Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 56 (1958)

Heft: 11

Artikel: Problèmes d'aérotélémétrie de la trilatération

Autor: Ansermet, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-214404

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

und wegen $2\,\pi\,k^2\vartheta = 0{,}0419\,0885\,\vartheta$ mgal/m

$$\vartheta = 2{,}1525 \pm 0{,}1666 \tag{25}$$

Schließlich sinken die mittleren topographischen Korrektionen (21) gemäß (22) auf 80,5 Prozent ab:

$$T'_{m1} = +\,0{,}0046 \text{ mgal}; \quad T'_{m2} = -\,0{,}1005 \text{ mgal} \tag{21a}$$

Das hier entwickelte Verfahren zur Bestimmung der Bodendichte hat den Vorteil, daß der Einfluß der Topographie dank der Differenzbildung und der Division durch die Entfernungen Δs_{ki} weitgehend ausgeschaltet ist. Für ein ideal ebenes geneigtes Gelände wären die topographischen Reduktionen in sämtlichen Meßpunkten gleich und daher ihre Differenz streng Null. Während im vorliegenden Falle der Mittelwert bezüglich des ersten Zentrums praktisch verschwindet, ist er für das zweite Zentrum — 0,1 mgal. Dies erklärt sich aus dem Umstand, daß der Mittelwert der Δn_{ki} für das erste Zentrum bloß — 0,23 m, für das zweite Zentrum jedoch — 3,17 m beträgt. Es dürfte sich daher bei der Anlage eines Ovals mit zwei Zentren stets empfehlen, das eine der beiden Zentren in der mittleren Höhe der Polygonpunkte zu wählen, während es studienhalber vorteilhaft ist, wenn für das zweite Zentrum das Mittel der Δn_{k2} möglichst groß ausfällt. (Fortsetzung folgt.)

Problèmes d'aérotélémétrie et de trilatération

Par A. Ansermet

Généralités

Depuis quelques années la littérature géodésique s'est enrichie d'un chapitre important relatif aux moyens modernes de mesures linéaires. Ce sujet, très vaste, chevauche sur les domaines de la physique d'une part, de la mensuration quant à certaines applications pratiques d'autre part, qu'il s'agisse des méthodes radiotélémétriques ou électro-optiques comportant la modulation d'ondes lumineuses à haute fréquence.

Sur ces problèmes, traités au point de vue de la physique, on dispose d'une documentation abondante; en ce qui concerne plus spécialement les applications (géodésie, aéromensuration), la documentation est plus fragmentaire surtout pour ce qui est de la radiotélémétrie. C'est un domaine en plein développement, et il serait prématuré de se prononcer de façon trop affirmative quant à son évolution future.

Dans le numéro de janvier de cette Revue, un spécialiste éminent a consacré quelques pages à une méthode radiotélémétrique susceptible d'intéresser la géodésie et l'aéromensuration. Ce fut, de la part de l'auteur, une performance d'avoir, en onze pages, développé de façon si instructive cette matière nouvelle et assez complexe. Toutefois, certains aspects du problème étaient présentés forcément sous une forme un peu

condensée. C'est le cas notamment pour la compensation, et le but principal de ces lignes est de formuler à ce sujet encore quelques considérations.

Un élément joue un rôle capital quant au choix d'une méthode à adopter en pratique: c'est la précision à réaliser dans chaque cas, laquelle dépend surtout de l'échelle des levers.

Admettons au préalable, pour ne pas revenir sur des sujets déjà traités ailleurs, que les problèmes ci-après sont plus ou moins résolus à ce jour de façon satisfaisante:

1° la réduction sur le sphéroïde terrestre (ou le géoïde) des longueurs brutes mesurées à bord de l'aéronef;

2° tout ce qui concerne la trajectoire des ondes électromagnétiques (courbure, vitesse de propagation des ondes) en formulant toutefois cette réserve que certaines valeurs empiriques sont susceptibles d'être encore modifiées;

3° tout ce qui concerne le rattachement des réseaux à des points connus (points de Laplace, etc.).

Avant toute compensation on cherche aussi à faire la discrimination entre les erreurs indépendantes des longueurs radiotélémétrées et les autres erreurs ([2] p. 167). Il s'agit notamment des retards dans la retransmission de la réponse à la station au sol. Il y a lieu de procéder à des étalonnages sur des bases exactement connues. A ce défaut une inconnue auxiliaire t au moins doit figurer dans les calculs ([1] p. 42).

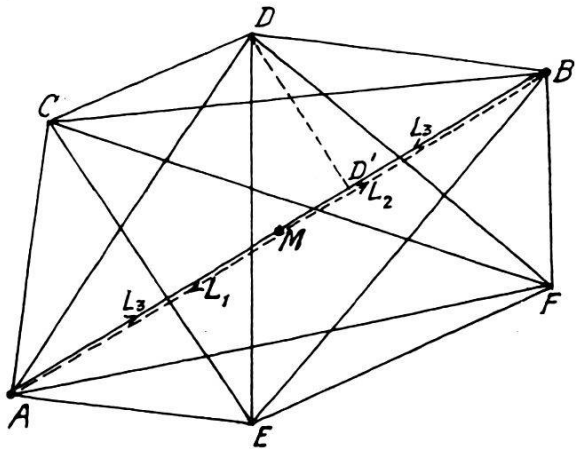

Fig. 1

Rappelons succinctement, avant de poursuivre, en quoi consiste la méthode appliquée en aérotrilatération:

Le côté AB (Fig. 1) par exemple, étant à mesurer, l'aéronef évolue dans le voisinage immédiat du point M mais à une altitude suffisante pour ne pas perdre de vue les balises répondeuses A et B; à bord, en M, est un émetteur qui débite à une cadence déterminée, alternativement, aux deux stations de référence A et B des interrogations périodiques ayant la forme de «pulses» très brefs. Les longueurs d'ondes respectives sont L_1 et L_2. Les deux stations répondeuses sont équipées chacune d'un

récepteur qui reçoit les signaux et les réémet sur une longueur d'onde commune L_3 pour aboutir en M au tube cathodique indicateur dont l'écran présente à la fois le «pip» initial de l'interrogation et les deux «pips» de réponse des stations A et B. Le balayage sur l'écran est circulaire et résulte de la combinaison de deux ondes sinusoïdales déphasées mutuellement de 90°.

Le principe consiste donc dans une mesure très précise de laps de temps qu'il y a lieu de convertir en distances après diverses corrections. Par conséquent, une fois ces corrections effectuées:

$$AB = AM + MB$$

Pour des côtés AB relativement courts, certains praticiens préconisent de reporter le point M sur le prolongement de AB en projection horizontale. En d'autres termes: $AB = MA - MB$ après qu'on a effectué les corrections déjà mentionnées. Dans les deux éventualités les déplacements de l'avion de part et d'autre du plan vertical passant par AB se traduisent par le tracé d'une parabole compensatrice dont on détermine le sommet. L'altitude de l'aéronef est fournie par un altimètre.

Compensation d'un réseau trilatéré

Si les poids des éléments mesurés sont $p_1, p_2 \ldots\ldots p_n$, ils deviennent, après compensation, $k_1p_1, k_2p_2 \ldots\ldots k_np_n$ où les k sont des facteurs d'amplification tels que:

$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{k_n} = u = n \cdot \frac{1}{k_m} \qquad (u \text{ inconnues})$$

où k_m serait la valeur commune de tous les k si ceux-ci étaient égaux.

Comparons les réseaux triangulés et trilatérés:

Dans un quadrilatère complet à 8 angles observés:

$$k_m = \frac{8}{4} = 2 \qquad (4 \text{ inconnues})$$

et si, dans la même figure, 6 côtés sont télémétrés:

$$k_m = \frac{6}{5} = 1{,}2 \qquad (5 \text{ inconnues})$$

Pour le petit réseau de la Figure 1, avec 15 côtés, on a

$$k_m = \frac{15}{9} = 1{,}67 \qquad (6 \text{ conditions})$$

mais en faisant intervenir l'inconnue auxiliaire t

$$k_m = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

En triangulation ces valeurs seraient considérées comme faibles.

Cas où les coefficients de l'inconnue t sont nuls

On a le système d'équations de condition ([1] p. 43):

$$\begin{aligned} o &= w_1 + [av] + [a]t \\ o &= w_2 + [bv] + [b]t \\ o &= w_3 + [cv] + [c]t \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

où les w sont les discordances.

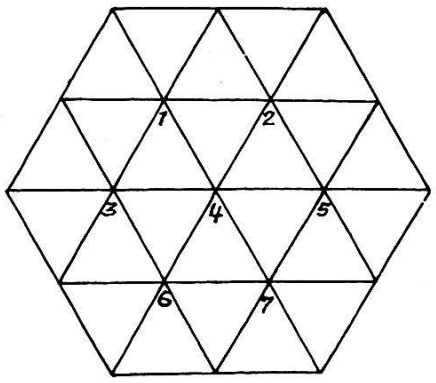

Fig. 2

Certains *schémas* permettent de réaliser la solution:

$$[a] = [b] = [c] = \ldots\ldots = o$$

Ce sera le cas pour la chaîne double de triangles ([6] p. 37) et pour le bloc de la Figure 2 avec 42 côtés égaux, 19 sommets, 7 équations de condition (7 systèmes centraux). C'est la meilleure manière d'éliminer t mais, bien entendu, ce sont des schémas. En général les praticiens distinguent 3 composantes donnant lieu à la résultante t ([2] p. 167). La visibilité entre sommets n'étant pas nécessaire, les spécialistes de la trilatération ont plus de liberté pour établir le canevas.

Si le facteur k_m relatif au schéma de la Figure 2 est faible il faut considérer qu'on s'est affranchi de cet élément t assez gênant. Les circonstances ne permettent pas toujours de disposer de bases pour procéder à des étalonnages.

Tracé des ellipses d'erreur

Considérons toujours le petit réseau de la Figure 1 en faisant abstraction du cas où la compensation a lieu par la méthode de la variation des coordonnées. En général l'ellipse sera déterminée par trois paires de tangentes parallèles.

En triangulation c'est simple; deux sommets, A et B, peuvent être choisis arbitrairement pour la compensation (4 éléments). En un sommet D l'ellipse est facile à tracer. Il suffit de calculer, après compensation, les

erreurs moyennes quadratiques respectives des trois angles du triangle ADB. Pour l'angle ADB on applique la formule de la translation de la tangente ([3] p. 628).

En trilatération c'est moins simple car on peut choisir au préalable et arbitrairement trois éléments seulement: le sommet A et la direction AB. L'ellipse d'erreur au sommet B est infiniment aplatie et se réduit à un segment linéaire. Pour l'ellipse en D on calcule, après compensation, les erreurs quadratiques moyennes du côté AD, de l'angle DAB et de la hauteur DD'. Il y a des fonctions dont les poids sont à calculer. Cette solution n'est pas la seule.

Remarque générale: le raisonnement qui précède et qui suit subsiste, que l'hexagone de la Figure 1 soit dans le plan ou sur une sphère.

Choix du mode de compensation

C'est là un problème assez complexe. Le quadrilatère complet est en général l'élément essentiel d'un réseau. Désignons par $1_1, 1_2 \ldots\ldots 1_6$ les valeurs aérotélémétrées, mais ayant subi les corrections que l'on sait, par $(l_1 + v_1), (l_2 + v_2) \ldots\ldots (l_6 + v_6)$ les valeurs compensées et par $(l_1 + f_1), (l_2 + f_2) \ldots\ldots (l_6 + f_6)$ des quantités provisoires, certains f pouvant être nuls.

Toujours dans le quadrilatère on a:

$$F\,(l_1 + v_1, l_2 + v_2 \ldots\ldots l_6 + v_6) = o = [av] + w$$
$$(w = \text{discordance})$$

Il est fait abstraction ici de l'inconnue auxiliaire.

Si on a cette chance, assez rare en pratique, de rencontrer un quadrilatère à peu près inscrit dans un cercle, on appliquera la formule de Ptolémée aux éléments provisoires:

$$(l_5 + f_5)\,(l_6 + f_6) = (l_1 + f_1)\,(l_3 + f_3) + (l_2 + f_2)\,(l_4 + f_4)$$

tandis que:

$$(l_5 + v_5)\,(l_6 + v_6) \cong (l_1 + v_1)\,(l_3 + v_3) + (l_2 + v_2)\,(l_4 + v_4)$$

Les f et les v ont pratiquement les mêmes coefficients $a_1, a_2 \ldots\ldots a_6$, dont le calcul est instantané. La discordance w si elle est nécessaire, ce qui n'est pas toujours le cas, est à déterminer autrement.

En général la fonction F sera établie de diverses façons:

1° On exprimera que la surface du quadrilatère compensé peut être calculée de deux manières en fonction des côtés $(l_1 + v_1), l_2 + v_2) \ldots\ldots$

$$(ADC) + (ADB) = (BCA) + (BCD)$$

où les parenthèses indiquent qu'il s'agit de surfaces.

2° Un angle, après compensation, donne lieu à la relation:

$$CAB = CAD + DAB$$

Cette solution est la plus courante; les calculs sont fastidieux dans les deux cas. Pour de longues diagonales il faut fractionner les figures; cela peut devenir assez compliqué.

Le critère pour le choix du mode de compensation ne sera donc pas toujours basé sur le nombre d'équations normales.

Dans l'exemple concret, donné par la Figure 1, il y a ou bien 6 équations normales (6 conditions) ou 9 équations normales (9 inconnues) toujours en faisant abstraction de l'inconnue auxiliaire t.

Et pour le tracé des ellipses d'erreur le choix de la méthode joue un rôle.

Détermination de stations spatiales

Théoriquement il y a lieu de déterminer le point P d'intersection d'une surface de niveau d'altitude connue avec deux sphères dont les centres sont respectivement les stations de référence connues au sol A et B. En général il y a un groupe de stations spatiales et le calcul, contrairement à ce qui a lieu pour les réseaux, peut être effectué dans le plan, moyennant une projection simple ou double. C'est tout de même un avantage de ne pas avoir recours au calcul sur une sphère.

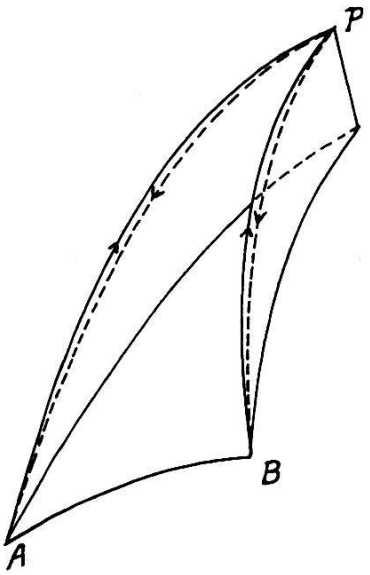

Fig. 3

Dans la Figure 3, à titre de simplification, on a admis que les points A et B étaient sur la surface de niceau zéro. Les longueurs PA et PB, radiotélémétrées, doivent subir des corrections, être réduites sur le sphéroïde. Une solution provisoire rend ici des services mais il n'y a pas de compensation en l'absence de mesures surabondantes. Un élément de contrôle serait pourtant le bienvenu et rendrait plus facile le calcul de certaines erreurs moyennes quadratiques. Le mode de détermination, tel qu'il résulte de la Figure 3, paraît cependant avoir fait ses preuves ([4] p. 21). La solution provisoire pourra être obtenue par voie graphique.

En *résumé* on voit que les résultats obtenus à ce jour en radiotélémétrie sont substantiels. Une petite complication résulte de la correction à apporter pour retards, différences de circuit à la réception et au sol. Les praticiens discernent, on l'a dit, des corrections (délais) au nombre de trois qu'en général on totalise ([2] p. 167). Par analogie à ce qui se pratique pour la constante additive en tachéométrie ils cherchent à dissocier cet élément, indépendant de la longueur mesurée, en rendant presque nulle la distance de l'émetteur à la station de référence. Cela n'exclut pas l'introduction d'une inconnue auxiliaire t, quitte à constater qu'elle est devenue négligeable. Et l'on a vu, que pour certains schémas de réseaux, les coefficients de t dans les équations de condition sont nuls. Le rôle joué par cet élément est ainsi neutralisé.

La solution faisant l'objet de la Figure 2 n'est pas la seule.

Radiotélémétrie différentielle (à réseaux d'hyperboles)

Il est opportun, semble-t-il, de consacrer quelques lignes à cette forme de télémétrie susceptible de rendre des services pour les levers aux petites échelles. On peut distinguer deux systèmes de mesures:

I Télémétrie différentielle à modulation des impulsions, comportant une station maîtresse et deux stations asservies au moins (Loran, etc.).

II Télémétrie différentielle sans modulation des impulsions, avec trois ou quatre stations dont une maîtresse (Dectra, etc.).

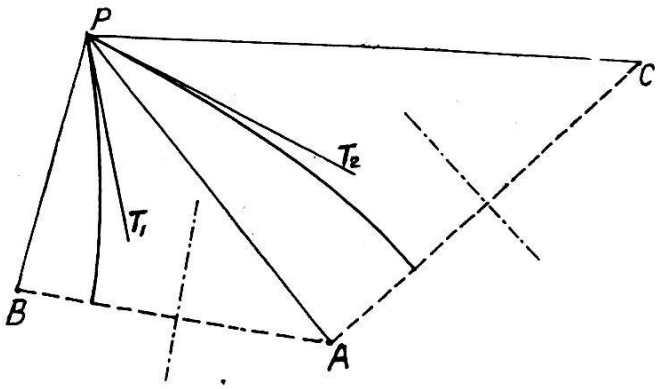

Fig. 4

La Figure 4 est un schéma; un récepteur est à bord de l'aéronef en P. Les stations A (maîtresse), B et C (asservies), émettent des impulsions synchronisées sur onde modulée (Loran). Les longueurs PA, PB, PC étant inégales on enregistre au récepteur des différences de temps.

En d'autres termes la différence $(PA - PB)$ est proportionnelle à $(t_A - t_B)$, retard constaté en P en comparant les temps de réception. Le lieu géométrique de P est donc une hyperbole de foyers A et B; la tangente T_1 en P à la courbe est la bissectrice de l'angle BPA. De même la tangente T_2 en P, à la seconde hyperbole de foyers A et C, est la bissectrice de l'angle APC.

On aura volontiers recours à une solution provisoire P_0 en admettant qu'en P_0 et P les bissectrices sont parallèles, c'est-à-dire que les tangentes T_1 et T_2) ne subissent que des translations.

Ce problème de la translation de la tangente est bien connu en triangulation ([3] p. 6.26); mais ici la translation est proportionnelle à la «sensibilité de l'hyperbole», laquelle sensibilité est inversément proportionnelle à sinus $\frac{BPA}{2}$ $\left(\text{ou sinus } \frac{APC}{2}\right)$. Il ne faut donc pas que ces angles soient trop petits ([5] p. 416).

En général les quatre points A, B, C, P, dont les altitudes sont connues, ne sont pas dans un même plan et il y a des réductions à effectuer ce qui est facile grâce à la solution provisoire. Bien entendu les différences $(PA - PB)$ et $(PC - PA)$ doivent être aussi précises que possible. La sensibilité en dépend.

Dans le second des systèmes par différence de mesures (II), des signaux synchronisés en phase sont émis sur onde entretenue non modulée. A bord de l'aéronef on enregistre des différences de phase en fonction desquelles des hyperboles sont tracées.

Dans ces groupes I et II il y a des radiotélémètres de types divers pour distances longues, moyennes et courtes.

Mais c'est surtout en navigation maritime et aérienne que la radiotélémétrie différentielle joue un rôle prépondérant.

Dans les applications chaque réseau d'hyperboles a en général une couleur distincte.

L'inverse de sinus $\frac{BPA}{2}$, dont dépend en partie la sensibilité, est aussi appelé «facteur de dilatation».

Ce sont surtout les radiotélémètres du groupe II (Dectra, Decca) qui sont susceptibles d'être utilisés pour des buts non militaires.

Littérature

[1] *Baeschlin C. F.*, Sphärische Berechnung von Streckennetzen (Comm. géodésique Suisse 1951)

[2] *Hugon P.*, Radar de navigation (Paris 1951)

[3] *Kobold F.*, Vermessungskunde (Zürich 1958)

[4] *Laurila S.*, Elektronische Methode Hiran (Schweiz. Zeitschr. f. Verm. 1958, N° 1)

[5] *Roussilhe H.*, Astronomie appliquée et géodésie (Paris 1924)

[6] *Ansermet A.*, L'extension d'un théorème de Schreiber (Schweiz. Zeitschr. f. Verm. 1957, N° 2)