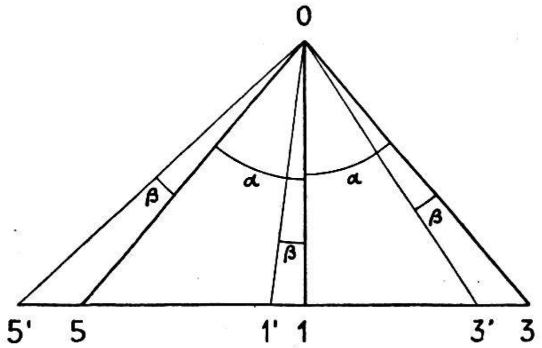

Fig. 3

Man erkennt sofort, daß $p_5 \neq p_1 \neq p_3$ ist, und zwar

$$\begin{aligned} p_1 &= \operatorname{tg}\beta \\ p_3 &= \operatorname{tg}(-\alpha + \beta) + \operatorname{tg}\alpha \\ p_5 &= \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg}\alpha \end{aligned} \tag{1}$$

Die Unterschiede zwischen den Parallaxen in den äußeren Punkten und der Parallaxe im inneren Punkt liefern eben die ω-Parallaxe.

Für eine weitergehende Untersuchung muß man natürlich die Kenntnis der optisch-mechanischen Orientierungsverfahren voraussetzen, wenn man, wie hier, weder Zeit noch Raum hat, um sie darzulegen.

Die Ausrechnung der Formeln (1) ergibt

$$\begin{aligned} p_3 - p_1 &= \frac{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \\ p_5 - p_1 &= \frac{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \end{aligned} \tag{2}$$

Bei der gegenseitigen Orientierung braucht man das Mittel aus diesen Parallaxen. Das Mittel p ist gleich

$$p = \operatorname{tg}\beta \frac{\operatorname{tg}^2\alpha\,(1 + \operatorname{tg}^2\beta)}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha\,\operatorname{tg}^2\beta}$$

da $\operatorname{tg}\beta = p_1$ ist, kann man schreiben

$$p = p_1 \frac{\operatorname{tg}^2\alpha\,(1 + \operatorname{tg}^2\beta)}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha\,\operatorname{tg}^2\beta} \tag{3}$$

Bis hieher wurde über die Größe der Winkel α und β noch gar nichts ausgesagt. Formel (3) gilt also für beliebige Beträge der Querneigungsdifferenz und der Kammeröffnung. In Praxi beträgt β meistens wenige Grad und α nicht über 50^g.

Da unter diesen Voraussetzungen der Ausdruck $\mathrm{tg}^2\beta\, \mathrm{tg}^2\, \alpha$ eine kleine Größe zweiter Ordnung wird, kann man die Formel vereinfachen zu

$$p = p_1 \cdot \mathrm{tg}^2\, \alpha$$

und daraus folgt

$$\underline{p_1 = p\, \mathrm{ctg}^2\, \alpha} \tag{4}$$

Der Überkorrekturkoeffizient kann direkt in dieser Form verwendet werden, wenn man ein Verfahren benützt, welches das Messen der Parallaxe mittels b_y vorschreibt (siehe Gebrauchsanweisung zum $A5$.)

Verwendet man jedoch ω anstatt b_y, so genügt die Kenntnis der Beziehung zwischen p und p_1 nicht mehr, sondern es muß die Wirkungsweise von ω erneut in Betracht gezogen werden. Vernachlässigt man in den Formeln (2) in der Klammer und im Nenner die Ausdrücke $\mathrm{tg}\, \beta$ oder leitet man das Ganze differentiell ab, so erhält man

$$p_3 = p_5 = \underline{p = p_1\, (\mathrm{tg}^2\, \alpha + 1)} \tag{5}$$

Wenn man also p im Punkt 5 mit ω mißt, so liest man an der ω-Trommel nicht $\Delta\, \omega$ ab, sondern $\frac{\Delta\, \omega}{1 + \mathrm{tg}^2\, \alpha}$, und wenn man den Wert $\Delta\, \omega$ erhalten wollte, so wäre die rechte Seite von Formel (4) mit $(1 + \mathrm{tg}^2\, \alpha)$ zu multiplizieren. Man erhielte somit:

$$\underline{p_1 = p\, (\mathrm{ctg}^2\, \alpha + 1).} \tag{6}$$

Ob Formel (4) oder (6) anzuwenden sei, hängt nun noch vom Orientierungsverfahren ab. Zur Untersuchung setzt man die Parallaxen ein, so wie sie schritt- und punktweise beim durchgeführten Programm entstehen, wobei Formel (5) zu berücksichtigen ist, und dann kommt am Schluß der Überkorrekturkoeffizient heraus.

Man kann dabei selbstverständlich den unpraktischen und nicht ganz zutreffenden Ausdruck $\mathrm{ctg}^2\, \alpha$ ersetzen durch $\frac{f^2}{y^2}$ oder einfach n.

Diese Untersuchung wurde am gebräuchlichsten Verfahren (Zeller, Lehrbuch der Photogrammetrie) durchgeführt und bestätigt das auf Seite 162 angegebene Resultat

$$\underline{p_1 = p\, \frac{f^2}{y^2}.}$$

Aus den Formeln (2) und (3) lassen sich noch zwei interessante Schlüsse ziehen, die einem bei der differentiellen Ableitung entgehen:

1. Die Parallaxen in den Punkten 3 und 5 werden von Gliedern von β beeinflußt, die von erster Ordnung sind, während die Summe von p_3 und p_5 nur Glieder zweiter Ordnung enthält. Da das optisch-mechanische Verfahren die Verwendung der Summe verlangt, ist es auch in dieser Beziehung sehr günstig.

2. Sind die Parallaxen nicht sehr klein, so wird b_z leicht verfälscht und kann erst nach erfolgter Korrektur an ω berichtigt werden.

Für tg α = 1 und tg β = 0,1 ist der Fehler an b_z 10 %. Diese Erscheinung wird allerdings praktisch kaum auffallen, da sie von anderen nicht berücksichtigten Einflüssen (unebenes Modell) überlagert ist.

Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie

Von K. Ledersteger, Wien

Während man bekanntlich unter „Geodätischer Astronomie" den Inbegriff der theoretischen Grundlagen und Methoden der geographischen Ortsbestimmung einschließlich der dazu dienenden Instrumente versteht, kann man die Anwendung der astronomischen Messungsergebnisse auf die Lösung geodätischer Probleme als „Astronomische Geodäsie" bezeichnen. Die astronomische Geodäsie umfaßt daher im wesentlichen die Theorie der Lotabweichungen und ihre Verwertung für die Bestimmung der Erdfigur einerseits und für die Lagerung und Orientierung der Dreiecksnetze andererseits. Beim Problem der Erdfigur scheidet man gewöhnlich die auf den Lotabweichungen beruhenden Lösungsversuche als „geometrische" Methoden von den auf den Schweremessungen beruhenden „physikalischen" Methoden, insoferne dabei, wie bei der Ableitung der bestanschließenden Ellipsoide, das analytische Gesetz der gesuchten Fläche vorgegeben ist oder, wie beim astronomischen Nivellement, eine bis zu einem gewissen Grade willkürliche rotationsellipsoidische Bezugsfläche zugrundegelegt wird. Diese Unterscheidung ist jedoch nicht ganz korrekt. Denn einmal liefert die astronomische Ortsbestimmung die absolute Richtung des Schwerevektors, die ebenso wie dessen Intensität, die Schwerebeschleunigung, eine physikalische Größe ist; zum anderen hat die exakte Bestimmung des Normalsphäroides der Erde oder des mittleren Erdellipsoides die Kenntnis der Undulationen des Geoides zur Voraussetzung, ist also sicherlich ein physikalisches Problem, wiewohl auch hier das mathematische Bildungsgesetz der Fläche vorgegeben ist.

Verursacht wurde diese etwas irreführende Unterscheidung von geometrischen und physikalischen Methoden durch den Umstand, daß die notwendige punktweise Beschreibung des irdischen Schwerefeldes zum Vergleich mit einer idealisierten Bezugsfläche zwingt. Dies gilt aber nicht nur für die Lotabweichungen, sondern ebenso für die Schwerestörungen und für die Undulationen des Geoides. Es geht daher nicht an, die Lotabweichungen als geodätische Fiktion zu bezeichnen. Mit gleichem Rechte

b) La prochaine session de la F. I. G. aura lieu du 10 au 13 août 1954 à Vienne. Tous les collègues sont cordialement invités à y assister.

c) A l'occasion d'une journée de la «Commission du dictionnaire technique» de la F. I. G., le 31 mai 1954 à Bâle, la haute distinction de Chevalier de la Légion d'honneur sera remise, par le gouvernement français, à notre éminent collègue Prof. Dr. Hegg.

Clôture de la séance à 18 h 15.

Le secrétaire du procès-verbal: p.m. *E. Bachmann*

Berichtigungen

Zu dem Aufsatz: *R. Conzett*, Ein neuer selbstreduzierender KERN-Tachymeter mit senkrechter Latte (1. Fortsetzung).

Auf Seite 150 ganz unten muß die Formel heißen:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d}{\Delta_0 + \Delta} \quad \text{statt} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\delta}{\Delta_0 + \Delta}$$

Zu dem Aufsatz: *E. Berchtold* jun., Weshalb braucht man bei der gegenseitigen Orientierung eine Überkorrektion $\Delta\omega$?

Die Formel (5), S. 153, Mitte, lautet richtig

$$p_3 = p_5 = p_1 \, (tg^2 \, \alpha + 1)$$

d. h. p, über das schon verfügt worden ist, fällt hier weg.

Sommaire

R. Conzett, Un nouveau Tachymètre auto-réducteur avec mire vertical de Kern (Fin). – Dr. K. Ledersteger, La méthode translative et la méthode projective de la géodésie astronomique (suite). – E. Tanner, Communication générale concernant les publications futures du cours de perfectionnement. – Prof. Dr. Koblet, Relations entre les plantes cultivées et l'eau. – Programme pour les zones industrielles. – Rapport sur l'assemblée générale de la S. S. M. A. F. les 29 et 30 mai 1954 à St-Gall. – Petite communication. – Procès-verbal de l'assemblée générale de la S. S. M. A. F. du 29 mai 1954 à St-Gall. – Corrections.

Redaktion: Vermessungswesen und Photogrammetrie: Prof. Dr. C. F. Baeschlin, Zollikon, Chefredaktor;
Kulturtechnik: Dr. Hans Lüthy, Dipl.-Ing., Wabern bei Bern, Seftigenstraße 345;
Planung und Aktuelles: Dipl.-Ing. E. Bachmann, Paßwangstraße 52, Basel
Redaktionsschluß am 1. jeden Monats

Expedition, Administration und Inseratenannahme: Buchdruckerei Winterthur AG. Telephon (052) 2 22 52