

# Einige Untersuchungen über die gegenseitige Orientierung

Autor(en): **Hallert, B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **54 (1956)**

Heft 3

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-212673>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

travaux ne dépassent cependant pas le capital correspondant aux frais de pompage que nécessiterait l'aménée de cette eau depuis les régions basses du canton.

Pour le moment, on en est au stade des études et des échanges de vue. Il s'écoulera plusieurs années jusqu'à la réalisation de l'un ou l'autre des projets exposés ici. Au surplus, d'autres solutions peuvent encore surgir. Ce qui importe maintenant, c'est que l'on consacre *suffisamment de temps* à la préparation d'une œuvre aussi vitale pour le canton et qui imposera sans doute des sacrifices considérables aussi bien à l'Etat qu'aux communes intéressées.

## **Einige Untersuchungen über die gegenseitige Orientierung**

*Von B. Hallert, Stockholm*

### *Einleitung*

Die gegenseitige Orientierung ist eine von den grundlegenden Operationen der Luftphotogrammetrie. Die Genauigkeit dieser Operation ist von größter Bedeutung für die folgenden Operationen und dadurch für die Genauigkeit der endgültigen Resultate der photogrammetrischen Arbeit.

In der Praxis wird wohl im allgemeinen die gegenseitige Orientierung empirisch durchgeführt. Der einfachste Weg, die Genauigkeit der Arbeit zu prüfen, ist selbstverständlich, die restlichen Vertikalparallaxen zu messen. Aus den gemessenen Vertikalparallaxen kann man dann zunächst in einfacher Weise feststellen, wie gut die Parallaxenkorrektion durchgeführt worden ist. Da im allgemeinen Überbestimmungen vorliegen, kann man auch aus den gemessenen Parallaxen untersuchen, mit welcher Genauigkeit die Parallaxenkorrektion hätte durchgeführt werden können, wenn man eine bestimmte Verteilung der Restparallaxen voraussetzt, z. B. gemäß der Methode der kleinsten Quadrate. Gewisse systematische Fehler der Parallaxenmessungen können auch festgestellt werden.

Um diese für die Fehlertheorie der Luftphotogrammetrie sehr wesentlichen Fragen näher zu untersuchen, ist eine Reihe von Vertikalparallaxenmessungen mit verschiedenen Instrumenten durchgeführt worden. Einige Resultate der Untersuchungen werden unten zusammengestellt.

### *Die Vertikalparallaxenmessungen*

In Instrumenten, wo eine *by*-Translation vorhanden ist, wurden die Restparallaxen am bequemsten damit gemessen (Stereoplanigraph, Auto-

graph A5 oder A7). Es gibt aber Instrumente, wo die *by*-Skalen nicht genügend genau sind, um die Einstellungen mit guter Schärfe abzulesen (Multiplex, Kelshplotter). In solchen Fällen wurden Meßuhren einmontiert, die sehr scharfe Ablesungen gestatten. Vgl. auch [1]. In Instrumenten, wo die *by*-Translation nicht vorhanden ist (Autograph A6 und A8), wurden die Restparallaxen mit der  $\omega$ -Rotation gemessen, wobei auch Meßuhren benutzt wurden, um die Schärfe der Ablesung zu erhöhen. In diesen Fällen wurde eine einfache Rechnung benutzt, um die Parallaxen aus den Rotationen zu bestimmen.

Im Spiegelstereoskop wurden die Vertikalparallaxen mit dem Meßmikrometer gemessen, und zwar nach Rotationen der beiden Bilder, um die Vertikalparallaxen in Horizontalparallaxen zu verwandeln. Dieses Verfahren ist in der Photogrammetrie gut bekannt und oft benutzt. Im allgemeinen werden die Rotationen mit Amici-Prismen optisch durchgeführt, wie z. B. im Autographen A7.

Die Parallaxenmessungen wurden nach beendeter Orientierung durchgeführt. Im allgemeinen machte der Beobachter die Einstellungen, während die Ablesungen von dem Kontrollanten vorgenommen wurden. In den meisten Fällen wurden die Parallaxen in 9 symmetrischen Punkten gemessen, aber oft wurden auch 15 oder 25 Punkte gemessen, um systematische Fehler untersuchen zu können.

In mehreren Modellen wurden auch vorhandene Höhenfestpunkte gleichzeitig gemessen, um festzustellen, ob die Höhenfehler von berechneten Korrekturen der Elemente der gegenseitigen Orientierung beeinflußt wurden. Auch der theoretische Zusammenhang zwischen dem Gewichtseinheitsfehler der Vertikalparallaxenmessungen und den endgültigen Höhenfehlern des Modells wurde in dieser Weise praktisch geprüft. Man kann auch sagen, daß die praktische Wirkung einer Ausgleichung gemäß der Methode der kleinsten Quadrate in dieser Weise geprüft wurde.

Die Vertikalparallaxenmessungen wurden in folgender Weise durchgeführt: Die Ausgangsstellung der Ablesevorrichtung wurde zunächst festgestellt. Die Orientierungspunkte wurden möglichst symmetrisch in Papierabzügen gewählt und wurden mit Kreisen von etwa 5 mm Radius bezeichnet. In gewissen Instrumenten, wie z. B. Multiplex und Kelshplotter, wurden die Punkte auf dem Projektionstisch konstruiert, um eine bequeme Einstellung zu ermöglichen.

In jedem Punkt wurden wenigstens 3 unabhängige Korrekturen der Vertikalparallaxe und also 3 verschiedene Ablesungen der Einstellungen gemacht. Um die Genauigkeit der Einstellungen und die Frequenz der Einstellungsfehler näher zu untersuchen, wurde zuweilen eine größere Anzahl von Korrekturen und Ablesungen gemacht. Die Resultate wurden dann mit bekannten statistischen Methoden behandelt.

Die vorhandenen Vertikalparallaxen wurden erhalten, indem man die Differenzen zwischen der ursprünglichen Einstellung der Meßvorrichtung und den berechneten Mittelwerten der Ablesungen in allen Punkten

berechnete. Wenn die Parallaxen mit Hilfe einer Rotation gemessen worden waren, wurde eine Umrechnung der Rotationen auf lineare Parallaxen gemacht.

Es ist auch immer zweckmäßig, die Höhenunterschiede oder, besser die Flughöhenunterschiede der Orientierungspunkte gleichzeitig mit der Vertikalparallaxenmessung zu bestimmen.

Für gewisse Berechnungen kann es vorteilhaft sein, die Vertikalparallaxe in einem von den Orientierungspunkten als Null zu wählen, indem man die Differenz zwischen der Ablesung in dem betreffenden Punkt und den Ablesungen aller Punkte berechnet. Diese Operation bedeutet offenbar nichts anderes als eine rechnerische  $y$ -Translation des einen Bildes.

### *Die Berechnungen der Parallaxenmessungen*

Die gemessenen Vertikalparallaxen und die mittleren Einstellungsfehler sind an sich sehr interessant, da man schon daraus sehen kann, wie die gegenseitige Orientierung durchgeführt worden ist.

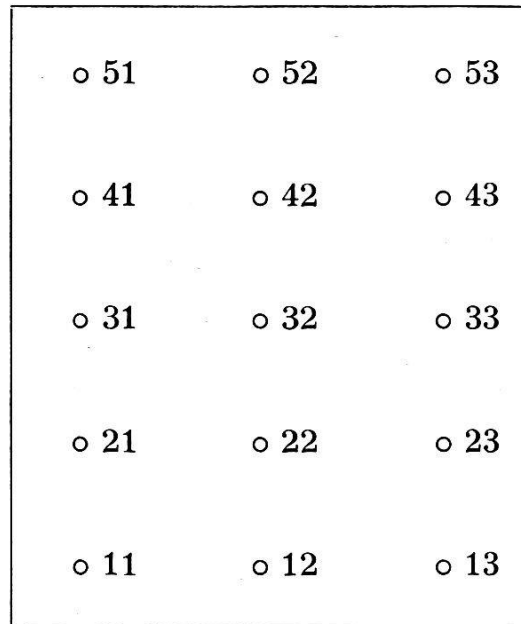


Abb. 1. Die Orientierungspunkte in der Projektionsebene.  
 31 und 33 sind die Nadirpunkte der Aufnahmen. Die Basis  $b$  ist 31-33.  
 Die Distanz  $d$  ist 31-51, 31-11 usw.

Wir setzen zunächst voraus, daß die Orientierungspunkte symmetrisch gewählt worden sind und daß die Höhenunterschiede zwischen den Punkten verhältnismäßig klein sind (kleiner als etwa 15 % der Flughöhe).

Ein statistischer Ausdruck der Restfehler der vorhandenen gegenseitigen Orientierung wird erhalten, indem man den quadratischen Mittelwert der Parallaxen berechnet.

Der mittlere Gewichtseinheitsfehler im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate kann sofort mit einfachen Formeln berechnet werden. Die Formeln wurden in [2] zusammengestellt. Für die Fälle von 6 und 9 Orientierungspunkten, Abb. 1, lauten diese Formeln:

$$\mu_6 = \frac{(-2p_{31} + 2p_{33} + p_{11} - p_{13} + p_{51} - p_{53}) \sqrt{3}}{6}$$

$$\mu_9 = \frac{\sqrt{3}}{12} \sqrt{(-2p_{31} + 2p_{33} + p_{11} - p_{13} + p_{51} - p_{53})^2 + 2 \left\{ (p_{11} + p_{13} - 2p_{12})^2 + (p_{31} + p_{33} - 2p_{32})^2 + (p_{51} + p_{53} - 2p_{52})^2 \right\}}$$

Wie aus [2] hervorgeht, kann der mittlere Gewichtseinheitsfehler aus 15 symmetrischen Punkten als direkte Funktion der gemessenen Parallaxen angegeben werden. Auch 25 Punkte können in derselben Weise behandelt werden.

Im allgemeinen dürften 9 Punkte genügend sein, um den mittleren Gewichtseinheitsfehler zu berechnen. Der mittlere Fehler des mittleren Gewichtseinheitsfehlers ist bekanntlich von der Anzahl der Überbestimmungen abhängig. Aus [3] findet man den Ausdruck des mittleren Fehlers des Gewichtseinheitsfehlers als:

$$m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2\ddot{u}}},$$

wo  $\ddot{u}$  die Anzahl der Überbestimmungen bezeichnet.

Für 6 Punkte finden wir  $m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2}}$  oder rund  $0,7 \mu$ ,

für 9 Punkte  $m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{8}}$  oder rund  $0,35 \mu$  und

für 15 Punkte rund  $0,22 \mu$ .

Es ist aber wesentlich, zu bemerken, daß prinzipiell nur zufällige Fehler in dieser Weise behandelt werden dürfen. Gewisse systematische Fehler, wie z. B. symmetrische radiale Verzeichnung, können im Falle von sechs Orientierungspunkten völlig durch die Orientierungselemente kompensiert werden und treten also nicht im mittleren Gewichtseinheitsfehler in Erscheinung. Auch im Falle von 9 Orientierungspunkten werden die Verzeichnungsfehler normalerweise fast völlig kompensiert. Die Form der Verzeichnungskurve ist dabei von Bedeutung. Auch solche

Asymmetriefehler, die von den Elementen der gegenseitigen Orientierung kompensiert werden können, werden nicht in dem mittleren Gewichtseinheitsfehler erscheinen. Im Falle von 15 Orientierungspunkten dagegen werden solche systematische Fehler Widersprüche verursachen, die eine Vergrößerung des mittleren Gewichtseinheitsfehlers bewirken. Diese Fragen werden klar in einem von den untenstehenden Beispielen demonstriert werden.

Aus den gemessenen und eventuell mit Rücksicht auf systematische Teile korrigierten Vertikalparallaxen können ferner Korrekturen der Elemente der gegenseitigen Orientierung einfach berechnet werden. Auch die Genauigkeit der Bestimmung der Korrekturen kann in bekannter Weise gefunden werden. Die vollständigen Formeln für solche Berechnungen aus 6 und 9 Orientierungspunkten dürften wohlbekannt sein. Formeln für 15 und 25 Punkte sind auch abgeleitet worden, aber dürften für praktische Zwecke weniger von Bedeutung sein.

Selbstverständlich können auch Korrekturen beliebiger *Funktionen* der Elemente der gegenseitigen Orientierung, wie z. B. vorläufig gemessener Vertikalparallaxen, Koordinaten und Höhen des Modells, berechnet werden. Dabei werden die bekannten Differentialformeln der verschiedenen Funktionen benutzt. Die Genauigkeit der Korrekturen kann ferner in wohlbekannter Weise gefunden werden.

### *Einige Resultate durchgeführter Messungen von Vertikalparallaxen*

#### 1. Spiegelstereoskop und Meßmikrometer

Vom „U. S. Coast and Geodetic Survey“ wurden einige Diapositive von Luftaufnahmen verschiedener Kammern zur Verfügung gestellt, die als Übungsbilder verwendet wurden. Mit den neuen Spiegelstereoskopen und Meßmikrometern der Firma Wild wurden Vertikalparallaxen der Diapositive von Studenten gemessen. Zwei vollständige Auflagen von Diapositiven und Instrumenten wurden unabhängig benutzt. Die Vertikalparallaxen wurden in ziemlich vielen Punkten gemessen. Zunächst wurden die mittleren Gewichtseinheitsfehler aus 6, 9 und 15 symmetrischen Punkten berechnet und dann die Korrekturen der Elemente der gegenseitigen Orientierung aus den Parallaxen in den 6 üblichen Orientierungspunkten. Die Formeln wurden aus [2] entnommen, und zwar für den Bildanschluß. Dann wurden die gemessenen Vertikalparallaxen aller Punkte mit Hilfe der entsprechenden Differentialformeln korrigiert. Die numerischen Reste nach der Korrektur sind unten gezeigt. Wir wollen hier die Resultate von nur zwei der benutzten Kammern demonstrieren.



Diapositive Nr. 1689–1690. Kammer A

Punkt	Dowdy			Mahoney		
	Mikrometer- ablesungen Mittelwerte mm	Vertikal- parallaxe mm	Rest- parallaxe mm	Mikrometer- ablesungen Mittelwerte mm	Vertikal- parallaxe mm	Rest- parallaxe mm
11	10,778	+0,340	—0,002	5,202	+0,322	—0,002
<sup>1</sup> 12	11,028	+0,590	—0,012	4,894	+0,014	—0,005
<sup>2</sup> 13	11,254	+0,816	+0,002	4,576	—0,304	+0,002
<sup>3</sup> 21	10,498	+0,060	+0,022	4,928	+0,048	+0,022
22	10,838	+0,400	0,000	4,712	—0,168	—0,004
23	11,172	+0,734	—0,015	4,478	—0,402	—0,010
31	10,438	0,000	+0,004	4,880	0,000	+0,004
32	10,820	+0,382	+0,019	4,723	—0,152	—0,014
33	11,240	+0,802	—0,004	4,548	—0,332	—0,004
41	10,544	+0,106	—0,002	4,998	+0,118	+0,008
42	11,010	+0,572	+0,008	4,910	+0,030	—0,003
43	11,486	+1,048	+0,008	4,816	—0,064	—0,008
51	10,822	+0,384	—0,002	5,316	+0,436	—0,002
52	11,374	+0,936	+0,001	5,274	+0,394	+0,012
53	11,928	+1,490	+0,002	5,256	+0,376	—0,002

<sup>1</sup>  $b = 100$  mm    <sup>2</sup>  $d = 100$  mm    <sup>3</sup>  $h = 150$  mm

$d\kappa_2 = -0,007947$ rad	$d\kappa_2 = +0,003393$ rad
$d\varphi_2 = -0,004725$ rad = $-0^g,30$	$d\varphi_2 = -0,004245$ rad = $-0^g,27$
$d\omega_2 = 0,005348$ rad = $0^g,34$	$d\omega_2 = 0,005602$ rad = $0^g,36$
$db y_2 = 0,004$ mm	$db y_2 = 1,176$ mm
$db z_2 = 0,506$ mm	$db z_2 = 0,510$ mm
$\mu_6 = 0,006$ mm	$\mu_6 = 0,006$ mm
$\mu_9 = 0,010$ mm	$\mu_9 = 0,008$ mm
$\mu_{15} = 0,010$ mm	$\mu_{15} = 0,009$ mm

Kleine systematische Reste sind vorhanden. Kursiv gesetzte Resultate können direkt verglichen werden.

Für den mittleren Gewichtseinheitsfehler = 0,01 mm und Berechnungen aus 6 Orientierungspunkten (kursiv) werden z. B. folgende mittlere Fehler erhalten:

$$m_{\varphi_2} = 0^g,01; m_{\omega_2} = 0^g,008; m_{bz_2} = 0,01 \text{ mm.}$$

Diapositive Nr. 23–24. Kammer B

Punkt	Dowdy			Mahoney		
	Mikrometer- ablesungen Mittelwerte mm	Vertikal- parallaxe mm	Rest- parallaxe mm	Mikrometer- ablesungen Mittelwerte mm	Vertikal- parallaxe mm	Rest- parallaxe mm
11	7,334	+0,644	—0,002	10,136	+0,645	—0,0017
12	7,184	+0,494	—0,017	10,270	+0,779	—0,012
13	7,000	+0,310	—0,002	10,381	+0,890	+0,0017
11a	7,248	+0,558	—0,036	—	—	—
<sup>1</sup> 13a	6,856	+0,166	+0,030	—	—	—
<sup>2</sup> 21	7,118	+0,428	—0,056	9,908	+0,417	—0,044
<sup>3</sup> 22	6,918	+0,228	—0,013	9,986	+0,495	+0,006
23	6,716	+0,026	+0,032	10,037	+0,546	+0,084
21a	6,914	+0,224	—0,027	—	—	—
23a	6,560	—0,130	+0,024	—	—	—
31	6,690	0,000	—0,004	9,491	0,000	+0,0034
32	6,516	—0,174	+0,024	9,652	+0,161	—0,025
33	6,390	—0,300	+0,004	9,764	+0,273	—0,0034
41	6,156	—0,534	+0,049	8,983	—0,508	+0,044
42	6,078	—0,612	—0,006	9,188	—0,303	—0,024
43	5,992	—0,698	—0,054	9,380	—0,111	—0,079
41a	6,406	—0,284	+0,052	—	—	—
43a	6,214	—0,476	—0,035	—	—	—
51	5,620	—1,070	+0,002	8,462	—1,029	—0,0017
52	5,512	—1,178	—0,012	8,582	—0,909	+0,020
53	5,380	—1,310	—0,002	8,742	—0,749	+0,0017
51a	5,882	—0,808	+0,045	—	—	—
53a	5,746	—0,994	—0,025	—	—	—

<sup>1</sup>  $h = 90$  mm    <sup>2</sup>  $d = 90$  mm    <sup>3</sup>  $h = 153$  mm

Die Punkte 11a, 13a usw. sind Extrapunkte zwischen 11–13, 13–15 usw.

Dowdy

Mahoney

$$d\kappa_2 = +0,003237 \text{ rad}$$

$$d\kappa_2 = -0,002953 \text{ rad}$$

$$d\varphi_2 = -0,000888 \text{ rad} = -0^{\text{g}},06$$

$$d\varphi_2 = -0,000325 \text{ rad} = -0^{\text{g}},02$$

$$d\omega_2 = -0,003901 \text{ rad} = -0^{\text{g}},25$$

$$d\omega_2 = -0,003727 \text{ rad} = -0^{\text{g}},24$$

$$dby_2 = -0,30 \text{ mm}$$

$$dby_2 = -0,84 \text{ mm}$$

$$dbz_2 = -1,38 \text{ mm}$$

$$dbz_2 = -1,39 \text{ mm}$$

$$\mu_6 = 0,008 \text{ mm}$$

$$\mu_6 = 0,006 \text{ mm}$$

$$\mu_9 = 0,013 \text{ mm}$$

$$\mu_9 = 0,014 \text{ mm}$$

$$\mu_{15} = 0,029 \text{ mm}$$

$$\mu_{15} = 0,039 \text{ mm}$$



Die berechneten mittleren Gewichtseinheitsfehler zeigen in diesem Falle deutlich, daß ziemlich große systematische Fehler vorhanden sind. Dieses geht auch klar hervor, wenn man die restlichen Parallaxen graphisch darstellt. Es ist auch möglich, die Verzeichnungskurve daraus zu konstruieren, wenn man die allgemeine Form derselben kennt. Gewisse Asymmetrien scheinen auch vorzukommen. Die Verzeichnung stimmt gut mit derjenigen des Metrogonobjektivs überein.

Die erhaltenen Werte der Orientierungselemente sind also in diesem Falle wahrscheinlich systematisch beeinflußt, allerdings  $\varphi_2$  und  $bz_2$ .

Wenn man einen mittleren Gewichtseinheitsfehler von etwa 0,01 mm annimmt, werden die mittleren Fehler der Orientierungselemente etwa dieselben wie im vorigen Beispiel.

## 2. Autograph A7

Bilder von verschiedenen Kammern sind in dem Autograph A7 Nr. 310 an der Technischen Hochschule in Stockholm bearbeitet worden.

Die Untersuchungen sind in den meisten Fällen in Verbindung mit praktischer Arbeit gemacht worden. Die gegenseitige Orientierung wurde mit empirischen und numerischen Methoden gemacht. Nachdem der Beobachter die gegenseitige Orientierung als beendet erklärt hatte, wurden die restlichen Parallaxen gemessen. Die Parallaxen wurden sowohl in 9 als in 15 Punkten und in Einzelfällen auch in 25 Punkten gemessen. Systematische Fehler wurden festgestellt, die allerdings die Parallaxenmessungen in 9 Punkten nur unwesentlich beeinflussen. Deswegen werden unten nur die Resultate der Messungen in 6 und 9 Punkten gezeigt, da die systematischen Fehler die Berechnungen aus 15 oder mehr Punkten deutlich beeinflussen und wir hier nur die als zufällig zu betrachtenden Fehler behandeln wollen. Die Bestimmung der systematischen Fehler der Kammer aus der Luft und des Auswertegerätes ist noch nicht endgültig durchgeführt. Vgl. [4].

In der untenstehenden Tabelle werden die Resultate von drei verschiedenen Kammern gezeigt. Die erste Kammer ist die RMK 20, 30/30 der Firma Zeiss, und die beiden anderen sind Aviogonkammern der Firma Wild.

In der Tabelle ist die Orientierungsmethode angegeben.  $m_6$  und  $m_9$  bezeichnen die quadratischen Mittelwerte der gemessenen Restparallaxen im Bildmaßstab in 6 bzw. 9 Punkten.  $\mu_6$  und  $\mu_9$  bezeichnen die gemäß den oben angegebenen Formeln berechneten mittleren Gewichtseinheitsfehler im Bildmaßstab aus 6 bzw. 9 Punkten. Die Höhenunterschiede der Modelle sind in allen Modellen kleiner als 10 % der Flughöhe, und die Punkte sind gut symmetrisch gewählt.

Die Bildpaare 1–12 wurden im Originalformat 30 × 30 cm mit einer Topogonkammer  $c = 20$  cm auf Film aufgenommen. Mehrere von den Bildern sind etwa 15 Jahre alt<sup>1</sup>. Der Mittelwert der mittleren Gewichtseinheitsfehler aus 9 Punkten ist 0,032 mm.

<sup>1</sup> Es soll ausdrücklich unterstrichen werden, daß die Bilder der RMK 20,

Bildpaar	Orientierungsmethode	$m_6$ mm	$m_9$ mm	$\mu_6$ mm	$\mu_9$ mm	Negativmaßstab
1	empirisch	0,056	0,048	0,008	0,034	1:20000
2	„	0,040	0,038	0,030	0,042	
3	„	0,022	0,024	0,014	0,016	
4	„	0,070	0,076	0,010	0,032	
5	„	0,056	0,066	0,018	0,032	
6	„	0,036	0,032	0,018	0,036	
7	„	0,042	0,048	0,028	0,052	
8	„	0,060	0,060	0,014	0,032	
9	„	0,056	0,064	0,000	0,024	
10	„	0,008	0,020	0,002	0,024	
11	„	0,040	0,036	0,010	0,012	
12	„	0,060	0,066	0,034	0,054	
13	„	0,008	0,009	0,002	0,006	1:5000 –
14	„	0,006	0,007	0,004	0,005	–1:15000
15	„	0,003	0,003	0,005	0,004	
16	„	0,018	0,017	0,008	0,004	
17	„	0,010	0,010	0,002	0,005	
18	„	0,010	0,008	0,005	0,004	
19	„	0,007	0,008	0,002	0,003	
20	„	0,014	0,014	0,011	0,006	
21	„	0,006	0,008	0,004	0,004	
22	„	0,013	0,014	0,015	0,009	
23	„	0,012	0,012	0,014	0,009	
24	„	0,009	0,009	0,007	0,005	
25	„	0,013	0,012	0,021	0,013	
26	„	0,007	0,006	0,004	0,005	
27	„	0,013	0,012	0,000	0,007	
28	„	0,028	0,028	0,004	0,004	
29	„	0,010	0,009	0,008	0,006	
30	„	0,013	0,012	0,004	0,003	
31	„	0,006	0,009	0,001	0,007	
32	„	0,018	0,016	0,006	0,005	
33	„	0,021	0,021	0,006	0,006	
34	„	0,019	0,016	0,000	0,008	
35	„	0,016	0,017	0,007	0,010	
36	„	0,010	0,008	0,014	0,007	
37	numerisch	—	0,007	—	0,004	1:9600
38	„	—	0,007	—	0,005	
39	„	—	0,006	—	0,004	
40	„	—	0,005	—	0,005	1:14000
41	„	—	0,006	—	0,004	1:14000
42	„	—	0,005	—	0,002	1:21500
43	„	—	0,005	—	0,002	1:21500

Die Bildpaare 13–36 wurden mit einer Aviogonkammer  $c = 15$  cm im Originalformat  $23 \times 23$  cm auf Film aufgenommen. Der Mittelwert der mittleren Gewichtseinheitsfehler ist 0,006 mm.

Die Bildpaare 37–43 wurden mit einer Aviogonkammer  $c = 10$  cm im Originalformat  $18 \times 18$  cm auf Platten aufgenommen. Der Mittelwert der mittleren Gewichtseinheitsfehler ist 0,004 mm.

Die quadratischen Mittelwerte der Restparallaxen in 9 Punkten vor der Ausgleichung sind im Mittel:

für die Bildpaare 1–12:	0,048 mm
für die Bildpaare 13–36:	0,012 mm
für die Bildpaare 37–43:	0,006 mm

Eine wesentliche Steigerung der Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung durch eine numerische Ausgleichung wäre also im allgemeinen zu erwarten.

Dieselben Erfahrungen wurden auch an Untersuchungen in Geräten mit optischer Projektion gemacht, wie in Stereoplanigraphen, Multiplex und Kelsplotter. In dem neuen Stereoplanigraphen wurden etwa dieselben Resultate erhalten wie bei A7. Der amerikanische Multiplex und der Kelsplotter haben mittlere Gewichtseinheitsfehler von der Größenordnung 0,04 mm in dem Originalnegativ ergeben. Metrogonaufnahmen wurden ausgewertet.

Versuchsmessungen in dem Reading-Plotter von amerikanischen 9-Objektiv-Kammern haben mittlere Gewichtseinheitsfehler von der Größenordnung 0,1 mm ergeben.

### *Zusammenfassung*

Mit dem vorliegenden Aufsatz wurde vor allem beabsichtigt, zu zeigen, wie einfach die gegenseitige Orientierung geprüft werden kann, indem man die Vertikalparallaxen mißt.

Es wurde gefunden, daß im allgemeinen eine wesentliche Steigerung der Genauigkeit dieser grundlegenden Operation erhalten werden kann, wenn man eine numerische Ausgleichung der gemessenen Parallaxen durchführt. Selbstverständlich ist dabei vorausgesetzt, daß die Fehler der gemessenen Parallaxen hauptsächlich als zufällig anzusehen sind. Die Schwierigkeit, zwischen systematischen und zufälligen Fehlern zu unterscheiden, ist ja wohlbekannt. Die gefundenen mittleren Gewichtseinheitsfehler sind deswegen im allgemeinen auch durch systematische Fehleranteile beeinflusst, das heißt solche Fehler, die nicht durch die benutzten Freiheitsgrade korrigiert werden. Solche Fehler sind zum Beispiel die unregelmäßige Filmschrumpfung, die wohl als systematischer Fehler anzusehen ist. Es ist aber im allgemeinen nicht möglich, die direkte mathematische

---

30 × 30-Kammer sehr alt sind und daß die Resultate der Untersuchungen dieser Bilder nicht mit den Resultaten der Untersuchungen der neueren Bilder ohne weiteres verglichen werden dürfen.

Funktion der Fehler darzustellen. Man muß sie deswegen unter die zufälligen Fehler fallen lassen.

Die regelmäßige Filmschrumpfung wird von den Freiheitsgraden völlig kompensiert und beeinflußt, also nicht vor den mittleren Gewichtseinheitsfehlern der Vertikalparallaxen. Affine regelmäßige Filmschrumpfung wird die absolute Orientierung beeinflussen und verursacht Widersprüche in überzähligen Festpunkten. Durch affine Koordinatentransformation kann sie allerdings korrigiert werden.

Unter der Voraussetzung, daß die Fehler der Vertikalparallaxenmessungen als von zufälliger Natur angesehen werden können, läßt sich die Fehlerfortpflanzung durch die photogrammetrische Arbeit theoretisch untersuchen.

Dabei muß man allerdings die Lage und Anzahl der gegebenen Festpunkte voraussetzen und auch gewisse Annahmen über die Einstellungsgenauigkeit in der Lage und Höhe machen.

In [4] wurden die mittleren Fehler der endgültigen Koordinaten und Höhen eines Modells unter gewissen bestimmten Voraussetzungen angegeben.

Die quadratischen Mittelwerte der Koordinaten- und Höhenfehler in dem Modell wurden auch angegeben.

Für den Fall von 2 Lagefestpunkten in der Nähe der Nadirpunkte der beiden Bilder und 3 Höhenfestpunkten in der Nähe von den Orientierungspunkten 11, 51 und 32 (Fig. 1) wurden die quadratischen Mittelwerte der Lage- und Höhenfehler wie folgt berechnet:

$$M_x = 1,5 \mu$$

$$M_y = 1,5 \mu$$

$$M_h = 2,1 \mu$$

Für den Fall von 5 vollständig bestimmten Festpunkten (in den Ecken und in der Mitte des Modells) wurden die folgenden Werte berechnet:

$$M_x = 1,1 \mu$$

$$M_y = 1,2 \mu$$

$$M_h = 1,8 \mu$$

In der Ableitung dieser Ausdrücke wurde vor allem vorausgesetzt:

1. Es sind nur zufällige Fehler vorhanden, oder die Einflüsse eventueller systematischer Fehler sind korrigiert.
2. Die Widersprüche der einzelnen Operationen in vorkommenden Bedingungen sind gemäß der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen.
3. Die mittleren Gewichtseinheitsfehler der Vertikal- und Horizontalparallaxenmessungen und die mittleren Einstellungsfehler der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten des Modells sind alle gleich  $\mu$ .
4. Weitwinkelaufnahmen mit 60 % Überdeckung, gegenseitige Orientierung in sechs Punkten und ziemlich flaches Gelände.

Es ist ganz klar, daß unter diesen Umständen eine sehr hohe Genauigkeit der photogrammetrischen Arbeit zu erwarten ist. Es werden deswegen hohe Anforderungen an die Genauigkeit der geodätischen Festpunkte gestellt.

#### *Literatur:*

- [1] *G. C. Tewinkel*: Numerical Relative Orientation. Photogrammetric Engineering, December 1953, Nr. 5.
- [2] *B. Hallert*: Tests of Fundamental Photogrammetric Operations. The Photogrammetric Record, April 1955.
- [3] *Jordan-Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde. Erster Band. Stuttgart 1948.
- [4] *B. Hallert*: Über die Fehlertheorie der Aerotriangulation und einzelner Bildpaare. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1955, Hefte 10 und 12.

## **Die Lageverdrehung auf den ältesten Karten der Schweiz**

*Von Ing. W. Blumer, Bern*

Auf der ältesten Karte der Schweiz, derjenigen von *Konrad Türst* aus dem Jahre 1496 im Maßstab etwa 1:500 000, liegen Bodensee und Genfer See ungefähr auf derselben Breite. Der Nordosten der Schweiz (der Bodensee) ist dem Südwesten (dem Genfer See) gegenüber im Mittel um etwa 28° herunter gedreht. Auf Karten unserer Nachbarländer aus der ersten Hälfte des sechzehnten Jahrhunderts, auf denen die Schweiz in kleinem Maßstab mit dargestellt ist, ist die Lage des Bodensees gegenüber dem Genfer See sehr verschieden angegeben. Die Seen liegen bald auf ungefähr der gleichen Breite, bald in ungefähr richtiger Lage, oder der Bodensee steht sogar senkrecht über dem Genfer See. Geographische Ortsbestimmungen waren damals noch selten und, besonders Längenbestimmungen, unzuverlässig.

Die zweite vollständig neue Schweizer Karte, die erste, welche die ganze Schweiz darstellt, hat *Aegidius Tschudi* 1528 im Alter von dreiundzwanzig Jahren selbständig geschaffen. Sie trägt den Titel „Nova Rhaetiae atque totius Helvetiae descriptio“ und wurde zehn Jahre später, 1538, von einem unbekanntem Künstler in Holz geschnitten, durch *Sebastian Münster* im Maßstab etwa 1:350 000 herausgegeben.

Mit Ausnahme der Verdrehung ist keine Anlehnung der Karte *Tschudis* an diejenige von *Türst* festzustellen. Die Lageverschiebung ist aber bei *Tschudi* etwas geringer als bei *Türst*, und zwar um etwa 8°. Diese *Tschudi*-Karte – eine zweite Ausgabe erschien 1560 – bildete ein halbes Jahrhundert lang die Vorlage für alle weiteren Schweizer Karten bis zum Erscheinen der Karte „*Helvetia cum finitimis regionibus confoederatis*“ von *Gerhard Mercator*, 1585, im Maßstab etwa 1:700 000.

*Mercator*, der bedeutendste Geograph und Kartograph seit *Ptolemäus*, hat das große Verdienst, das mannigfache Material zu seinen Kar-