

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Band: 55 (1957)

Heft: 11

Artikel: Über die Zweckmässigkeit der Winkelermittlung durch Längenmessung

Autor: Tomkiewicz, Ivan

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-213599>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

messungen pro Parallaxwinkel entsprechend dem geforderten mittleren Fehler festlegt.

Gemäß Tabelle 7 wäre diese Anzahl für die Beobachter I, II, VI die 4malige, für die Beobachter II, IV, VII, VIII die 5malige und für den Beobachter V die 6malige Einzelwinkelmessung. Einerseits hätten sich die Beobachter also alle Messungen, die mehr als 4- beziehungsweise 5- beziehungsweise 6mal wiederholt wurden, ersparen können, andererseits erreichten aber die Beobachter III, IV, VII, VIII, V auf allen Stationen mit nur 4maliger Wiederholung die geforderte Genauigkeit nicht.

Literatur:

Becker: Anwendungen der mathematischen Statistik auf Probleme der Massenfabrikation.

Linder: Statistische Methoden.

Student: The probable error of a mean.

Über die Zweckmäßigkeit der Winkelermittlung durch Längenmessung

Von Dipl.-Ing. Ivan Tomkiewicz, Aarau

Fast in jedem Buche, in dem von Kurvenabsteckungen die Rede ist, werden auch die Methoden behandelt, wie die Eckwinkel β (bzw. $\alpha = \pi - \beta$) eines Trassenpolygones durch Längenmessung ermittelt werden können. Als ich mit der Straßenlinienführung zu tun hatte und mich mit ihren Problemen befassen mußte, stellte sich mir sofort die Frage über die Zweckmäßigkeit der Anwendung dieser Methoden in der Praxis. Ich untersuchte daher diese Methoden, und die Ergebnisse will ich in diesem Aufsätze kurz zusammenfassen.

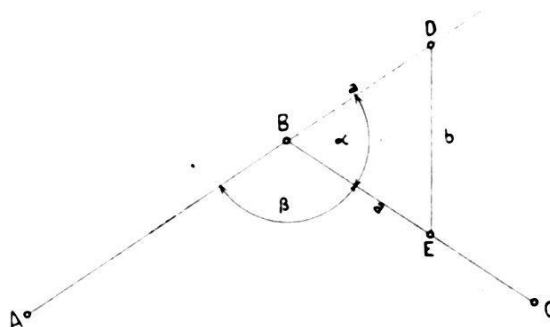


Abb. 1

Ich beabsichtige, zwei Methoden zu behandeln. Auf dem Scheitelpunkt B des Absteckungspolygones soll der Brechungswinkel β (bzw. $\alpha = \pi - \beta$) durch die Messung der Längen a und b bei der ersten (Abb. 1) und der Längen e , c und d bei der zweiten Methode (Abb. 2) ermittelt

werden. Alle drei Scheitelpunkte, A, B, C , müssen zuerst im Terrain durch Fluchtstäbe signalisiert und dann das Dreieck $B-E-D$ (Abb. 1) beziehungsweise $E-F-D$ (Abb. 2) abgesteckt werden. Man mißt nachher die Längen a, b beziehungsweise c, e, d . Von den Meßgeräten braucht man bei der ersten Methode nur Meßband und Fluchtstäbe, bei der zweiten

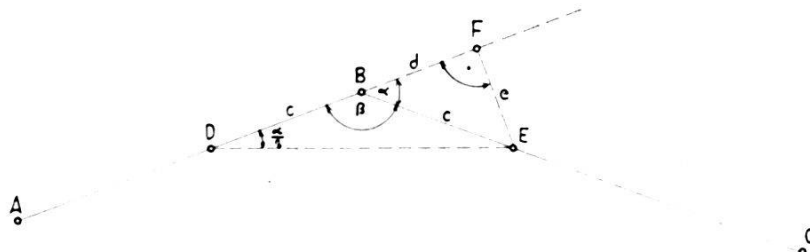


Abb. 2

außerdem noch ein Winkelprisma. Die Berechnung des Winkels α erfolgt dann nach der Formel

$$\alpha = 2 \cdot \arcsin \frac{b}{2a} \quad (1)$$

bei der ersten Methode und nach der Formel

$$\alpha = 2 \cdot \arctan \frac{e}{c+d} = 2 \cdot \arctan \frac{e}{g} \quad (2)$$

bei der zweiten Methode. Die erste Methode ist offensichtlich einfacher, und die dabei ermittelten Längen sind wahrscheinlich etwas genauer als bei der zweiten Methode.

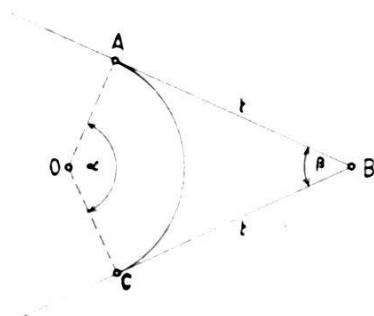


Abb. 3

Bevor man von der Zweckmäßigkeit dieser Methoden sprechen kann, sollte man wissen, mit welcher Genauigkeit der Winkel α ermittelt werden muß, daß es den weiteren Absteckungsarbeiten entspricht.

Die folgenden Erwägungen geben uns gute Einsicht in dieses Problem. Nehmen wir den Fall des einfachen Kreisbogens (Abb. 3).

Die Länge der Tangente t wird durch die Formel

$$t = AB = BC = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

ausgedrückt. Wegen der Ungenauigkeit $d\alpha$ des Winkels α wird auch die Tangente t mit einem Fehler

$$dt = \frac{R}{2} \cdot \frac{d\alpha}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

behaftet. Der Fehler dt hat seinen größten Wert für den Winkel $\alpha = \pi$ und seinen kleinsten Wert für $\alpha = \Theta$. Beide Fälle kommen in der Praxis nicht vor. Als einen sehr ungünstigen Fall kann man $\alpha = 150^\circ$ annehmen. Für $d\alpha = 1'$ und $R = 100$ m bekommt man $dt = 0,22$ m. Man sieht ein, daß in diesem Falle die Genauigkeit $1'$ des Winkels α nicht ausreicht.

Um die Genauigkeit zu bestimmen, mit welcher die Winkel α ermittelt werden können, bedienen wir uns der Fehlertheorie. Wir wollen zuerst die erste Methode untersuchen.

Das totale Differential der Gleichung (1) lautet:

$$d\alpha = 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \left(\frac{db}{b} - \frac{da}{a} \right) \quad (5)$$

Vertauschen wir die Differentiale mit mittleren Fehlern, so bekommen wir

$$m_\alpha = 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_a}{a}\right)^2} \quad (6)$$

Den Maximalwert von $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ bekommt man für $\alpha = \pi$. Da ist $\beta = 0$, und ein solcher Fall besteht nicht. Der Maximalwert von $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ liegt dann bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Ist α größer, dann bestimmen wir lieber β . Für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ hat die Gleichung (6) die folgende Form:

$$m_\alpha = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_a}{a}\right)^2} \quad (7)$$

Es ist jetzt notwendig, die praktische Dreiecksgröße festzustellen. Aus der Gleichung (6) geht hervor, daß die Dreiecksgröße eine große Rolle spielt. Der mittlere Fehler der Längenmessung kann in allgemeiner Form ausgedrückt werden wie folgt:

$$m_s = k \cdot \sqrt{s} \quad (8)$$

k ist eine Konstante und s die Länge. Wir können daher schreiben:

$$\frac{m_b}{b} = \frac{k}{\sqrt{b}} \quad (9)$$

$$\frac{m_a}{a} = \frac{k}{\sqrt{a}} \quad (10)$$

Setzen wir jetzt die Gleichungen (9) und (10) in die Gleichung (7) ein, so bekommen wir:

$$m_a = 2 \cdot k \cdot \operatorname{tg} \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} \quad (11)$$

Mit der Gleichung (11) ist die Abhängigkeit des Fehlers von der Dreiecksgröße völlig abgeklärt. Es werden größere Dreiecke bevorzugt. Da aber die großen Dreiecke mehr Arbeit geben und m_a viel langsamer abnimmt, als das Dreieck wächst, ist die Annahme von $a = 20$ m vielleicht berechtigt.

Wenn wir uns die Arbeit mit Fluchtstäben bei der Dreiecksabsteckung vor Augen halten, dann müssen wir wohl den Wert für $k = 0,005$ annehmen. Das heißt, daß man bei der Länge $a = 20$ m mit einem mittleren Längfehler $m_a = 0,02$ m rechnen muß.

In der Tabelle 1 sind die Zahlenergebnisse der Gleichung (11) für die Werte $k = 0,005$, $a = 20$ m und für verschiedene Dreiecksformen enthalten.

Nr.	α°	$b = 2a \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$	m_a
1	10	3,8	1,7'
2	20	7,0	2,7'
3	30	10,4	3,5'
4	40	13,7	4,4'
5	50	16,9	5,3'
6	60	20,0	6,4'
7	70	23,0	7,5'
8	80	25,7	8,6'
9	90	28,3	10,0'

Tabelle 1

Wir wollen die gleiche Untersuchung auch für die zweite Methode machen. In derselben Weise gehen wir auch da vor und kommen zur Endgleichung:

$$m_a = k \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{e} + \frac{1}{g}} \quad (12)$$

In der Tabelle 2 sind die Zahlenergebnisse der Gleichung 12 für die Werte $k = 0,005$, $e = 20$ m und für verschiedene Dreiecksformen erhalten.

Nr.	α°	$e = g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$	m_α
1	10	1,7	2,4'
2	20	3,5	3,4'
3	30	5,4	4,2'
4	40	7,3	4,8'
5	50	9,3	5,3'
6	60	11,5	5,5'
7	70	14,0	5,7'
8	80	16,8	5,6'
9	90	20,0	5,5'

Tabelle 2

Aus den beiden Tabellen ist ersichtlich, wie die Größe des Fehlers m_α bei beiden Methoden von der Dreiecksform abhängt. Der Winkel α soll klein sein. Jedoch ist der Fehler m_α auch bei kleinen Winkeln α sehr groß. Wir wissen bereits, daß auch die Genauigkeit 1' manchmal nicht ausreicht. Daraus ist unschwer zu erkennen, daß die Genauigkeit der durch Längenmessung ermittelten Winkel für die zeitgemäßen Absteckungsarbeiten unzulänglich und unzulässig ist. Die Genauigkeit sollte 5- bis 10mal größer sein. So etwas könnte man nur bei der Anwendung viel genauerer Methoden erlangen, wobei man unbedingt den Theodolit verwenden muß. Doch wenn wir schon einmal den Theodolit zur Stelle haben, dann messen wir lieber und viel bequemer den Winkel β unmittelbar. Dabei ist eine Genauigkeit $m_\beta = 20''$ bis $30''$ immer gewährleistet.

So gelangen wir zum Schluß, daß eine Winkelermittlung durch Längenmessung für die meisten Trassierungszwecke ungeeignet ist. Es ist vielleicht besser, wenn man diese Methoden in den Lehr- und Taschenbüchern ohne entsprechenden Kommentar nicht mehr erwähnt.

Landwirtschaft und Meliorationen in Dänemark

Eindrücke von einer Studienreise der Schweiz. Kulturingenieure

24. August bis 1. September 1957

Von Albert Scherrer, Kulturingenieur, St. Gallen

Einleitung der Redaktion

In der letzten Augustwoche besuchte eine Gruppe schweizerischer Kulturingenieure Dänemark. Bei der Fahrt von Süden nach Norden, durch die Halbinsel Jütland hinauf und dann bei den von Kopenhagen