Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 52 (1954)

Heft: 7

Artikel: Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie [Fortsetzung]

Autor: Ledersteger, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-210954

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Der mittlere Fehler abgeleitet aus den Differenzen, bezogen auf 100 m unter Annahme des Gewichtes $p = \frac{1}{D}$ beträgt für die einfache Messung

$$m_e = \pm \sqrt{\frac{[pdd]}{2n}} = \pm \sqrt{\frac{237}{22}} = \pm 3.2 \text{ cm}/100 \text{ m}.$$

Damit erhält man für das Mittel aus Hin- und Rückmessung einen mittleren Fehler von

$$m_d = \pm \frac{m_e}{\sqrt{2}} = \pm 2.3 \text{ cm}/100 \text{ m}.$$

Die Übereinstimmung mit dem aus dem gesamten Beobachtungsmaterial erhaltenen mittleren Fehler ist gut. Ein systematischer Fehleranteil der Reduktionsvorrichtung ist somit nicht nachweisbar.

An Hand der vorliegenden Resultate darf dieser Versuch, einen neuen Tachymetertyp zu bauen, der eine erhöhte Genauigkeit der Distanzmessung aufweist, wohl als gelungen angesprochen werden.

Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie

Von K. Ledersteger, Wien

(Fortsetzung)

Wegen der größeren Anschaulichkeit der Projektionen beginnen wir die Darlegung der ellipsoidischen Azimutreduktionen mit dem Fall der Projektion der Oberflächenpunkte. Zuerst muß man das beobachtete astronomische Azimut α'_b wegen der Lotabweichung des Standpunktes vermöge

$$d_1\alpha = -\operatorname{cotg} z_{12} (\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}) =$$

$$= -\frac{h_2 - h_T}{s} (\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}) \qquad (5)$$

vom astronomischen auf das ellipsoidische Zenit reduzieren. Hierin ist z_{12} die Zenitdistanz der Visur und h_T die Meereshöhe jenes Punktes T der Lotlinie von P_2, der im Horizont von P_1 erscheint. Dabei ist (Fig. 4):

$$h_T = h_1 + s \sin \frac{\gamma}{2} = h_1 + s \sin \frac{s}{2a}. \qquad (6)$$

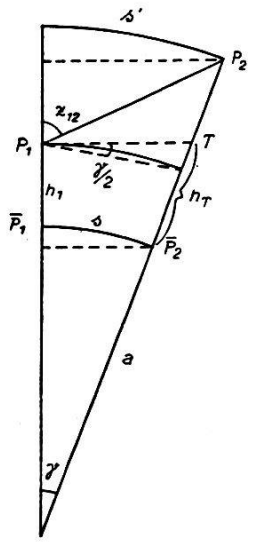

Fig. 4

Für eine Seite $s = 0.1\ a \doteq 64$ km ist z. B. $\gamma = 34'.4$,

sin $\gamma/_2 = 0.005$ und daher $h_T \doteq h_1 + 320$ m.[2] Sodann folgt die Reduktion wegen der Höhe des Zielpunktes über dem Referenzellipsoid, für die wieder mit ausreichender Genauigkeit die Meereshöhe h_2 verwendet werden darf. Da es sich hier aber um die beiden Ellipsoidnormalen handelt, geht diese Reduktion unmittelbar aus (4) hervor, wenn man die vier Lotabweichungskomponenten Null setzt. Damit erhält man die vollständige *Helmert*-Reduktion:

$$d_1\alpha + d_2\alpha = -\frac{h_2 - h_T}{s}(\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}) + \\ + 0''.1087\, h_{2,\,\mathrm{km}} \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha_{12} \tag{7a}$$

Genau genommen wäre noch als dritte und letzte Korrektion die Reduktion

$$d_3\alpha = -0''.028 \cos^2 \varphi \sin 2\alpha \cdot \left(\frac{s \text{ in km}}{100}\right) \tag{8}$$

vom Vertikalschnitt auf die geodätische Linie anzubringen. Doch beträgt diese für $s = 60$ km maximal nur 0″.01 und darf daher für die heutigen Dreiecksseiten 1.0. vollständig unterdrückt werden.

Im Falle der Projektion der Geoidpunkte $\overline{P}$ auf das Referenzellipsoid haben die definitiven astronomischen Azimute als Beobachtungswerte zu dienen, und die weiteren ellipsoidischen Korrektionen gehen aus (7a) hervor, wenn man h_1 und h_2 durch die entsprechenden Geoidhöhen $z = \overline{P}\,\overline{P}^x$ (Fig. 2) ersetzt. Die Reduktion

$$d_2\alpha = 0''.000\,109\, z_{2,\,\mathrm{m}} \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha_{12}$$

erreicht erst für $z_2 = 100$ m den Maximalbetrag 0″.01, während sich in $d_1\alpha$

$$z_2 - h_T = z_2 - z_1 - s \sin \frac{s}{2a} \doteq -s \sin \frac{s}{2a}$$

ergibt, da ja $(z_2 - z_1)$ sicherlich gegenüber dem letzten Glied vernachlässigt werden kann. Somit wird die gesamte Reduktion:

$$d_1\alpha + d_2\alpha = d\alpha' + \sin \frac{s}{2a}(\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}).$$

Selbst wenn der Klammerausdruck

$$(\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}) = \vartheta \sin (\alpha_{12} - A),$$

worin A das Azimut der Lotabweichung ϑ ist, den Wert 10″ erreicht, wird das zweite Glied für $s = 64$ km erst 0″.05 und kann mithin gleich-

[2] K. *Ledersteger:* Die Reduktion des astronomischen und ellipsoidischen Azimutes auf den geoidischen Zielpunkt, Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 1, 1954.

falls vernachlässigt werden. Übrigens ist von vornherein klar, daß die Reduktion auf

$$d_1\alpha + d_2\alpha = d\alpha' \tag{7b}$$

beschränkt werden darf, weil mit $(z_2 - z_1) = 0$ Geoid und Ellipsoid parallel werden.

Wie schon erwähnt, ändert sich die Punktkonfiguration der Projektion, wenn man das Referenzellipsoid in eine andere Lage zum Geoid bringt, während die gewöhnliche Ausgleichung eines trigonometrischen Netzes nach seinen geometrischen Bedingungen lediglich die geometrische Möglichkeit des Netzes garantiert. Damit aber erhebt sich die Frage, welches Netz nun eigentlich als das „richtige" Abbild der Natur bezeichnet werden soll. Selbstverständlich wird eine diesbezügliche Definition ihren Zweck nur erfüllen, wenn sie streng eindeutig ist. Mithin kann die „Naturtreue" einem trigonometrischen Netze nur dann zugebilligt werden, wenn es entweder mit einer Projektion der Oberflächenpunkte oder mit einer Projektion der Geoidpunkte auf das eindeutig gelagerte mittlere Erdellipsoid zusammenfällt. In der gegenseitigen Lage der zusammengehörenden Projektionspunkte P^x und $\overline{P}^x$ (Fig. 2) wirkt sich der Einfluß der Lotabweichungen um so stärker aus, je größer die Meereshöhe des Urbildes P ist. Weil aber der *Pizzetti*schen Koordination von Geoid und mittlerem Erdellipsoid entschieden der Vorzug gebührt, vor allem aber, weil die absoluten Lotabweichungen gravimetrisch bestimmbar sind, wollen wir die eindeutige Naturtreue der Dreiecksnetze aus der Übereinstimmung mit einer Projektion der Geoidpunkte auf das Erdellipsoid definieren.

Nunmehr wenden wir uns dem Fall der gewöhnlichen Netzausgleichung und geodätischen Übertragung auf dem Referenzellipsoid zu. Hier sind die Verhältnisse wesentlich undurchsichtiger, weil die Bildpunkte P^x gar nicht in den Ellipsoidnormalen der Beobachtungspunkte P liegen. Man muß daher zuerst einen Vergleich mit einem der beiden Projektionsfälle durchführen und anschließend die restlichen Abweichungen zu erfassen versuchen. Da wir aber gemäß der letzten Definition das Endziel der kontinentalen Großraumvermessung in einer Projektion der Geoidpunkte auf das mittlere Erdellipsoid erblicken müssen, wollen wir die erstere Vergleichsmöglichkeit entgegen der *Helmertschen* Intention ausschalten und sofort die *Pizzetti*-Projektion mit ihrer Reduktion (7b) zugrundelegen. Dies aber heißt, daß man entgegen der bisherigen Gepflogenheit die beobachteten Richtungen der Triangulierung genau so wie die astronomischen Azimute streng auf das Geoid reduzieren muß. Die Reduktion $d_1\alpha$, bisher in der Praxis wegen Unkenntnis der Lotabweichungen ohnedies unterlassen, fällt jetzt auch theoretisch aus, während in der Zielpunktsreduktion nach (4) die Lotabweichungsdifferenz zwischen Standpunkt und Zielpunkt, die das rein ellipsoidische zweite Glied um ein Mehrfaches übertreffen kann, berücksichtigt werden muß. Daraus ergibt sich die Forderung, daß möglichst viele, wenn nicht alle

Punkte 1.0. zumindest „Lotabweichungspunkte" sein müssen, d. h. Punkte, auf denen die Breite und die Länge oder die Breite und ein Azimut astronomisch gemessen wurde.

Das in die azimutale Lotabweichungskomponente (3) einzuführende definitive astronomische Azimut folgt aus dem Beobachtungswert α_b' gemäß (4):

$$\alpha' = \alpha_b' + d\alpha'. \tag{9a}$$

Das ellipsoidische Azimut entzieht sich natürlich einer direkten Beobachtung. Man findet aber ein gewissermaßen beobachtetes, bereits auf das ellipsoidische Zenit bezogenes Azimut, wenn man α_b' wegen Lotabweichung verbessert und um den Winkel $\varepsilon = \eta \operatorname{tg} \varphi = (\lambda' - \lambda) \sin \varphi$ zwischen der astronomischen und ellipsoidischen Mittagslinie vermindert:

$$\alpha_b = \alpha_b' + d_1\alpha - \varepsilon.$$

In den beiden Projektionsfällen folgt durch weitere Addition der Zielpunktsreduktion $d_2\alpha$ bereits das definitive ellipsoidische Azimut α

$$\alpha = \alpha_b' + d_1\alpha + d_2\alpha - \varepsilon \tag{9b}$$

und damit die theoretische *Laplacesche* Gleichung:

$$(\alpha' - \alpha) - (\lambda' - \lambda) \sin \varphi = d\alpha' - d_1\alpha - d_2\alpha. \tag{10a}$$

Sie ist an eine vollständige astronomische und geodätische Fehlerfreiheit gebunden, d. h. es müssen die astronomischen Beobachtungen fehlerfrei sein und das trigonometrische Netz nach seiner Bearbeitung je nachdem mit einer Projektion der Oberflächenpunkte oder der Geoidpunkte auf das Referenzellipsoid übereinstimmen. In diesem Sinne kann man den rechtsstehenden Ausdruck – wiewohl logisch nicht ganz einwandfrei – als „theoretischen *Laplaceschen* Widerspruch" bezeichnen, für den sich mit (4) und (7a) im Falle der Projektion der Oberflächenpunkte

$$+ \frac{h_2}{s} (\xi_2 \sin \alpha_{12} - \eta_2 \cos \alpha_{12}) - \frac{h_T}{s} (\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12}) \tag{10b}$$

ergibt, während die *Pizzetti*-Projektion wegen (7b) als vollständig widerspruchsfrei gelten darf.

Im Falle der üblichen Netzausbreitung muß man aber nach der Projektion der Geoidpunkte, wie sie der durchgeführten Reduktion entspricht, noch durch eine weitere Drehung der Vertikalschnittebene den schrägen Abständen der Bildpunkte P^x von den Geoidpunkten $\overline{P}$ Rechnung tragen. Bringt man nämlich durch eine kleine Parallelverschiebung des Ellipsoides den Bildpunkt $P^x{}_1$ mit dem Geoidpunkt $\overline{P}_1$ zur Deckung, so wird tatsächlich nicht gleichzeitig $P^x{}_2$ mit $\overline{P}_2$ zusammenfallen oder zumindest in der Lotlinie des letzteren liegen. Diese Drehung, die die Hauptquelle der theoretischen *Laplaceschen* Widersprüche bildet, wollen

wir mit $d_V a$ bezeichnen, um ihren engen Zusammenhang mit einer Verschiebung des Netzes auf der Referenzfläche zu unterstreichen. Dank der der Reduktion der Beobachtungen zugrundeliegenden *Pizzetti*-Projektion gilt jetzt ja die Projektion der Geoidpunkte als fehlerfrei, d. h. das fehlerfreie Netz muß durch eine Verschiebung auf dem Referenzellipsoid mit einer Projektion der Geoidpunkte zur Deckung gebracht werden können, wodurch die theoretischen Widersprüche der Netzausbreitung:

$$(\alpha' - \alpha) - (\lambda' - \lambda) \sin \varphi = - d_V a \tag{11}$$

verschwinden. Dient insbesonders das mittlere Erdellipsoid als Referenzfläche, so verschwinden diese Widersprüche in der „absoluten Lage" des naturtreuen Netzes. Es sei aber nochmals betont, daß keine zwingende Notwendigkeit besteht, bei der Reduktion der Beobachtungen im Sinne *Pizzettis* die Geoidpunkte ins Auge zu fassen. Ebenso könnte man im Anschluß an *Helmerts* ursprünglichen Gedanken die Projektion der Oberflächenpunkte bevorzugen, wie es z. B. *Krassowskij* und die Russen tun. Bei der Verbindung mit der gewöhnlichen Netzausbreitung ergeben sich dann freilich etwas andere Werte der Widersprüche — $d_V a$; denn dann gilt ja die Projektion der Oberflächenpunkte als „geodätisch fehlerfrei" und im besondern ihre Projektion auf das mittlere Erdellipsoid als „naturtreu".

Der Begriff der „geodätischen Fehlerfreiheit" ist also hier weiter gefaßt als der der „Naturtreue". Jegliche Projektion der Oberflächen- oder der Geoidpunkte kann als geodätisch fehlerfrei gelten, sofern nur die gegenseitige Lage von Geoid und Referenzellipsoid genau präzisiert ist, um die nötige Eindeutigkeit zu erzielen. Jedes derart fehlerfreie Netz kann auch auf seiner Referenzfläche nachträglich differentiell verschoben oder auf ein benachbartes Ellipsoid übertragen werden. Denn die späteren translativen Lotabweichungsgleichungen (14) zeigen, daß eine Änderung der Achse gar keinen, eine Änderung der Abplattung nur einen sehr geringfügigen Einfluß auf die *Laplaceschen* Widersprüche hat, oder daß diese Widersprüche nahezu invariant sind gegenüber einem „Ellipsoidübergang". In Erweiterung der früheren Definition der Naturtreue trigonometrischer Netze müssen wir daher jedes Netz als „naturtreu" bezeichnen, das nach seiner Übertragung auf das mittlere Erdellipsoid und nach seiner Verschiebung auf diesem in die absolute Lage, d. h. in jene Lage, bei der sich im Fundamentalpunkt die absolute Lotabweichung einstellt, mit einer Projektion der Geoidpunkte zusammenfällt.

3. Die translative Methode

Nunmehr sind wir in der Lage, die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie in ihren wesentlichen Merkmalen zu umschreiben, gegeneinander abzugrenzen und die in den Korrektionen $d_V a$ zum Ausdruck kommende eigenartige Verquickung translativer und

projektiver Gesichtspunkte klar zu erkennen, auf der die astronomisch-geodätische Netzausgleichung und das Orientierungsproblem beruhen.

Unter „Translation" wollen wir eine differentielle Verschiebung und Verdrehung eines trigonometrischen Netzes auf dem Referenzellipsoid verstehen, bei der das Netz durch ein Büschel geodätischer Linien im Fundamentalpunkt P_0 ersetzt wird, deren Längen erhalten bleiben. Die bekannten *Helmertschen* Differentialgleichungen der geodätischen Linie liefern dann die Änderungen der Koordinaten $d\varphi_k$, $d\lambda_k$ des Punktes P_k und des Azimutes da_k der Linie P_0P_k in Funktion der entsprechenden Änderungen $d\varphi_0$, $d\lambda_0$ und da_0 in P_0 sowie der Änderungen $\frac{da}{a}$ und $d\alpha$ der Ellipsoidparameter Achse a und Abplattung α. An sich sind die drei Verschiebungsgrößen $d\varphi_0$, $d\lambda_0$, da_0 natürlich unabhängige Variable, wobei die Längenverschiebung $d\lambda_0$ auf der Rotationsfläche auf eine bloße Umbezifferung der Meridiane hinausläuft und daher ohne Einfluß auf die Breiten der Netzpunkte und auf die Azimute der Netzseiten ist. Geht man aber von jener Lage des Netzes aus, bei der im Fundamentalpunkt die geodätischen Werte mit den astronomischen Beobachtungsdaten identisch sind, und soll nachher daselbst eine Lotabweichung zugelassen werden:

$$\xi_0 = -d\varphi_0;\ \eta_0 = -d\lambda_0 \cos\varphi_0 = -da_0 \operatorname{cotg}\varphi_0, \tag{12}$$

so müssen zur Vermeidung eines *Laplaceschen* Widerspruches die Längen- und Azimutverschiebung der Bedingung

$$da_0 = d\lambda_0 \sin\varphi_0 \tag{12a}$$

genügen. Räumlich gesehen kann dies als Verschiebung des Fundamentalpunktes in einer Sehne des Ellipsoides gedeutet werden; die zu $d\lambda_0$ gehörige „Verdrehung" da_0 ist dabei durch die Meridiankonvergenz bedingt. Jede durch (12a) charakterisierte Netzverschiebung kann daher in P_0 als das Spiegelbild einer entgegengesetzt gleichen Parallelverschiebung des Ellipsoides relativ zum Erdkörper aufgefaßt werden, nicht aber in den übrigen Netzpunkten. Vielmehr werden mit wachsendem Abstand vom Fundamentalpunkt immer größere Differenzen zwischen da_k und $d\lambda_k \sin\varphi_k$, d. h. zunehmende theoretische Widersprüche $-d_V a$ auftreten.

Die Verschiebung (12) bewirkt in den übrigen Netzpunkten P_k die Lotabweichungsänderungen

$$\Delta\xi_k = -d\varphi_k;\ \Delta\eta_{\lambda,k} = -d\lambda_k \cos\varphi_k;\ \Delta\eta_{a,k} = -da_k \operatorname{cotg}\varphi_k, \tag{13}$$

und man findet mit den Differentialgleichungen der geodätischen Linie folgende translative Lotabweichungsgleichungen:

$$
\left.
\begin{aligned}
\Delta\xi_k'' &= \cos l \cdot \xi_0'' + p_5'' \cdot \frac{da}{a} - \sin\varphi_0 \sin l \cdot \eta_0'' - \\
&\quad - (2b'' \cos^2\varphi_m - p_5'' \sin^2\varphi_m)\, d\alpha, \\
\Delta\eta''_{\lambda,k} &= \sec\varphi_0 \cos\varphi_k \eta_0'' + \sin\varphi_k \sin l \cdot \xi_0'' + l'' \cos\varphi_0 \frac{da}{a} \\
&\quad + \frac{p_5''}{\rho''} \operatorname{tg}\varphi_0 \cdot \eta_0'' + l'' \cos\varphi_0 \sin^2\varphi_0\, d\alpha, \\
\Delta\eta''_{\alpha,k} &= \sin l \operatorname{cosec}\varphi_k \cdot \xi_0'' + l'' \cos\varphi_0 \frac{da}{a} + \sin\varphi_0 \operatorname{cosec}\varphi_k \cos l \cdot \eta_0'' \\
&\quad + l'' \cos\varphi_0 \left(\sin^2\varphi_0 - \frac{b''}{\rho''} \cos^2\varphi_0 \operatorname{cotg}\varphi_k\right) d\alpha.
\end{aligned}
\right\} \quad (14)
$$

In diesen Gleichungen, die für die vorliegenden prinzipiellen Betrachtungen mit ausreichender Genauigkeit sphärisch vereinfacht sind ($M = N = a$, $e = 0$), bedeuten b und l die Längen- und Breitendifferenz der Punkte P_0 und P_k in Bogensekunden, φ_m eine Mittelbreite und

$$
\left.
\begin{aligned}
p_5'' &= b'' - \frac{l''^2}{4\rho''} \sin(\varphi_0 + \varphi_k) \\
\text{oder} \qquad \frac{p''_5}{\rho''} &= \operatorname{tg}\varphi_k \cos\varphi_0 \cos l - \sin\varphi_0.
\end{aligned}
\right\} \quad (14a)
$$

Wir abstrahieren von allen astronomischen Fehlern und gehen von jener Lage eines geodätisch fehlerfreien Netzes auf dem Referenzellipsoid aus, bei der im Fundamentalpunkt P_0 die relative Lotabweichung Null ist. Dann treten in den übrigen Netzpunkten theoretische Widersprüche auf, die zur Kennzeichnung des typischen Charakters der relativen Lotabweichungen mit einem Doppelindex zu versehen sind:

$$
(\alpha' - \alpha)_k - (\lambda' - \lambda)_k \sin\varphi_k = w_{ok} = - d_V\alpha. \quad (14)
$$

Verschiebt man sodann das Netz nach (12) in jene, durch die Lotabweichung ξ_0, η_0 charakterisierte Lage, in der es mit einer Projektion der Geoidpunkte übereinstimmt, dann verschwinden alle Widersprüche und es folgt gemäß (13) und (14)

$$
w_{ok} - d\alpha_k + d\lambda_k \sin\varphi_k = 0
$$

oder
$$
d_V\alpha = + A_{ok}\, \xi_0 + (B_{ok} \sin\varphi_0 - \sin\varphi_k)\, \eta_0 \sec\varphi_0 \quad (15)
$$

mit
$$
A_{ok} = \sin l_{ok} \cos\varphi_k
$$

$$
B_{ok} = \cos l_{ok} \cos\varphi_0 \sec\varphi_k - \frac{p_5''}{\rho''} \operatorname{tg}\varphi_k.
$$

Man erkennt, daß die ursprünglichen relativen Widersprüche theoretisch gar nicht Null sein können, sondern vielmehr eine Funktion der gerade definierten Lotabweichung im Fundamentalpunkt sind. Sie sind bis auf die Vernachlässigung der sehr kleinen Lotabweichungsreduktionen $\sin \frac{s}{2a} \cdot (\xi_1 \sin \alpha_{12} - \eta_1 \cos \alpha_{12})$ identisch mit den negativen Werten der früher eingeführten Größen $d_V a$.

Die translativen Lotabweichungsgleichungen gestatten prinzipiell zwei verschiedene Anwendungen, nämlich die sogenannte „Lotabweichungsausgleichung" und die „astronomisch-geodätische Netzausgleichung", die beide auf *Helmert* zurückgehen. Bei der Lotabweichungsausgleichung wird das geodätische Netz als geschlossenes Ganzes beibehalten. Zunächst kann man das Netz auf dem Referenzellipsoid derart verschieben und verdrehen, daß nachträglich die Quadratsumme der restlichen Lotabweichungen ein Minimum wird. Wegen der astronomischen Fehler im Fundamentalpunkt, die in allen übrigen Netzpunkten systematische *Laplace*sche Widersprüche erzeugen, wird man am besten die Bedingung (12a) fallen lassen, d. h. alle drei Verschiebungsgrößen $d\varphi_0$, $d\lambda_0$ und da_0 als unabhängige Variable auffassen. Weil wegen des geodätischen Zusammenhanges die *Laplace*schen Widersprüche nicht vollständig verschwinden können, also die beiden η-Komponenten verschieden bleiben, setzt man die Minimumbedingung am besten in der Form

$$\Sigma (2\xi^2 + \eta\lambda^2 + \eta a^2) = \min \tag{16}$$

an. Die dieser Bedingung entsprechende Lage des Netzes werde als „Minimallage" bezeichnet. Läßt man auch einen Ellipsoidübergang zu, zieht also die vollständigen Lotabweichungsgleichungen heran, so resultiert die Minimallage auf dem „bestanschließenden Ellipsoid".

Wesentlich wichtiger ist die astronomisch-geodätische Netzausgleichung. Bei dieser wird der geodätische Netzzusammenhang wieder gelockert und auch die Voraussetzung einer konstanten Länge der geodätischen Linien fallen gelassen, um die *Laplace*schen Widersprüche vollständig zu beseitigen. Weil nämlich die Lotabweichungen aus den verschiedenen Bildungsgesetzen von Geoid und Ellipsoid im Vermessungsgebiet folgen, genügt der Ausgleich der rein geometrischen Netzbedingungen auf keinen Fall; vielmehr wird gerade die *Laplace*sche Kontrollgleichung die wichtigste Netzbedingung. Oben hat sich

$$w_{ok} + A_{ok}\xi_0 + (B_{ok} \sin \varphi_0 - \sin \varphi_k)\, \eta_0 \sec \varphi_0 = 0$$

als vollständige *Laplace*sche Gleichung bei vorausgesetzter astronomischer und geodätischer Fehlerfreiheit ergeben. Erweitert man diese Gleichung um die Verbesserungen $\delta\varphi$, $\delta\lambda$, δa der astronomischen Beobachtungen, so findet man für den Widerspruch der geodätischen Linie $P_i P_k$ die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} w_{ok} - A_{ik}\,(\varphi' - \varphi)_i - B_{ik}\,(\alpha' - \alpha)_i + (\lambda' - \lambda)_i \sin\varphi_k = \\ - (\delta\alpha' - \delta\lambda' \sin\varphi)_k - A_{ik}\,(\xi_i - \delta\varphi'_i) + B_{ik}\,\delta\alpha'_i - \\ - \delta\lambda'_i \sin\varphi_k + \eta_i \sec\varphi_i\,(\sin\varphi_k - B_{ik} \sin\varphi_i), \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

die die Grundlage der astronomisch-geodätischen Ausgleichung darstellt. Ohne näher auf dieses überaus komplizierte Verfahren einzugehen, sei betont, daß als eigentliche Unbekannte dabei die Verbesserungen der „astronomischen Orientierungen" und Längen in den *Laplace*schen Punkten und die Richtungs- und Längenkorrektionen der sie verbindenden Seiten auftreten. Diese Verbesserungen gehen aus der Ausgleichung in Funktion der noch offenen Lotabweichung ξ_0 und η_0 im Fundamentalpunkt und einer Änderung der Ellipsoidparameter hervor. Das Ziel der Ausgleichung ist mithin ein doppeltes. In geodätischer Hinsicht handelt es sich um die Verschärfung der Orientierung in den Dreieckspunkten, in physikalischer Hinsicht um die Aufstellung eines wissenschaftlichen Lotabweichungssystems.

Was bei der vorliegenden systematischen Untersuchung am meisten interessiert, ist die Abhängigkeit der Verbesserungen von der Lotabweichung des Fundamentalpunktes, d. h. von der Lage des Netzes auf der Referenzfläche. Tatsächlich wird ja das Netz durch den Ausgleich der Widersprüche in eine Projektion übergeführt, und zwar hier in eine Projektion der Geoidpunkte, weil wir von der Definition (3) und der Widerspruchsfreiheit der *Pizzetti*-Projektion ausgegangen sind. Wie es sein muß, ergibt sich für jedes Wertepaar ξ_0, η_0 eine etwas andere, geodätisch fehlerfreie Punktkonfiguration. Wird im besondern nachträglich ξ_0, η_0 $\dfrac{da}{a}$ und $d\alpha$ auf Grund der üblichen Minimumforderung: $\Sigma\,(\xi^2 + \eta^2) = \min$ bestimmt, so erhält man die Minimallage des auf das bestanschließende Ellipsoid projizierten Netzes von Geoidpunkten. Die Minimallage ist aber keineswegs identisch mit der absoluten Lage; denn die mittlere Neigung zwischen Geoid und Normalsphäroid wird auch für große Gebiete nicht verschwinden, wie bereits eingangs festgestellt wurde. Mithin wird man aus den Ergebnissen der astronomisch-geodätischen Ausgleichung das naturtreue Netz nur gewinnen, wenn gleichzeitig die absolute Lotabweichung im Ursprung und die Parameter des mittleren Erdellipsoides bekannt sind.

So mündet die translative Methode von selbst in das Endziel der modernen Großraumvermessung, d. h. in eine Projektion der Geoidpunkte auf das mittlere Erdellipsoid ein, obwohl ihr der Gedanke einer differentiellen Verschiebung von geodätischen Linien veränderlicher Länge zugrundeliegt. Ein Fehler in der linearen Länge einer geodätischen Linie erzeugt aber keinen *Laplace*schen Widerspruch. Tatsächlich würde auch bei Abstraktion von den astronomischen Fehlern die astronomisch-geodätische Ausgleichung alle Widersprüche durch Verdrehungen der Linien $P_i P_k$ tilgen, falls keine geschlossenen Polygone da sind, d. h. falls nicht einer oder mehrere *Laplace*sche Punkte auf verschiedenen Wegen

mit dem Ursprung verbunden werden können. In jedem Polygon versichern aber zwei Polygongleichungen die Gleichheit der Lotabweichung im gemeinsamen Endpunkt zweier Linienzüge, wobei durch die individuellen Seitenverbesserungen der Variabilität des Projektionsmaßstabes Rechnung getragen ist. Dadurch können die Maßstabfehler korrigiert werden, die bei der geometrischen Netzausgleichung auch dann eintreten werden, wenn die Grundlinien exakt auf das Referenzellipsoid reduziert sind. (Schluß folgt)

Vortragskurs

über Entwässerung, Bewässerung und Gewässerschutz
am 8. und 9. April 1954, ETH Zürich

Einem allgemeinen Wunsch entsprechend, ist vorgesehen, die Kursvorträge, soweit sie nicht bereits anderswo publiziert wurden, drucken zu lassen. Im Verlag Baublatt AG., Rüschlikon-Zürich, sind bis anhin erschienen:

a) In der Sondernummer «Kulturtechnik» des Schweiz. Baublattes 1954

der 2. Vortrag von Prof. E. Ramser unter dem Titel «Untersuchungen bindiger Böden auf Grund ihres Wasserhaltevermögens und Folgerungen für die Entwässerungspraxis». Separatas sind beim Referenten direkt erhältlich.

b) In der Sondernummer «Gewässerschutz und Abwasser-Reinigungsanlagen» des Schweiz. Baublattes 1952

der 1. Vortrag von Prof. Dr. O. Jaag unter dem Titel «Die Notwendigkeit des Gewässerschutzes und unser Ziel der Abwasserreinigung in der Schweiz. Aufgabe und Zweck der Schweiz. Vereinigung für Gewässerschutz»;
der Vortrag von Dipl.-Ing. A. Hörler unter dem Titel «Übersicht der gebräuchlichsten Reinigungsverfahren für vorwiegend häusliche Abwässer».

Es ist in Aussicht genommen, die übrigen Vorträge in gedrängter Form soweit möglich in den nächsten Nummern der Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie folgen zu lassen.

Der Kursleiter: *E. Tanner*

Kulturpflanze und Wasser

Vortrag, gehalten von Prof. Dr. *R. Koblet* im Kurs über Entwässerung, Bewässerung und Gewässerschutz, am 8. April 1954 an der ETH Zürich

Reichtum oder Armut an Wasser formen in starkem Maße die natürliche Vegetationsdecke. Die Verbreitung von Wäldern, Grasfluren, Steppen und Wüsten spiegelt ein gutes Stück weit die Verteilung der Niederschläge auf unserem Erdball wider. Die Rücksichtnahme auf den Wasser-