Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 55 (1957)

Heft: 9

Artikel: Vermarkung von Klothoiden

Autor: Märki, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-213590

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Das Netz von Nordeuropa, das nur eine einzige Verbindung mit dem zentralen Block aufweist, wird unabhängig davon vom Geodätischen Institut von Finnland ausgeglichen.

Das Europanetz soll vorderhand ganz frei ausgeglichen werden mit dem einzigen Anschluß an den Fundamentalpunkt von Amsterdam; also noch ohne Bindung an die Mareographen der verschiedenen Länder. Eine gemischte Kommission von Mitgliedern der AIG und der Association Internationale d'Océanographie physique soll die verschiedenen Probleme der Mareographen anläßlich des Kongresses in Toronto erst eingehend behandeln. Was nun die Resultate dieser ersten, provisorischen Ausgleichung der europäischen Netze anbetrifft, so dürften sie kaum endgültigen Charakter haben, denn die in sie eingehenden Netze der Länder stammen zum Teil aus ganz verschiedenen Zeitabschnitten und sind auch uneinheitlich in der Genauigkeit. Erfreulich ist, daß ein erster wichtiger Schritt in einträchtiger Zusammenarbeit getan ist und daß nun die Wege geebnet sind für eine in absehbarer Zeit geplante Wiederholung der Gesamtausgleichung mit einem neuzeitlichen und homogenen Beobachtungsmaterial.

So ist heute die Hoffnung berechtigt, daß sich schon bald die Höhenklaffen zwischen den Ländern schließen werden, die Prof. A. Hirsch schon 1864 ein Dorn im Auge waren.

Vermarkung von Klothoiden

Von Dipl.-Ing. Paul Märki, Zürich

In den letzten Jahren ist die Klothoide zum allgemein üblichen Übergangsbogen im Straßenbau geworden. Ihre ästhetischen und dynamischen Vorzüge werden überall anerkannt und geschätzt. Auch bei kleinen Nebenstraßen findet die Klothoide vielfach Verwendung, nicht zuletzt darum, weil die Absteckung seit dem Erscheinen der Klothoidentafel sehr einfach geworden ist.

Die Vermarkung der Klothoide bietet hingegen einige Schwierigkeiten. Art. 13, lit. a, der Eidgenössischen Instruktion für die Vermarkung und Parzellarvermessung vom 10. Juni 1919 lautet: «Als Grenzlinie gilt die Gerade zwischen zwei Grenzzeichen, soweit die Grenze nicht längs natürlichen Grenzen verläuft und sofern keine Kurve mit gesetzmäßigem Verlaufe vorhanden ist.» Die Bezeichnung «Kurve mit gesetzmäßigem Verlaufe» erweckt den Eindruck, der Gesetzgeber habe nicht nur an Kreisbogen, sondern auch an Parabeln, Klothoiden und an ähnliche Kurven gedacht. In lit. d und e des genannten Artikels werden hingegen ausdrücklich nur Gerade und Kreisbogen erwähnt. Auch die Vermessungsanweisung des Kantons Zürich von 1920 spricht in § 10 nur von Kreisbogen. Somit ist es nicht gestattet, für die Grundbuchvermessung

Klothoiden zu vermarken und zu zeichnen. Der Geometer muß versuchen, diese Übergangsbögen durch Kreisbogenstücke zu ersetzen.

Es soll nun gezeigt werden, wie die Kreisradien und die Bogenlängen gewählt werden müssen, damit die Abweichung der vermarkten Kreisbögen von der vorhandenen Klothoide eine bestimmte Toleranz nicht überschreitet. Zudem soll die von den Kreisbögen eingeschlossene Fläche derjenigen Fläche gleich sein, die durch die Klothoide begrenzt wird. Wir wählen die gleichen Bezeichnungen, die in der Klothoidentafel des VSS verwendet werden. Kleine Buchstaben beziehen sich auf die Einheitsklothoide. Große Buchstaben betreffen die mit dem Parameter a als Faktor vergrößerte Klothoide.

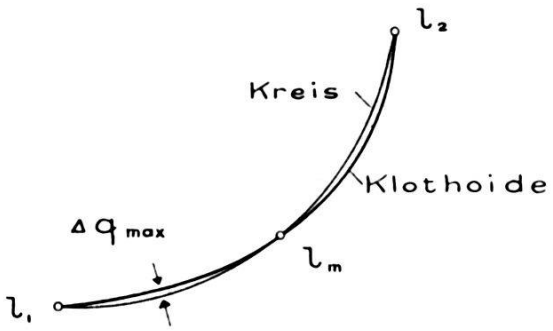

Fig. 1

Figur 1 zeigt ein Teilstück einer Klothoide mit der Bogenlänge $\Delta\, l$, die zwischen den Klothoidenpunkten l_1 und l_2 liegt. Durch diese beiden Punkte legen wir einen Kreis und wählen dessen Radius r_m so, daß sich Kreis und Klothoide in Bogenmitte, im Punkt $l_m = \frac{1}{2}\,(l_1 + l_2)$, schneiden. In guter Näherung ist diese Bedingung erfüllt, wenn die Pfeilhöhen q von Klothoide und Kreis über der Sehne l_1—l_2 gleich groß sind.

$$q_{\mathrm{Kl}} \sim \frac{(\Delta\, l)^2}{16}\,(l_1 + l_2) \qquad\qquad q_{\mathrm{Kr}} \sim \frac{(\Delta\, l)^2}{8\, r_m}$$

Aus $q_{\mathrm{Kl}} = q_{\mathrm{Kr}}$ und $l_m = \frac{1}{2}\,(l_1 + l_2)$ folgt:

$$\boxed{r_m = \frac{l}{l_m}} \tag{1}$$

Der Kreis schneidet also die Klothoide in Bogenmitte, wenn sein Radius gleich ist dem Klothoidenradius r_m im Klothoidenpunkt l_m, der in der Mitte des Bogens liegt.

Figur 2 stellt die relative Beziehung dar zwischen Kreis- und Klothoidenbogen. Bis etwa zur Bogenlänge $\Delta\, l = 0{,}8$ ist sie vom Anfangspunkt l_1 praktisch unabhängig. Die maximale Abweichung $\Delta\, q_{\max}$

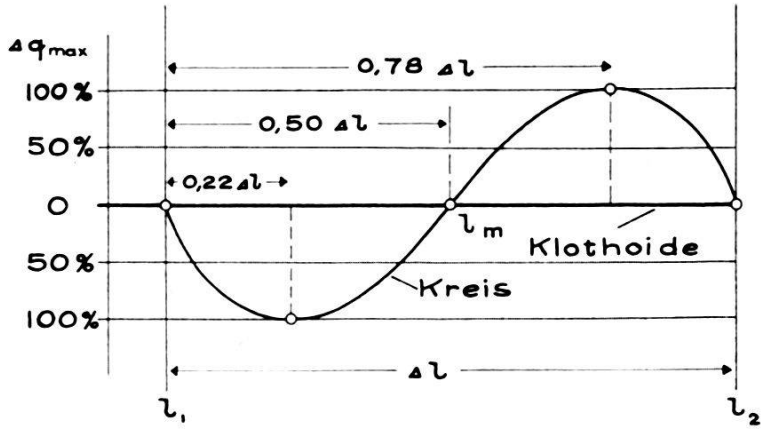

Fig. 2. Abweichung des Kreisbogens von der Klothoide in Prozenten der maximalen Abweichung Δq_{max}.

zwischen Klothoide und Kreis liegt in den Klothoidenpunkten 0,22 Δl und 0,78 Δl.

Auch die Größe der maximalen Abweichung Δq_{max} ist bei kleiner Bogenlänge Δl unabhängig von der Lage des Bogenanfanges l_1 und lediglich eine Funktion der Bogenlänge Δl. Figur 3 stellt diese Beziehung dar für die Einheitsklothoide, währenddem in Figur 4 verschiedene Parameter a berücksichtigt worden sind.

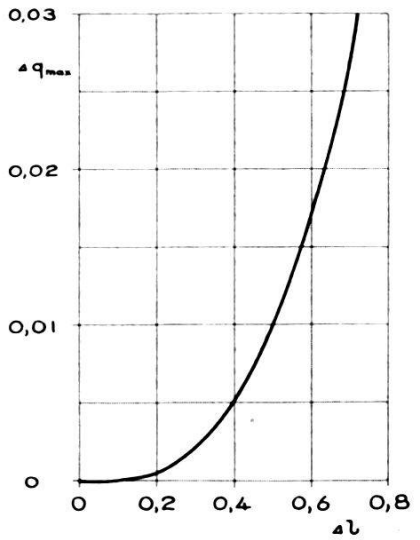

Fig. 3. Maximale Abweichung zwischen Kreis und Einheitsklothoide als Funktion der Bogenlänge

Das positive Maximum weicht vom negativen nur ganz unwesentlich ab, das heißt, die Teilflächen zu beiden Seiten der Klothoide sind inhaltsgleich. Flächenmäßig entstehen also keine Fehler, wenn man die Klothoide durch Kreisbogen mit dem Radius r_m ersetzt. Die Größe der maximalen Abweichung Δq_{max} berechnet sich als Unterschied zwischen

den Pfeilhöhen q_{Kl} und q_{Kr} von Kreis- und Klothoidenbogen über der Sehne $l_1 — l_m$ (Fig. 1). Für kleine Bogenlängen Δl gilt

$$q_{Kl} \sim \frac{(\Delta l)^2}{64} (l_1 + l_m)$$

$$q_{Kr} \sim \frac{(\Delta l)^2}{32\, r_m}$$

Auch hier ist $\Delta l = l_2 — l_1$. Unter Berücksichtigung von Formel (1) und $\Delta q_{max} = q_{Kr} — q_{Kl}$ folgt daraus

$$\boxed{\Delta q_{max} \sim \frac{(\Delta l)^3}{128}} \tag{2}$$

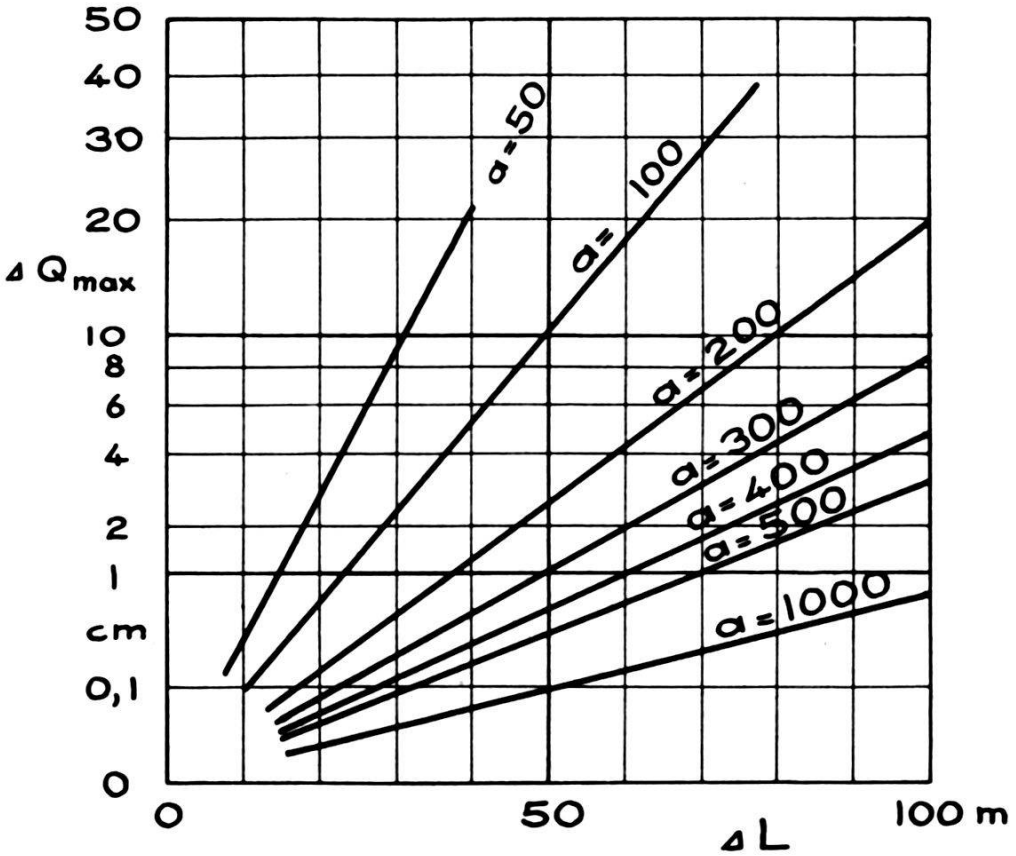

Fig. 4. Maximale Abweichung zwischen Kreis und Klothoide als Funktion der Bogenlänge für verschiedene Parameter

Beispiel

Zwischen einer Geraden und einem Kreisbogen mit $R = 900$ m ist eine Übergangsklothoide zu vermarken. Deren Länge beträgt $L = 100$ m, und ihr Parameter ist $a = 300$. Als maximal zulässige Abweichung ΔQ

zwischen Klothoide und Kreisbogen wählen wir den dritten Teil der Zeichnungstoleranz, die 0,2 mm beträgt. Für den Planmaßstab 1 : 500 ist also $\Delta\, Q_{max}^{zul} = 3$ cm. Aus Figur 4 ersieht man, daß ein Bogen von 100 m Länge und dem Parameter $a = 300$ eine maximale Abweichung von 9 cm ergäbe. Wir unterteilen daher die Übergangsklothoide in zwei Kreisbogen zu 50 m Länge, wodurch sich die maximale Abweichung auf 1 cm vermindert und damit der vorhin festgelegten Toleranz genügt. Der erste Bogen geht von $L_1 = 0$ bis zu $L_2 = 50$ m. Sein Radius ergibt sich aus der Beziehung $R_m \cdot L_m = a^2$. $L_m = 25$ m; $R_m = 3600$ m. Der zweite Bogen beginnt bei $L_1 = 50$ m und endigt bei $L_2 = 100$ m. Die Bogenmitte liegt bei $L_m = 75$ m, und der Kreisradius beträgt $R_m = 1200$ m.

Allgemeiner Arbeitsgang

1. Bestimmung der Klothoidenlänge $L_2 - L_1$ und des Parameters a.
2. Festsetzung der zulässigen Abweichung $\Delta\, Q_{max}^{zul}$ zwischen Klothoide und Kreis.
3. Mit Hilfe der Diagramme Figur 3 oder Figur 4 wählt man Bogenstücke der Länge $\Delta\, L$ derart, daß das dazugehörige $\Delta\, Q_{max} \leq Q_{max}^{zul}$ ist.
4. Unterteilung der Klothoide in Teile der Länge $\Delta\, L$. Berechnung der Bogenmitten L_m und der dazugehörigen Radien R_m.
5. Über den Sehnen, die zu den Bogenstücken $\Delta\, L$ gehören, wird mit den Radien R_m die zur Vermarkung notwendige Anzahl Kreisbogenpunkte abgesteckt. In der Bogenmitte müssen sich Kreis und Klothoide schneiden.

Zusammenfassung

Für die Vermarkung wird die Klothoide durch Kreisbogenstücke ersetzt. Weil der Radius des Ersatzbogens gleich groß gewählt wird wie der Radius der Klothoide in Bogenmitte, so sind die von den beiden Kurven eingeschlossenen Flächen inhaltsgleich. Die Länge des Ersatzbogens wird derart bestimmt, daß die maximale Abweichung zwischen Kreis und Klothoide eine gewählte Toleranz nicht überschreitet. Die Knicke zwischen den Bogenstücken sind so klein, daß man sie nicht bemerkt.

Literatur:

Pierre Klaus, Klothoidentafel. Herausgegeben von der Vereinigung schweizerischer Straßenfachmänner (VSS). Zürich 1953.

50 Jahre Sektion Waldstätte-Zug des Schweizerischen Vereins für Vermessungswesen und Kulturtechnik, Jubiläumsschrift 1906–1956, verfaßt von Paul Dändliker, dipl. Vermessungsingenieur. 17 × 24 cm, 73 Seiten.

Der Verfasser versteht es, in anregender Form auf die Geschichte seiner Sektion einzugehen. Wir empfehlen daher die Anschaffung der Broschüre und benützen die Gelegenheit, der jubilierenden Sektion die herzlichsten Glückwünsche der Redaktion auszusprechen

F. Baeschlin

Korrekturen

1. Seite 266, Formel (1), statt $r_m = \frac{l}{l_m}$

   richtig: $r_m = \frac{1}{l_m}$

2. Seite 269, 17. Zeile von oben,

   statt $\Delta Q_{\max} < Q_{\max}^{zul}$

   richtig: $\Delta Q_{\max} < \Delta Q_{\max}^{zul}$

Adressen der Verfasser:

H. Matthias, Diplom-Ingenieur, c/o Firma Kern & Co., Aarau.
Dipl.-Ing. Christo Čapanov, Haskovo, Bulgarien.
Dipl.-Ing. Georg Zahel, Berlin-Charlottenburg, Nußbaumallee 41.
Raymund Junod, juriste, Service cantonal des améliorations foncières, 14, Cité-Devant, Lausanne.

Sommaire

S.S.M.A.F.: Formation professionnelle. – *H. Matthias*, Calcul des erreurs avec un petit nombre d'observations. – *Christo Čapanov*, Un cas de compensation pour un cercle par la méthode des moindres carrés (fin). – *Georg Zahel*, Mesures exactes avec la «Schlauchwaage». – *Raymond Junod*, Einige Erfahrungen betreffend die Gütervereinigungen im Kanton Waadt. – Emil Fischli †, Otto Weber †. – Communication. – *Communiqué* concernant les cours d'apprentissage pour dessinateurs-geomètres de langue allemande. – Société suisse de Photogrammétrie: Convocation à l'assemblée d'automne à Zurich. – Littérature: Analyses. – Corrections. – Adresses des Auteurs.

Redaktion: Vermessungswesen und Photogrammetrie: Prof. Dr. C. F. Baeschlin, Zollikon, Chefredaktor; Kulturtechnik: Dr. Hans Lüthy, Dipl.-Ing., Wabern bei Bern, Seftigenstraße 345; Planung und Aktuelles: Dipl.-Ing. E. Bachmann, Paßwangstraße 52, Basel

Redaktionsschluß am 1. jeden Monats

Insertionspreis: 28 Rp. per einspaltige Millimeter-Zeile. Bei Wiederholungen Rabatt. Schluß der Inseratenannahme am 6. jeden Monats. **Abonnementspreis:** Schweiz Fr. 15.—; Ausland Fr. 20.— jährlich.

Expedition, Administration und Inseratenannahme: Buchdruckerei Winterthur AG, Telephon (052) 2 22 52