

# Die Odermattsche Grundgleichung des schweizerischen Projektionssystems

Autor(en): **Grossmann, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **60 (1962)**

Heft 3

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-217679>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Die Odermattsche Grundgleichung des schweizerischen Projektionssystems

Von W. Grossmann

H. Odermatt hat im Jahrgang 1961, S. 350ff., eine sehr elegante Grundgleichung für die Projektionsmethode der Schweizerischen Landesvermessung angegeben, die er über mehrere Zwischenabbildungen gefunden hat. Die Odermattsche Formel – Gleichung (27) seiner Arbeit – läßt sich verhältnismäßig einfach auch auf direktem Wege ableiten.

Es seien wie bei Odermatt  $B$ ,  $Q$  und  $L = P$  die geographische Breite, die isometrische Breite und die geographische Länge auf dem Ellipsoid und  $b$ ,  $q$  und  $l = p$  die entsprechenden Größen auf der Gaußschen Bildkugel mit dem Halbmesser  $r = \sqrt{M_0 N_0}$ , wobei  $B_0$  die geographische Breite des Projektionszentrums ist. Wenn weiter  $\alpha = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 B_0}$  die von Rosenmund übernommene Konstante der zweiten Gaußschen Abbildung des Ellipsoids auf der Kugel ist, gelangt man von den ellipsoidischen zu den entsprechenden sphärischen Größen auf Grund der einfachen, von Odermatt als Gleichung (3) bezeichneten Beziehung

$$q + ip = \alpha(Q + iP) \quad (1)$$

oder mit leicht erkennbaren Identitäten

$$w = \alpha W. \quad (2)$$

Um die Abbildungsgleichung für die schiefachsige Merkatorprojektion der Kugel abzuleiten, bringe man zunächst die Abbildungsgleichungen für die äquatorständige Merkatorprojektion, nämlich

$$x = \ln \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) \quad \text{und} \quad y = p \quad (3)$$

in die Formen

$$x + iy = \ln \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) + ip$$

$$e^{x+iy} = e^{\ln \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) + ip}$$

$$\text{oder } e^z = \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) e^{ip}. \quad (4)$$

Zum Übergang auf die sogenannte schiefe Achse ist in Bild 1 der Berührungszylinder durch die beiden Mantellinien in  $P_0$  und  $P_0'$  angedeutet.  $P_0 P_0'$  ist die Projektion des Großkreises, längs dessen der Zylinder die Kugel berührt. Diesen Großkreis betrachte man als Pseudoäquator und den Punkt  $E$ , in dem die Zylinderachse die Erdoberfläche schneidet, als Pseudopol. Ein Punkt  $P$ , der im ursprünglichen geographischen System

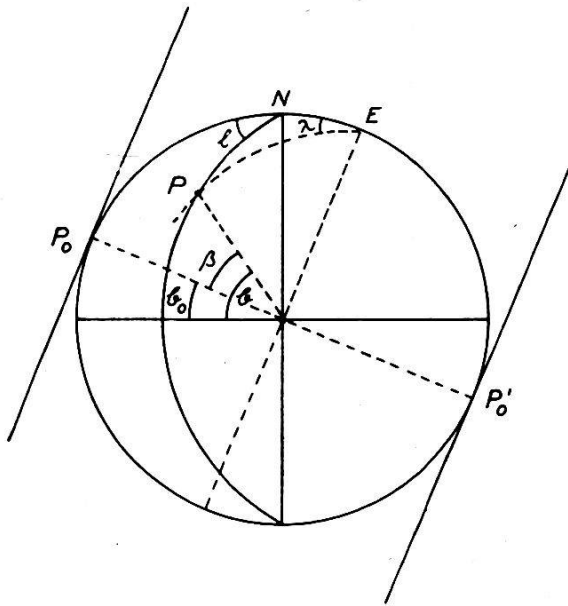


Bild 1

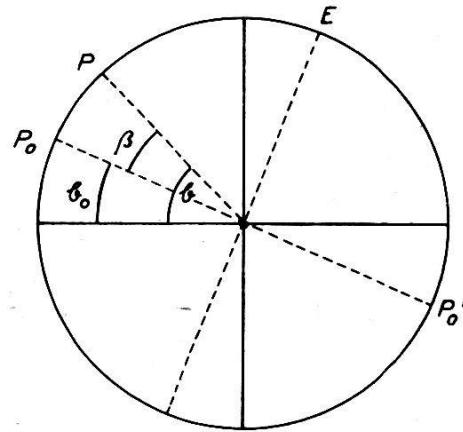


Bild 2

die Breite  $b$  und die Länge  $l = p$  hat, habe in dem schiefachsigen System, das mit dem ursprünglichen System den Nullmeridian gemeinsam hat, die Pseudobreite  $\beta$  und die Pseudolänge  $\lambda$ . Werden sodann die Koordinaten des ebenen Bildes von  $P$  mit  $X + i Y = Z$  bezeichnet, so lautet analog (4) die Abbildungsgleichung der schiefachsigen Merkatorprojektion der Kugel

$$e^Z = \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\beta}{2} \right) e^{i\lambda}. \quad (5)$$

Um  $\beta$  und  $\lambda$  durch die gegebenen Stücke  $b_0$ ,  $b$  und  $p$  auszudrücken, ist in Bild 2 der Sonderfall dargestellt, daß  $P$  auf dem Nullmeridian liegt. Dann ist, wie man sieht,  $\beta = b - b_0$ ,  $\lambda = 0$  und damit auch  $Y = 0$ , so daß die Gleichung (5) zusammenschrumpft zu

$$e^X = \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\beta}{2} \right) = \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b - b_0}{2} \right)$$

oder

$$e^X = \operatorname{tg} \left[ \left( 45 + \frac{b}{2} \right) - \frac{b_0}{2} \right]. \quad (6)$$

Wendet man darauf die Additionstheoreme an und beachtet auch noch, daß  $\operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) = e^q = e^{\alpha Q}$  ist, so wird

$$e^X = \frac{\operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) - \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}{1 + \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{b}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}} = \frac{e^{\alpha Q} - \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}{1 + e^{\alpha Q} \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}. \quad (7)$$

Bei der konformen Abbildung isometrischer Systeme gilt ein Abbildungsgesetz, das auf eine Parameterkurve zutrifft, für das ganze System. Also lautet die Abbildungsgleichung (5) im System der ursprünglichen geographischen Koordinaten

$$e^Z = \frac{e^{\alpha W} - \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}{1 + e^{\alpha W} \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}$$

$$Z = \ln \frac{e^{\alpha W} - \operatorname{tg} \frac{b_0}{2}}{e^{\alpha W} \operatorname{tg} \frac{b_0}{2} + 1} \quad (8)$$

Das ist die Odermattsche Gleichung (27).

## **Die Güterzusammenlegung im Dienste der Landesplanung**

*Aus der Einführungsvorlesung von Prof. E. Tanner, Zürich*

### **A. Aufgabe**

Von der 42000 km<sup>2</sup> großen Fläche der Schweiz entfallen rund ein Viertel auf unproduktives Areal, ein Viertel auf Wald, ein Viertel auf Alpen und Weiden und nur ein Viertel auf intensiv nutzbaren Boden. Die Bevölkerung zählt zur Zeit 5,43 Millionen. Von den 2,51 Millionen Berufstätigen sind 292000 oder rund 12% in der Land- und Forstwirtschaft tätig.

Nach Angaben des Eidgenössischen Statistischen Amtes beträgt der Verlust an Kulturland in der Schweiz in den letzten Jahren im Mittel rund 1300 ha, also die Fläche zweier mittelgroßer Landgemeinden. Dazu kommt infolge Ausbau des Nationalstraßennetzes während der nächsten 20 Jahre eine zusätzliche Einbuße an Kulturland von rund 200 ha/Jahr. Der Bevölkerungszuwachs beläuft sich im Mittel der Jahre 1950/60 auf rund 70000 Seelen pro Jahr. Diese Diskrepanz wächst progressiv, und der immer karger werdende Nähr- und Wohnraum wird je länger je mehr zum ersten Anliegen unserer Behörden, beträgt doch die landeseigene Produktion kalorienmäßig nur noch 55% unseres Lebensmittelbedarfes.

Die Forderung nach haushälterischem Umgehen mit den noch vorhandenen Landreserven, nach einer sinnvollen, optimalen Nutzung des Bodens wird daher immer dringlicher. Dieses Ziel ist nun allerdings ohne eine gewisse Beschränkung der Rechte des Einzelnen zugunsten der Ge-