

# Die Methode der direkten Geländekorrekturen [Schluss]

Autor(en): **Frisch, Armand K.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **58 (1960)**

Heft 10

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-216114>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

neigung verbunden ist, ist auch hier erkennbar, wenngleich einige Setzungserscheinungen im oberen Teil der Rutschung das allgemeine Bild etwas stören. Entsprechend den sehr großen Lageänderungen treten Senkungen bis zu 12 m pro Jahr auf.

Abb. 13 und 14 geben für eine Anzahl im eigentlichen Rutschgebiet liegende Punkte die Verschiebungsgeschwindigkeit in Lage und Höhe. Aus den Abbildungen geht hervor, daß *die Geschwindigkeit der Bewegung im horizontalen wie im vertikalen Sinne bis zum Jahr 1958 zunahm. Zwischen 1958 und 1959 ist die Geschwindigkeit stark zurückgegangen.* Diese Erscheinungen stehen ohne Zweifel im engsten Zusammenhang mit den Niederschlagsmengen. Doch dürfen Deutungen solcher Erscheinungen grundsätzlich nicht Sache des Geodäten sein. Sie sollen daher hier auch nicht berührt werden.

Dagegen sei nochmals darauf hingewiesen, daß für die Punkte in der näheren Umgebung des eigentlichen Dorfgebietes von Schuders weder in Lage noch in Höhe Verschiebungen nachgewiesen werden können.

Über die großen Massenverlagerungen als Folge der Rutschbewegung geben die photogrammetrischen Auswertungen von 1946 und 1958 Aufschluß. Abb. 15 zeigt den Verlauf der gleichen Horizontalkurven in den zwei Vergleichsjahren. Man erkennt die Rutschbewegung auch aus der Verlagerung der Straße, die allerdings wegen ständiger Korrekturen nicht in den Einzelheiten verglichen werden darf.

Aufschlußreicher noch als Abb. 15 für die Beurteilung der Erdbewegungen sind die Abb. 16 bis 19. Die bewegten Erdmassen sind beträchtlich. Wenn auch im gesamten der Abtrag gleich der Aufschüttung ist, so kann das für die einzelnen Profile deshalb nicht zutreffen, weil sie nicht in der Fallinie liegen.

## Die Methode der direkten Geländekorrektion

Von Armand K. Frisch, Wien

(Schluß)

c) *Vergleich zwischen ebener, reduzierter und sphärischer Berechnung der vertikalen Anziehung der Zonen auf Punkte der Lotlinie.*

Für den Vergleich (siehe Tabelle 2) wurden vier Zonen der Station Hochthor ( $H = 2504,25$  m) herangezogen, und zwar die Zonen 0,5–1,0 km, 4–6 km, 20–30 km und 300–500 km. Die hierbei verwendeten mittleren Höhen wurden aus den bei Mader angegebenen 16 Sektorhöhen (siehe Tabelle 5) gemittelt, zusätzlich wurden auch noch die vorhergehenden und nachfolgenden runden 100-m-Werte der mittleren Zonenhöhen mitgerechnet, um die Interpolationsmöglichkeiten anzudeuten. Es zeigt sich hierbei, daß die lineare Interpolation, wie erwähnt, in den meisten Fällen schon die 0,01 mgal ergibt.

*Tabelle 2: Vergleich zwischen ebener, reduzierter und der Zonen auf*

$H = 2,5042 \text{ km}$	Zonenhöhe $h_{i,i+1}$ km		1.) Eben	
			a) Gelände mgal	b) Geoid mgal
0,5-1,0	2,4000	2,5000	+ 39,869	- 39,836
	2,6000		+ 40,472	- 40,448
4-6	2,1000	2,1313	+ 39,961	- 41,019
	2,2000		+ 23,892	- 18,229
20-30	1,8000	1,8250	+ 24,006	- 18,708
	1,9000		+ 24,224	- 19,771
300-500	0,3000	0,3500	+ 5,406	- 3,047
	0,4000		+ 5,438	- 3,132
2.) Reduziert				
0,5-1,0	2,4000	2,5000	+ 39,869	- 39,836
	2,6000		+ 40,472	- 40,448
4-6	2,1000	2,1313	+ 39,962	- 41,018
	2,2000		+ 23,916	- 18,200
20-30	1,8000	1,8250	+ 24,030	- 18,678
	1,9000		+ 24,250	- 19,741
300-500	0,3000	0,3500	+ 5,569	- 2,881
	0,4000		+ 5,604	- 2,964
3.) Sphärisch				
0,5-1,0	2,4000	2,5000	+ 0,675	+ 0,562
	2,6000		+ 0,786	+ 0,654
4-6	2,1000	2,1313	+ 0,897	+ 0,746
	2,2000			
20-30	1,8000	1,8250		
	1,9000			
300-500	0,3000	0,3500		
	0,4000			

*sphärischer Berechnung der vertikalen Anziehung  
Punkte der Lotlinie*

Anziehungsdifferenzen			
c) $\frac{1}{2}$ (Gel. + Geoid) mgal	d) Durchschnittswert mgal	c) — a) mgal	d) — a) mgal
+0,016 +0,012 —0,529	+1,663 +0,068 —1,552	—39,853 —40,460 —40,490	—38,206 —40,404 —41,513
+2,832 +2,649 +2,227	+3,413 +3,191 +2,678	—21,060 —21,357 —21,997	—20,479 —20,815 —21,546
+1,179 +1,152 +1,068	+1,189 +1,163 +1,077	— 4,227 — 4,286 — 4,461	— 4,217 — 4,275 — 4,452
+0,050 +0,057 +0,064	+0,050 +0,057 +0,063	— 0,057 — 0,066 — 0,075	— 0,057 — 0,066 — 0,076
+0,016 +0,012 —0,528	+1,665 +0,071 —1,549	—39,853 —40,460 —40,490	—38,204 —40,401 —41,511
+2,858 +2,676 +2,255	+3,446 +3,224 +2,712	—21,058 —21,354 —21,995	—20,470 —20,806 —21,538
+1,344 +1,320 +1,242	+1,355 +1,331 +1,252	— 4,225 — 4,284 — 4,459	— 4,214 — 4,273 — 4,449
+0,618 <sub>5</sub> +0,720 <sub>0</sub> +0,821 <sub>5</sub>	+0,618 +0,720 <sub>5</sub> +0,821 <sub>5</sub>	— 0,056 — 0,066 — 0,075	— 0,057 — 0,066 — 0,075
+0,016 +0,011 —0,529		—39,856 —40,464 —40,494	
+2,858 +2,677 +2,255		—21,056 —21,352 —21,992	
+1,338 +1,314 +1,235		— 4,224 — 4,283 — 4,459	
+0,584 +0,679 +0,775		— 0,056 — 0,066 — 0,075	

Die Berechnung der Anziehungen auf den Geländepunkt erfolgte nach (26) /eben/, (31) /reduziert/ und (22) /sphärisch/, auf den Geoidpunkt nach (27) /eben/, (32) /reduziert/ und (23) /sphärisch/, die Berechnung der durchschnittlichen Anziehung in der Lotlinie nach (28) /eben/ und (33) /reduziert/.

Die Berechnung des exakten sphärischen Durchschnittswertes wurde wegen ihrer Kompliziertheit unterlassen und da der Vergleich mit Hilfe des arithmetischen Mittels bereits vollkommen schlüssige Resultate zuläßt und zeigt, daß der Unterschied zwischen reduzierter und sphärischer Berechnung bei den Anziehungsdifferenzen c)–a) beziehungsweise d)–a) nur wenige 0,001 milligal ausmacht, wobei überdies bei diesen Fehlern noch das wechselnde Vorzeichen zu berücksichtigen ist, so daß der Fehler in der Summe vollkommen vernachlässigt werden kann, wenn man sich mit einer Genauigkeit von wenigen 0,01 Milligal begnügt.

Gleichzeitig sieht man auch die verhältnismäßig großen Unterschiede zwischen den Durchschnittswerten d) und den arithmetischen Mitteln c), die erst bei großen Entfernungen nahezu verschwinden. Die Unterschiede zwischen den ebenen und reduzierten Anziehungsdifferenzen sind sehr klein, aber offenbar systematischer Natur, da die ebene Rechnung stets zu große Differenzen ergibt.

In der Tabelle 3 findet man für die gleichen vier Zonen die entsprechenden Werte der negativen isostatischen Kompensationsmassen, berechnet nach (35) /reduziert/ und (24) /sphärisch/ für den Geländepunkt, analog (35) mit  $H = 0$  für die reduzierte Anziehung und nach (25) /sphärisch/ für die sphärische Anziehung auf den Geoidpunkt, und schließlich nach (36) /reduziert/ für den Durchschnittswert.

Man sieht, daß die Unterschiede zwischen den reduziert gerechneten Differenzen c)–a) und den entsprechenden sphärisch gerechneten Differenzen unter 0,001 milligal bleiben.

*d) Vergleich zwischen der Berechnung auf Grund der mittleren Zonenhöhe und der getrennten, sektorenweisen Berechnung.*

Zum Vergleich wurde (Tabelle 4) die Zone X (11–15 km) nach der Maderschen Einteilung herangezogen, weil bei ihr die auf Grund der 16 Sektorhöhen errechnete Gesamtanziehung sowohl bezüglich des Geoidpunktes als auch bezüglich des Punktes in halber Höhe zwischen Gelände- und Geoidpunkt von der auf Grund des mittleren Wertes der 16 Sektorhöhen errechneten Anziehung – im Vergleich zu den anderen Zonen – am stärksten abweicht. Mader findet für die Summe der Anziehungen aller Sektoren dieser Zone (unter Abzug der unendlichen Platte)

auf den Geoidpunkt:	7,43 mgal und
auf den Punkt in halber Höhe:	2,30 mgal,

Tabelle 3: Vergleich zwischen reduzierter und sphärischer Berechnung der Anziehung der isostatischen Kompensationsmassen

		Reduziert					
Zone $x_i - x_{i+1}$ km	Höhe der Zone $h_{i,i+1}$ Kompensat. Dichte $T_{i,i+1}$	a) Gelände mgal	b) Geoid mgal	c) $\frac{1}{2}$ (Ge- lände + Geoid) mgal	d) Durch- schnitt mgal	e) — a) mgal	d) — a) mgal
0,5–1,0	2,5000 km —0,06750	— 0,394	— 1,405	— 0,899 <sub>5</sub>	— 0,797	—0,505 <sub>5</sub>	—0,403
4–6	2,1313 km —0,05755	— 4,069	— 4,589	— 4,329	— 4,404	—0,260	—0,335
20–30	1,8250 km —0,04928	—15,677	—15,673	—15,675	—15,693	+0,002	—0,016
300–500	0,3500 km —0,00945	— 3,212	— 3,099	— 3,155 <sub>5</sub>	— 3,156	+0,056 <sub>5</sub>	+0,056
Sphärisch							
0,5–1,0	2,5000 km —0,06750	— 0,393	— 1,405	— 0,899 <sub>0</sub>		—0,506	
4–6	2,1313 km —0,05755	— 4,054	— 4,573	— 4,313 <sub>5</sub>		—0,259 <sub>5</sub>	
20–30	1,8250 km —0,04928	—15,571	—15,566	—15,568 <sub>5</sub>		+0,002 <sub>5</sub>	
300–500	0,3500 km —0,00945	— 3,204	— 3,090	— 3,147 <sub>0</sub>		+0,057 <sub>0</sub>	

während die Anziehung auf Grund der mittleren Zonenhöhe

auf den Geoidpunkt: 6,91 mgal und  
auf den Punkt in halber Höhe: 1,30 mgal, somit

Differenzen von 0,52 beziehungsweise 1,00 mgal ergibt.

Bei Berechnung nach den Formeln (31), (32) und (33) der direkten Methode findet man unter Zugrundelegung des Mittelwertes  $h_{11,15} = 2,2469$  m für die 16 Sektorenhöhen dieser Zone einen Anziehungswert auf den Geländepunkt von + 8,354 mgal, auf den Geoidpunkt von — 6,697 mgal und den Durchschnittswert von + 0,853 mgal.

Die Berechnung nach einzelnen Sektoren ergibt folgende Werte (siehe Tabelle 4): Geländepunkt: + 7,984 mgal; Geoidpunkt: — 7,020 mgal; Durchschnittswert: + 0,495 mgal.

Der Unterschied  $\Delta$  zwischen dem Anziehungsbetrag auf Grund des Mittelwertes aller Sektorenhöhen und dem, der sich nach der einzelnen, sektorenweisen Berechnung ergibt, macht also für diesen extremen Fall nur 0,012 mgal aus, was man ebenfalls ohne weiteres vernachlässigen kann.



Tabelle 4: Vergleich zwischen der Berechnung auf Grund der mittleren Zonenhöhe und der sektorenweisen Berechnung

Anzahl der Sektoren	Sektorhöhe km	Gelände mgal	Geoid mgal	$\frac{1}{2}$ (Gelände + Geoid) mgal	Durchschnitt mgal	Durchschnitt -- Gelände mgal
1	1,4000	+0,422	-0,164	+0,129	+0,133	-0,289
3	1,6000	+1,369	-0,641	+0,364	+0,375	-0,994
1	1,8000	+0,484	-0,270	+0,107	+0,110	-0,374
1	1,9000	+0,496	-0,301	+0,097 <sub>5</sub>	+0,100	-0,396
1	2,2000	+0,520	-0,402	+0,059	+0,061	-0,459
1	2,3000	+0,524	-0,438	+0,043	+0,044	-0,480
1	2,4000	+0,527	-0,476	+0,025 <sub>5</sub>	+0,026	-0,501
2	2,5000	+1,057	-1,032	+0,012 <sub>5</sub>	+0,012	-1,045
1	2,6000	+0,528	-0,557	-0,014 <sub>5</sub>	-0,015	-0,543
1	2,7000	+0,526	-0,600	-0,037	-0,038	-0,564
1	2,7500	+0,524	-0,621	-0,048 <sub>5</sub>	-0,050	-0,574
1	3,0000	+0,508	-0,735	-0,113 <sub>5</sub>	-0,117	-0,625
1	3,1000	+0,499	-0,783	-0,142	-0,146	-0,645
$\Sigma 16$	35,9500	+7,984	-7,020	+0,482	+0,495	-7,489
$\frac{\Sigma 16}{16}$	2,2469	+8,354	-6,697	+0,829	+0,853	-7,501

$$\Delta = +0,012 \text{ mgal}$$

e) Bestimmung der Schwerereduktion des Punktes Hochthor des österreichischen Tauernnivelements (Tabelle 6).

Bis 30 km wurden als mittlere Zonenhöhen die Durchschnittswerte der bei Mader angegebenen Sektorenhöhen angenommen, von 30 bis 188 km wurden die Durchschnittshöhen sektorenweise der Karte entnommen, während die Werte zwischen 188 und 1000 km als runde Durchschnittskoten von jeweils 16 Zonenquerprofilen (als Mittel von tiefster und höchster Kote) ermittelt wurden (siehe Tabelle 5).

Die Berechnung der Tabelle 6 erfolgte nach den Formeln (31) für die Anziehung  $A_P$  der Zonen auf den Geländepunkt  $P$ , (32) für die Anziehung  $A_{P_0}$  auf den Geoidpunkt  $P_0$  und (33) für den Durchschnittswert  $\bar{A}$  beziehungsweise nach (35), (35) mit  $H = 0$  und (36) für die entsprechenden Werte der isostatischen Kompensationsmassen. Des besseren Vergleiches halber wurden auch die arithmetischen Mittel von  $A_P$  und  $A_{P_0}$  gebildet und den exakten Durchschnittswerten  $\bar{A}$  gegenübergestellt, wobei sich zeigt, daß die arithmetischen Mittel stets kleiner sind als die Durchschnittswerte und daß der Unterschied zwischen  $\Sigma \bar{A}$  und  $\Sigma \frac{1}{2} (A_P + A_{P_0})$  immerhin 4.673 mgal beträgt, was bei der orthometrischen Korrektur etwa 12 mm entspricht. Von diesem Unterschied entfällt der weitaus größte Teil auf die in der Nähe der Station (etwa bis 10 km) gelegenen Zonen.

Man sieht auch, daß die letzten zwei Zonen ab 300 km nur mehr sehr wenig zu den Anziehungsdifferenzen  $\Sigma \bar{A} - \Sigma A_P$  beziehungsweise

$\Sigma\bar{a} - \Sigma a_P$  beitragen, nämlich insgesamt nur 0,162 mgal, was selbst bei einem so hoch gelegenen Punkt wie Hochthor nur etwa 0,4 mm für die orthometrische Korrektur ergibt.

Man erhält schließlich folgende Werte für die bis 1000 km berechneten Anziehungsdifferenzen:

Für die Durchschnittsschwerekorrektur:

$$\begin{aligned} - \Sigma A_P + \Sigma \bar{A} &= - 259,294 \text{ mgal} \\ - \Sigma a_P + \Sigma \bar{a} &= - 2,067 \text{ mgal,} \end{aligned}$$

für die Geoidschwerekorrektur:

$$\begin{aligned} - \Sigma A_P + \Sigma A_{P_0} &= - 527,938 \text{ mgal,} \\ - \Sigma a_P + \Sigma a_{P_0} &= - 4,278 \text{ mgal.} \end{aligned}$$

Ermittelt man noch die Freiluftreduktion für die Durchschnittsschwere mit  $+ 0,1543 H = + 386,406$  mgal und für die Geoidschwere mit dem doppelten Betrag, das heißt  $+ 772,812$  mgal, so kann man nach den Formeln (20) und (19) die beiden gesuchten Schwerekorrekturen  $\Delta\bar{g}$  und  $\Delta g_0$  errechnen, und zwar:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{g} &= + 0,1543 H_{\text{km}} - \Sigma A_P + \Sigma \bar{A} - \Sigma a_P + \Sigma \bar{a} = \\ &+ 386,406 - 259,294 - 2,067 = \underline{+ 125,045} \text{ mgal} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \Delta g_0 &= + 0,3086 H_{\text{km}} - \Sigma A_P + \Sigma A_{P_0} - \Sigma a_P + \Sigma a_{P_0} = \\ &+ 772,812 - 527,938 - 4,278 = \underline{+ 240,596} \text{ mgal} \end{aligned}$$

Nach Hinzufügen der Korrekturen  $\Delta g$  zur beobachteten Schwere  $g$  erhält man die *Durchschnittsschwere* mit

$$\bar{G} = g + \Delta\bar{g} = 980\,160,49 + 125,045 = \underline{980\,285,53_5} \text{ mgal}$$

und die *Geoidschwere* mit

$$g_0 = g + \Delta g_0 = 980\,160,49 + 240,596 = \underline{980\,401,08_6} \text{ mgal.}$$

f) *Vergleich der Ergebnisse für Hochthor nach Helmert, Niethammer, Mader, Ledersteiger und nach der direkten Methode (Tabelle 7).*

Zum Zwecke des Vergleichs wurden für alle Methoden die gleichen Annahmen getroffen, und zwar  $H = 2504,25$  m,  $k^2 = 66,8 \cdot 10^{-9}$  und  $\vartheta = 2,7$ , ferner wurden die topographischen Korrekturen nach Niethammer und Mader aus [4] neu durchgerechnet, weshalb manche Werte von den in der Literatur angegebenen ein wenig abweichen, und zwar:



Tabelle 5:

Zone $i, i + 1$ km	0,0–0,5	0,5–1,0	1,0–1,5	1,5–2,0	2–3	3–4	4–6	6–8	8–11
Sektor	m	m	m	m	m	m	m	m	m
N	2480	2400	2250	2000	1850	2100	2200	2400	2300
NNO	2500	2450	2250	2000	2150	2100	1700	1800	1800
NO	2500	2400	2250	2300	2400	2200	2000	2300	2200
ONO	2520	2500	2400	2550	2600	2700	2600	2200	2200
O	2540	2550	2500	2500	2600	2500	2700	2900	2350
OSO	2550	2550	2500	2500	2300	2100	2800	2300	2800
SO	2550	2500	2450	2400	2400	2000	2000	2000	2300
SSO	2470	2400	2350	2200	2350	1900	1500	1500	1600
S	2480	2400	2450	2200	1950	1900	1600	2200	2700
SSW	2520	2500	2450	2350	2000	1800	1600	2000	2200
SW	2570	2700	2500	2150	2000	2300	2000	2200	2300
WSW	2610	2600	2400	2250	2200	2900	2500	2500	2800
W	2570	2600	2500	2500	2400	2800	2800	2900	2600
WNW	2510	2600	2550	2550	2900	2800	2000	1800	3000
NW	2475	2450	2450	2400	2800	2300	1800	1600	2500
NNW	2475	2400	2400	2350	2500	2300	2300	1800	1600
$\Sigma$	40320	40000	38650	37200	37400	36700	34100	34400	37200
Durch- schn. Höhe	2520,0	2500,0	2415,6	2325,0	2337,5	2293,8	2131,3	2150,0	2325,0

[4], Tabelle 11/ $F_0$ , Zone  $d$ , Sektor NNW, soll heißen 3 statt 22 beziehungsweise 7,28 statt 7,33 mgal.

[4], Tabelle 11/ $F$  und —  $\Phi$ , Summe soll heißen 12,88 statt 15,45 mgal.

[4], Tabelle 6, Änderung der Zonen II, III, IV und V, Summe soll heißen 7,884 statt 8,48 mgal.

Die Werte Lederstegers sind in seinen Arbeiten mit der Gravitationskonstanten  $k^2 = 66,75 \cdot 10^{-9}$  angegeben, weshalb sie im Vergleich zu den hier angeführten etwas kleiner sind.

Der Vergleich der verschiedenen Methoden zeigt eine deutliche Tendenz zur Vergrößerung des Gesamtkorrektionswertes, die von Helmert (102,61<sub>7</sub> mgal) über Niethammer (122,77<sub>7</sub> mgal), Mader (123,78<sub>4</sub> mgal) und Ledersteger (124,66<sub>3</sub> mgal) bis zur direkten Methode (125,04<sub>5</sub> mgal) geht, was sich vor allem offenbar aus der Präzision bei der Berücksichtigung der Geländeform erklärt: *Helmert* benützt zweimal die unendliche Platte und berücksichtigt die Form des Geländes überhaupt nicht, so daß die Gesamtkorrektur zu klein ausfällt; *Niethammer* benützt ebenfalls zweimal die unendliche Platte, berücksichtigt aber die Form des Geländes bis zu 42 km, die Korrektur ist infolgedessen schon wesentlich größer als bei Helmert; *Mader* arbeitet praktisch bereits mit einem schematischen Geländeabfall, indem er das arithmetische Mittel zwischen der unendlichen Platte und einem Kreiszyylinder

Mittlere Höhen

11-15 m	15-20 m	20-30 m	30-45 m	45-70 m	70-112 m	112-188 m	188-300 m	300-500 m	500-1000 m
1600	2000	1600	1075	1500	925	420	—	—	—
1600	1800	1600	1900	1375	1000	500	—	—	—
1400	2100	1600	1250	1250	1150	865	—	—	—
1800	2000	1700	1550	1675	1375	1050	—	—	—
2500	2300	2000	2400	1800	1300	1385	—	—	—
2600	2500	2200	1960	1330	1150	1100	—	—	—
2200	2300	1800	2050	1290	1520	1190	—	—	—
1600	1800	1400	1550	1475	940	200	—	—	—
2400	2200	1800	1450	1400	985	50	—	—	—
2700	2900	1800	1550	1650	1275	610	—	—	—
2300	2000	2000	2200	1830	1870	1550	—	—	—
3000	2400	2000	2100	1950	1300	1750	—	—	—
3100	2700	2700	2785	2200	2200	2125	—	—	—
2750	2000	2000	1870	1650	1400	1350	—	—	—
2500	2100	1500	1385	1250	1100	700	—	—	—
1900	1800	1500	1470	1200	850	490	—	—	—
35950	34900	29200	28545	24825	20340	15335	—	—	—
2246,9	2181,3	1825,0	1784,1	1551,6	1271,3	958,4	575,0	350,0	150,0

mit 30 km Radius zweimal anwendet und die Geländeform bis 30 km berücksichtigt, jedoch läßt er den wirklichen Schwereverlauf in der Lotlinie, die Erdkrümmung und die Isostasie außer acht; *Ledersteger* führt durch sein stufenartiges Modell einen verhältnismäßig natürlichen Geländeabfall ein, der im Fall Hochthor bis zu etwa 190 km geht, er berücksichtigt die Geländeform bis 42 km sowie schematisch die Erdkrümmung und Isostasie, es ist die bisher genaueste Methode; die *direkte Methode* schließlich berücksichtigt die Geländeform und die tatsächliche Lage der Geländemassen sowie auch die Isostasie bis zu 1000 km. Zieht man die 0,443 mgal-Anziehung der drei letzten Zonen zwischen 188 und 1000 km von  $\bar{G}$  ab, so erhält man 285,09 mgal, was von den 285,15 mgal des Lederstegerschen Stufenmodells, das bis 190 km reicht, nur um wenige 0,01 Milligal abweicht. Diese Übereinstimmung stellt angesichts der grundsätzlichen Verschiedenheit beider Berechnungsarten einen schlüssigen Beweis für die Präzision beider Methoden dar.

Gegenüber den anderen Präzisionsmethoden hat die direkte Methode allerdings die Vorteile,

daß sie *erstens* das Gelände direkt erfaßt, nicht als Ergänzung auf irgendein Modell, und dadurch anschaulicher ist,

daß man *zweitens* nicht mit zweimal 136 = 272 (Niethammer, Ledersteger) Sektoren bis 42 km beziehungsweise zweimal 192 = 384 (Mader) Sektoren bis 30 km arbeiten und ebenso oft, also 272- beziehungsweise

Tabelle 6: Bestimmung der Gelände-

Nr.	Zone km	Durchschnittshöhe $h_{i,i+1}$ km	Isostat. Dichte $T = \frac{2,7}{100} \cdot h_{i,i+1}$	$A_P$ mgal	$A_{P_0}$ mgal	$\bar{A}$ mgal
1	0,0-0,5	2,5200	0,06804	+ 49,298	- 51,095	- 0,317
2	0,5-1,0	2,5000	0,06750	+ 40,472	- 40,448	+ 0,071
3	1,0-1,5	2,4156	0,06522	+ 31,289	- 30,706	+ 1,101
4	1,5-2,0	2,3250	0,06278	+ 23,979	- 22,664	+ 1,679
5	2-3	2,3375	0,06311	+ 33,405	- 30,952	+ 2,156
6	3-4	2,2938	0,06193	+ 21,174	- 18,734	+ 1,695
7	4-6	2,1313	0,05755	+ 24,030	- 18,678	+ 3,224
8	6-8	2,1500	0,05805	+ 13,202	- 10,133	+ 1,689
9	8-11	2,3250	0,06278	+ 11,478	- 9,912	+ 0,826
10	11-15	2,2469	0,06067	+ 8,354	- 6,697	+ 0,853
11	15-20	2,1813	0,05890	+ 5,826	- 4,342	+ 0,754
12	20-30	1,8250	0,04928	+ 5,604	- 2,964	+ 1,331
13	30-45	1,7841	0,04817	+ 3,852	- 1,753	+ 1,053
14	45-70	1,5516	0,04189	+ 2,768	- 0,720	+ 1,026
15	70-112	1,2713	0,03433	+ 1,941	+ 0,011	+ 0,976
16	112-188	0,9584	0,02588	+ 1,485	+ 0,504	+ 0,995
17	188-300	0,5750	0,01553	+ 0,891	+ 0,567	+ 0,729
18	300-500	0,3500	0,00945	+ 0,786	+ 0,654	+ 0,720
19	500-1000	0,1500	0,00405	+ 0,789	+ 0,747	+ 0,768
$\Sigma$				+ 280,623	- 247,315	+ 21,329

$$\Sigma(A_{P_0} - A_P) = - 527.938 \text{ mgal}$$

384mal, in Tabellen oder Diagrammen nachschlagen muß, sondern nur 15- bis 19mal bei 15 bis 19 Zonen, die bis 112 beziehungsweise 1000 km reichen, und daß man dann schließlich

*drittens*, im Gegensatz zu den anderen Präzisionsmethoden, in der Summe dieser 15 bis 19 Größen sogleich die Gesamtkorrektur, d. h. einschließlich des Vorzeichens und der Freiluftreduktion erhält.

Es sei noch bemerkt, daß es wesentlich von der Höhe der Station und auch von der Gestaltung des in etwas größerer Entfernung von ihr befindlichen Geländes abhängen wird, wie viele Zonen zur Erreichung einer bestimmten Genauigkeit benötigt werden oder, mit anderen Worten, daß man für geringere Stationshöhen und rascher abfallendes Gelände auch mit weniger als 15 Zonen das Auslangen finden wird.

Da sämtliche der Erstellung der Tabellen (beziehungsweise Graphika) dienenden Formeln dem Ausdruck  $k^2 \vartheta$  proportional sind, können die Tabellen auch unabhängig von den Annahmen für die Gravitationskonstante und die Dichte berechnet werden.

Zusammenfassend kann somit bezüglich der direkten Methode gesagt werden: Erstellt man zum Zwecke der Berechnung des Durchschnittsschwerwertes auf Grundlage der Differenz (34) und - wenn die negativen isosta-

korrektur für den Punkt Hochthor

$\frac{1}{2}(A_P + A_{P_0})$ mgal	$\bar{A} - A_P$ mgal	$a_P$ mgal	$a_{P_0}$ mgal	$\bar{a}$ mgal	$\frac{1}{2}(a_P + a_{P_0})$ mgal	$\bar{a} - a_P$ mgal
— 0,899	— 49,615	— 0,138	— 1,424	— 0,397	— 0,781	—0,259
+ 0,012	— 40,401	— 0,394	— 1,405	— 0,797	— 0,899	—0,403
+ 0,291	— 30,188	— 0,593	— 1,352	— 0,967	— 0,973	—0,374
+ 0,658	— 22,300	— 0,730	— 1,294	— 1,040	— 1,012	—0,310
+ 1,227	— 31,249	— 1,797	— 2,583	— 2,262	— 2,190	—0,465
+ 1,220	— 19,479	— 2,020	— 2,509	— 2,325	— 2,265	—0,305
+ 2,676	— 20,806	— 4,069	— 4,589	— 4,404	— 4,329	—0,335
+ 1,535	— 11,513	— 4,251	— 4,533	— 4,436	— 4,392	—0,185
+ 0,783	— 10,652	— 6,907	— 7,157	— 7,074	— 7,032	—0,167
+ 0,829	— 7,501	— 8,714	— 8,872	— 8,824	— 8,793	—0,110
+ 0,742	— 5,072	— 10,151	— 10,230	— 10,212	— 10,191	—0,061
+ 1,320	— 4,273	— 15,677	— 15,673	— 15,693	— 15,675	—0,016
+ 1,050	— 2,799	— 19,863	— 19,712	— 19,799	— 19,788	+0,064
+ 1,024	— 1,742	— 22,532	— 22,185	— 22,367	— 22,359	+0,165
+ 0,976	— 0,965	— 20,704	— 20,195	— 20,454	— 20,450	+0,250
+ 0,995	— 0,490	— 15,219	— 14,715	— 14,969	— 14,967	+0,250
+ 0,729	— 0,162	— 6,378	— 6,139	— 6,259	— 6,259	+0,119
+ 0,720	— 0,066	— 3,212	— 3,099	— 3,156	— 3,156	+0,056
+ 0,768	— 0,021	— 1,584	— 1,545	— 1,565	— 1,565	+0,019
+16,656	—259,294	—144,933	—149,211	—147,000	—147,072	—2,067

$$\Sigma(a_{P_0} - a_P) = -4,278 \text{ mgal}$$

tischen Kompensationsmassen in der hier angegebenen Form berücksichtigt werden sollen – mit Einschluß der Differenz (37) je Zone eine Tabelle oder ein Graphikon nach den Argumenten  $h_{i,i+1}$  und  $H$ , wobei die gesamte Freiluftreduktion in die Tabelle der ersten Zone eingeschlossen werden kann, dann beschränkt sich die Arbeit der Reduktion der Oberflächenschwere auf den Durchschnittsschwerewert in der Lotlinie auf

1. die Ermittlung von etwa 10 bis 15 Zonen-Durchschnittshöhen und auf
2. die lineare Interpolation von ebensoviel Werten, deren Summe sofort die an den Oberflächenschwerewert anzubringende Gesamtkorrektur darstellt.

Dies gilt analog auch für die Schwerereduktion auf einen beliebigen Punkt der Lotlinie und insbesondere auf den Geoidpunkt, wobei in letzterem Fall die Errechnung der Tabelle auf Grund der durch Subtraktion der Ausdrücke (31) von (32) entstandenen Differenz ( $A_{P_0} - A_P$ ) sowie der analog dazu erhaltenen Differenz ( $a_{P_0} - a_P$ ) sehr einfach ist und der Gebrauch dieser Tabelle gänzlich dem erstgeschilderten Fall des Durchschnittswertes entspricht. Beim Fall eines beliebigen Punktes auf der Lotlinie tritt dagegen noch ein dritter Parameter, nämlich  $h_u$ , hinzu, weshalb die Tabelle nicht sofort für die Differenz ( $A_{P_u} - A_P$ ), sondern gemäß (30) nur für  $A_{P_u}$  mit entsprechender Berücksichtigung von  $a_{P_u}$  und der Freiluftreduktion erstellt werden kann und daher, um die Differenz ( $A_{P_u} - A_P$ ) inklusive der

Tabelle 7: Vergleich der Ergebnisse

Reduktion nach:	Helmert: zweimal Bouguer- sche Platte ohne topographische Korrektion	Niethammer: zweimal Bouguer- sche Platte, topogr. Korrektion bis 42 km	Mader: einmal Bouguer- sche Platte, einmal Platte bis 30 km, topogr. Korr. bis 30 km	Ledersteger: Stufenmodell, topogr. Korrektion bis 42 km, Berücks. v. Erdkrüm- mung und Isostasie	Direkte Reduktion: bis 1000 km, Berücksichtigung v. Erdkrümmung und Isostasie
Beobachteter Schwerewert $g$	980 160,49 mgal	980 160,49 mgal	980 160,49 mgal	980 160,49 mgal	980 160,49 mgal
Freiluftglied	$+0,3086 \cdot \frac{H}{2}$ $+386,406$ mgal	$+0 \cdot 3086 \cdot \frac{H}{2}$ $+386,406$ mgal	$+0 \cdot 3086 \cdot H$ $+772,812$ mgal	$+0 \cdot 3086 \cdot \frac{H}{2}$ $+386,406$ mgal	
Geländemodell	$-4\pi k^2 \vartheta \cdot \frac{H}{2}$ $-283,789$ mgal	$-4\pi k^2 \vartheta \cdot \frac{H}{2}$ $-283,789$ mgal	$-4\pi k^2 \vartheta \cdot \frac{H}{2}$ $-283,789$ mgal -Zyl. bis 30 km + +Top. Korr. auf $P_0$ $-249,340$ mgal	$-0,11257 \cdot H$ $-281,903$ mgal	$+125,045$ mgal
Topographische Korrektion		bzgl. $P$ $+7,28$ mgal bzgl. Durchschn'wert $+12,88$ mgal	bzgl. $P$ $+7,884$ mgal	bzgl. $P$ $+7,28$ mgal bzgl. Durchschn'wert $+12,88$ mgal	
Geoidschwere $g_0$	$\bar{g}$ 980 263,107 mgal	$\bar{G}$ 980 283,267 mgal	980 408,057 mgal	(980 400,314 mgal)*	(980 401,08 <sub>6</sub> mgal)*
Durchschnitts- schwere $\bar{g}, \bar{G}$ :			$\bar{G} = \frac{1}{2} (\vartheta + g_0)$ 980 284,274 mgal	$\bar{G}$ 980 285,153 mgal	$\bar{G}$ 980 285,53 <sub>5</sub> mgal
$\gamma_{45^\circ}$	980 629,4 mgal	980 629,4 mgal	980 629,4 mgal	980 629,4 mgal	980 629,4 mgal
$\bar{g}(\bar{G}) - \gamma_{45^\circ}$	$-366,293$ mgal	$-346,133$ mgal	$-345,126$ mgal	$-344,247$ mgal	$-343,86_5$ mgal
$\bar{g}(\bar{G}) - \gamma_{45^\circ}$					
$\gamma_{45^\circ}$	935,410 mm	883,927 mm	881,354 mm	879,110 mm	878,135 mm

\* Eingeklammert vergleichshalber die Geoidschwere, die jedoch für die Berechnung von  $\bar{G}$  nicht benötigt wird (bei Ledersteger unter Anwendung der Maderschen topographischen Korrektion).



zusätzlichen Ausdrücke für die isostatischen Kompensationsmassen und die Freiluftreduktion zu erhalten, aus dieser Tabelle getrennt zuerst  $A_{P_u}$  nach dem Argument  $h_u$  und hierauf  $A_P$  nach dem Argument  $H$ , also zwei Werte pro Zone, abgelesen werden müssen, worauf dann die gesuchte Differenz gebildet werden kann.

Diese 3 Tabellen pro Zone – für  $(\bar{A} - A_P)$ ,  $(A_{P_0} - A_P)$  und  $A_{P_u}$  mit Einschluß der gesamten Freiluftreduktion in die erste Zone und der analogen Ausdrücke für die Berücksichtigung der Isostasie – gestatten somit eine äußerst praktische und dabei ganz exakte Bestimmung aller vorkommenden Fälle der Schwerereduktion.

Allerdings wird es sich hierbei immer noch um eine nur «bedingte» Präzision handeln können, da ja mit einer durchschnittlichen Dichte der Erdkruste gerechnet wird, die der wirklichen (lokalen) im allgemeinen nicht ganz entspricht, und da der Freiluftgradient ebenfalls einen Durchschnittswert darstellt, der insbesondere bei großen Höhen vom wahren Gradienten ein wenig abweichen wird.

Was die Frage der Bestimmung der mittleren Zonenhöhe anlangt, so reduziert sich diese im wesentlichen auf das Problem der Mindestanzahl und der Verteilung der für eine Ermittlung der Zonendurchschnittshöhe nötigen Koten. Die Lösung dieses Problems, das heißt die Angabe der Mindestanzahl der Koten und ihre Verteilung auf der Zone derart, daß sie sich als einfache Funktion des in nur wenige Klassen einteilenden Geländes bei bestimmter Genauigkeit ergeben, würde zu einem großen Zeitgewinn bei der Bestimmung der Schwerereduktion führen.

Ähnlich verhält es sich mit der Frage der Einteilung des Geländes in konzentrische Zonen beziehungsweise der Breite dieser Zonen, da sich auch hier bei Feststellung der für bestimmte Geländeklassen bei Beibehaltung einer bestimmten Genauigkeit am besten zu wählenden Zonenbreiten und -anzahl ein weiterer Zeitgewinn ergeben würde.

Das Studium dieser beiden durch die erforderliche Festlegung einer beschränkten Anzahl von Geländeklassen eng verbundenen Fragen könnte somit die *Methode der direkten Geländekorrektur* unter Beibehaltung ihrer Genauigkeit noch weiter verkürzen. Dies würde, wenn auch in anderer Form, der von Baeschlin in seinem Sonderbericht «*Nivellement und Schwere*» für die Generalversammlung der Association Internationale de Géodésie in Toronto, 1957, Seite 51, ausgesprochenen Anregung entsprechen, zum Zwecke der Vereinfachung der Bestimmung des Durchschnittsschwerewertes «einige Geländetypen» festzulegen, «für die die Korrektur auf die Durchschnittsschwere nach Helmert ein für allemal berechnet werden würde».

Abschließend darf noch der Dank des Autors an Herrn Hofrat Prof. Dr. *Karl Ledersteger* für das lebendige Interesse und die ständige Förderung ausgesprochen werden, die er dieser Arbeit hat zuteil werden lassen.



## Anhang

In dem 1957 erschienenen Gedenkbuch für F. A. Vening Meinesz hat Baeschlin unter dem Titel «*Einheitliche Zonen- und Sektoreneinteilung für alle Arten der Berechnung des Einflusses der Topographie und der isostatischen Kompensation* (Schwerereduktion, Lotabweichung und Potential [Bowie-Effekt])» einen Beitrag veröffentlicht, worin er die einheitliche Zonen- und Sektoreneinteilung in der Form fordert, daß die Zonenradien bei gleichbleibender Sektorenanzahl eine geometrische Reihe bilden.

Es heißt dort: «Für die Entscheidung, was für eine einheitliche Zoneneinteilung zur Berechnung der Vertikal- und der Horizontal-komponenten der Anziehung und des Potentials der Erdrinde auf einen Stationspunkt verwendet werden soll, sind vor allem die folgenden Punkte maßgebend gemäß den Forderungen der praktischen Rechner:

1. Die Kompartimente sollten womöglich in allen Zonenringen in gleicher Anzahl auftreten,
2. sie sollten über die ganze Erde nahezu quadratische Form erhalten,
3. man sollte die Kompartimente einheitlich in kleinere Abschnitte zerlegen können, in denen der Mittelwert der Höhe bestimmt würde. Durch eine einheitliche Methode sollte daraus der für das Kompartiment gültige Mittelwert berechnet werden können.

Diesen drei Forderungen genügen Zonen, deren Radien eine geometrische Reihe bilden. Es hängt von der Anzahl der Sektoren ab, wie groß der Wert des Quotienten der geometrischen Reihe gewählt werden soll, damit die Kompartimente Quadratform erhalten. Wenn wir die Quadratform dadurch definieren, daß der Unterschied der benachbarten Zonenradien gleich dem Kreisbogen mit dem arithmetischen Mittel derselben als Radius werden soll, nimmt der Quotient  $q$  für  $n$  Sektoren den Wert an

$$q = \frac{a_k}{a_i} = \frac{n + \pi}{n - \pi}.$$

Das liefert für

$$n = 16; q = 1.4886; n = 32; q = 1.2177.$$

In jeden Zonenring kann man zwei Zwischenzonenringe einlegen, deren mittlerer Radius gleich dem geometrischen Mittel der Zonenradien ist. Die Flächen, in welche der ursprüngliche Zonenring durch die beiden neuen Zwischenzonenringe geteilt werden, verhalten sich wie die ursprünglichen Zonenradien.»

Der Anregung Baeschlins entsprechend wurden für die *Methode der direkten Geländekorrektur* die Querschnittskordinaten  $x_{i,2}$ ,  $x_{i+1,1}$  und  $y_{i,i+1}$  auch für eine solche Zoneneinteilung berechnet (siehe Tabelle), bei der ausgehend vom Radius  $x_1 = 0,1$  km die folgenden Radien eine geometrische Reihe mit  $q = 1,4886$  bilden, wobei als letzter Radius  $x_{25} = 1401,76$  km gewählt wurde. Als Ausgangswert könnte auch in Übereinstimmung mit bereits vorhandenen Tafelwerken ein beliebiger anderer angenommen werden.

Tabelle der Querschnittskordinaten (Anhang)

$R\psi_i$ km	$y_{i,i+1}$ km	$x_{i,2}$ $x_{i+1,1}$ km
0	0,00000	0,00000 0,10000
0,10000	0,00000	0,10000 0,14886
0,14886	0,00000	0,14886 0,22159
0,22159	0,00000	0,22159 0,32986
0,32986	0,00000	0,32986 0,49103
0,49103	0,00000	0,49103 0,73095
0,73095	0,00000	0,73095 1,08810
1,08810	0,00015	1,08810 1,61974
1,61974	0,00029	1,61974 2,41115
2,41115	0,00073	2,41115 3,58924
3,58924	0,00161	3,58924 5,34294
5,34294	0,00352	5,34294 7,95350
7,95350	0,00778	7,95349 11,83957
11,83958	0,01703	11,83956 17,62438
17,62439	0,03772	17,62435 26,23563
26,23567	0,08363	26,23553 39,05428
39,05442	0,18526	39,05395 58,13594
58,13641	0,41075	58,13486 86,54031
86,54186	0,91002	86,53674 128,82110
128,82622	2,01638	128,80931 191,75380
191,77071	4,46791	191,71492 285,41409
285,46988	9,89938	285,28590 424,76648
424,95046	21,92922	424,34367 631,97446
632,58126	48,56006	630,58049 939,65969
941,66046	107,43934	935,06675 1395,16205
1401,75577		

## Literaturverzeichnis

- [1] *F. R. Helmert*, Die Schwerkraft im Hochgebirge, insbesondere in den Tyroler Alpen. Veröffentlichung des Königl.-Preußischen Geodätischen Instituts und Centralbureaus der Internationalen Erdmessung Nr. 1, Berlin 1890.
- [2] *K. Ledersteger*, Die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen. Vorgelegt der Commission internationale des Nivellements européens de Florence, 22. bis 28. Mai 1955.
- [3] *Th. Niethammer*, Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen. Veröffentlichung der schweizerischen Geodätischen Kommission, Bern 1932.
- [4] *K. Mader*, Die orthometrische Schwerekorrektur des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern. Sonderheft 15 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen, Wien 1954.
- [5] *K. Ledersteger*, Die einheitliche Begründung der metrischen Höhendefinitionen. Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen in Wien, vorgelegt der Studienkommission 4 der AIG im Juni 1952.
- [6] *F. R. Helmert*, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. II. Teil: Die physikalischen Theorien, Leipzig 1884.
- [7] *K. Ledersteger*, Der Schwereverlauf in den Lotlinien und die Berechnung der wahren Geoidschwere. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes Nr. 46.
- [8] *C. F. Baeschlin*, Ergänzung zur Berechnung der mittleren Schwere in einer Lotlinie nach Th. Niethammer, unter Berücksichtigung der Isostasie. Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, 1955, München 1955.
- [9] *C. F. Baeschlin*, Lehrbuch der Geodäsie, Zürich 1948.
- [10] *C. F. Baeschlin*, Rapport spécial sur le Nivellement et la Pesanteur à l'assemblée générale de l'A. I. G. à Toronto, 1957.

## Inhaltsverzeichnis

Einleitung . . . . .	240
1. Die Schwerereduktion mit Anwendung der unendlichen Platte . . . . .	241
a) Allgemeines . . . . .	241
b) Die Schwerereduktion ohne Berücksichtigung der Geländeform . . . . .	244
c) Der Durchschnittswert ohne Berücksichtigung der Geländeform . . . . .	250
d) Die Schwerereduktion mit Berücksichtigung der Geländeform . . . . .	251
e) Der Durchschnittswert mit Berücksichtigung der Geländeform . . . . .	273
2. Die Schwerereduktion nach der Methode der direkten Geländekorrekturen . . . . .	279
a) Allgemeines . . . . .	279
b) Die Formeln zur Berechnung der direkten Geländekorrekturen . . . . .	283
c) Vergleich zwischen ebener, reduzierter und sphärischer Berechnung der vertikalen Anziehung der Zonen auf Punkte der Lotlinie . . . . .	357
d) Vergleich zwischen der Berechnung auf Grund der mittleren Zonenhöhe und der getrennten, sektorenweisen Berechnung . . . . .	360
e) Bestimmung der Schwerereduktion des Punktes Hochthor des österreichischen Tauernnivellements . . . . .	362
f) Vergleich der Ergebnisse für Hochthor nach Helmert, Niethammer, Mader, Ledersteger und nach der direkten Methode . . . . .	363
Anhang . . . . .	370
Literaturverzeichnis . . . . .	372