Quelques aspects des calculs altimétriques

rechnen. Das aber hängt davon ab, ob uns die Eidgenössische Technische Hochschule geeignet ausgebildete Fachleute in genügender Zahl rechtzeitig zur Verfügung stellen kann.

Quelques aspects des calculs altimétriques

Par A. Ansermet

Zusammenfassung

Die Berechnung von Höhen aus Höhenwinkelmessungen kann in verschiedenen Formen vorgenommen werden. Die hier gewählte Lösung folgt derjenigen der Veröffentlichung [1]. Das zentrale Problem liegt in der Wahl des Systems der Fehlergleichungen; für jede Visur tritt eine Größe v auf als Funktion der folgenden Unbekannten: die Höhen der durch die Visur verbundenen beiden Punkte (genauer: Korrektionen an den Näherungswerten für diese Höhen), der Refraktionskoeffizient und die Komponenten ξ, η der Lotabweichung im Stationspunkt. Die Zahl der Unbekannten ist meist groß, wobei die Koeffizienten der Lotabweichungskomponenten ξ und η relativ willkürliche Elemente sind, indem in der Praxis ein fiktiver Pol angenommen werden kann. Ein einfaches Beispiel zeigt, daß diese Rechnungsart von Interesse sein kann.

Wenn es sich nicht um ein freies, sondern um ein Netz mit Anschlußpunkten handelt, treten Widersprüche auf, die vollständig oder doch teilweise zum Verschwinden gebracht werden müssen. Bekanntlich handelt es sich dabei um ein komplexes Problem, wobei keine Lösung völlig frei ist von Willkürlichkeit (Helmert-Transformation, affine Transformation usw.).

Résumé

Les calculs altimétriques basés sur la mesure d'angles verticaux peuvent revêtir diverses formes. La solution choisie ici est inspirée par une récente publication (voir [1]). Le système d'équations aux erreurs est l'élément essentiel du problème; pour chaque visée on a une valeur v exprimée en fonction des inconnues suivantes: les altitudes des deux points reliés mutuellement par la visée ou plutôt des corrections à faire subir à des valeurs provisoires, le coefficient de réfraction et les composantes ξ, η de la déviation de la verticale en chaque station. Le nombre des inconnues devient élevé, et les coefficients de ces ξ, η sont des éléments relativement arbitraires. Pour la pratique courante, et uniquement pour la compensation, on peut effectuer le calcul sur une sphère en choisissant un pôle fictif. Un exemple simple montre l'intérêt que peut présenter ce mode de calcul.

Si le réseau n'est pas libre mais rattaché, on constate des discordances qu'il faut éliminer totalement ou, au moins, partiellement. On sait que ce problème peut devenir complexe, aucune solution n'étant absolument exempte d'arbitraire (transformations d'Helmert, affine, etc.).

Peu de problèmes ont donné lieu à une littérature aussi abondante que l'altimétrie; les lignes qui suivent ont uniquement pour but de traiter le sujet au point de vue des applications. Il ne sera question que des nivellements trigonométriques dans des régions montagneuses; l'auteur se référera dans une large mesure aux publications rédigées de façon si compétente par MM. F. Kobold et N. Wunderlin (voir [1]).

A la base des calculs on a l'équation initiale ([1], p. 7):

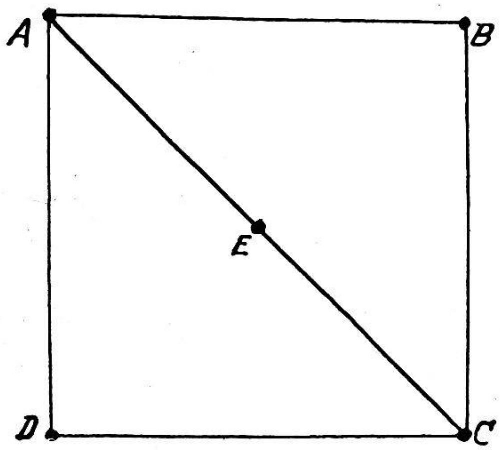
$$v + \cos\alpha \cdot \xi + \sin\alpha \cdot \eta - \varrho \cdot \frac{D_0}{2r}(\varkappa_0 + \varDelta\varkappa H_m) + \\ + \varrho \frac{\cos^2\beta}{D_z}(\varDelta H_s - \varDelta H_z) + f = 0 \tag{1}$$

Analysons les divers éléments de cette équation; auparavant remarquons qu'il y a lieu de compenser un réseau tel qu'il se présente dans la pratique courante. Il suffit de calculer les coefficients des inconnues et le terme absolu f à un millième près environ; les diverses valeurs α, β, D_0 ... peuvent donc être arrondies. Au point de vue des dimensions, tous les termes expriment des secondes ($\varrho = 636620^{cc}$); il en résulte que H_m intervient uniquement par sa valeur numérique. Le terme f ne donne pas lieu à des remarques spéciales, tandis que v ($[pvv]$ = minimum) est qualifié par certains auteurs de valeur fictive (fingiert, [2], p. 242). $\varDelta H_s$ et $\varDelta H_z$ sont les vraies inconnues; ce sont les corrections à apporter aux valeurs provisoires H_s et H_z des altitudes ellipsoïdales de la station et du point visé. H_m est l'altitude moyenne de la visée (sans dimension). $\varkappa_0$ est une valeur provisoire du coefficient de réfraction; si aucune visée n'est faite dans un seul sens, le choix de cette valeur est sans influence sur les altitudes définitives ([2], p. 241). Eventuellement $\varkappa_0$ sera implicitement compris dans le terme absolu. D_0 et D_z sont les distances curvilignes comprises entre les normales aux points de stationnement et visés aux niveaux respectifs (zéro et point visé), valeurs arrondies à $^1/_{2000}$ près pour la compensation. L'azimut de la visée est α, tandis que β est l'angle vertical mesuré; enfin ξ et η sont les composantes de la déviation de la verticale à la station. Ces deux inconnues sont particulièrement gênantes dans la pratique courante; leur orientation est arbitraire et leur élimination ne présente parfois pas d'inconvénient.

Il est impossible d'énumérer ici les diverses solutions qui furent suggérées; certains auteurs fractionnent la compensation; le but de ces lignes n'est nullement de prendre position à l'égard de telle ou telle solution. Considérons un cas concret: l'altimétrie de la région montagneuse voisine du pôle Sud; une visée peut être proche du pôle. L'inconvénient de l'orientation des composantes ξ, η par l'azimut α est manifeste. En général la compensation pourra être calculée sur une sphère de référence de rayon r, le pôle étant fictivement déplacé. L'exemple ci-après permet de mieux se rendre compte. Les composantes ξ, η importent peu, pourvu que la résultante soit inchangée (résultante $= \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$).

On peut avoir aussi un système d'équations aux erreurs dont les termes sont, non plus des grandeurs angulaires, mais linéaires; il faut alors convertir les poids respectifs ([2], p. 242).

Application: Considérons le petit réseau à cinq points et six visées doubles (voir figure), comportant donc 12 équations aux erreurs. Une altitude peut être choisie arbitrairement, celle de A par exemple. Il y a donc quatre altitudes inconnues; le coefficient de réfraction est supposé connu avec assez de précision. Il y a 10 composantes, parmi lesquelles



ξ_A et η_A sont déterminées astronomiquement; les inconnues sont au nombre de 12. En déplaçant fictivement le pôle, ce nombre sera ramené à 11, d'où compensation; on a de plus:

$\log r^{\mathrm{m}} = 6{,}8047$ Admettons H_s ou $H_z \leq 3000^{\mathrm{m}}$. $\dfrac{r + 3000}{r} < 1 + \dfrac{1}{2000}$.

Pour la compensation on aura: $D_0 \cong D_s \cong D_z$. Voici les coefficients des ξ, η, les méridiens étant dirigés successivement suivant AD puis AC:

Visées	ξ_A	η_A	ξ_B	η_B	ξ_C	η_C	ξ_D	η_D	ξ_E	η_E	
AB	0 (−0,707)	+1 (+0,707)									
BA			0 (+0,707)	−1 (−0,707)							
BC			−1 (−0,707)	0 (−0,707)							
CB					+1 (+0,707)	0 (+0,707)					
CD					0 (+0,707)	−1 (−0,707)					
DC							0 (−0,707)	+1 (+0,707)			
DA							+1 (+0,707)	0 (+0,707)			
AD	−1 (−0,707)	0 (−0,707)									
AE	−0,707 (−1)	+0,707 (0)									
EA									+0,707 (+1)	−0,707 (0)	coefficients nuls pour η_E (pôle déplacé)
EC									−0,707 (−1)	+0,707 (0)	
CE					+0,707 (+1)	−0,707 (0)					

Les valeurs entre parenthèses sont les coefficients calculés après le déplacement du pôle; les deux coefficients de η_E deviennent nuls, ce qui est le bienvenu. La diagonale AC a maintenant un azimut nul.

On a un système de 12 équations aux erreurs avec 11 inconnues (4 + 7); en éliminant ces dernières grâce au calcul électronique, on obtient une équation de condition: $[av] + w = 0$.

A part cela, ce problème est de nature courante; pour des réseaux très étendus on se référera à la publication de MM. F. Kobold et N. Wunderlin.

Réseaux rattachés. Si certaines altitudes sont déjà connues avec précision, le problème se complique; ces altitudes sont déterminées à double, et des discordances se révèlent qu'il faut éliminer totalement ou partiellement. On a recours non à une compensation mais à une transformation; les discordances qui subsistent v_{zi} $(i = 1, 2, 3 \ldots)$ sont dites à posteriori. Une solution connue est celle dite d'Helmert (voir [3], [4]); il y a 4 équations normales:

$$[v_z] = 0, \quad [zv_z] = 0, \quad [xv_z] = 0, \quad [yv_z] = 0$$

La seconde équation exprime une variation d'échelle, les suivantes des rotations. Cette transformation est conforme; il n'est pas de même de l'affinité qui présente de l'intérêt surtout si $i = 1, 2, 3, 4$. Dans la transformation d'Helmert, on applique le principe des moindres carrés, ce qui est arbitraire. L'affinité, elle, donne lieu à une déformation; si elle est basée sur quatre points spatiaux, les discordances à posteriori sont nulles. Considérons par exemple le tétraèdre $ABCE$, ces sommets donnant lieu aux discordances à priori dz_i $(i = 1, 2, 3, 4)$; on forme la moyenne pondérée: $\frac{[p \cdot dz]}{[p]}$, ([4], p. 248) qui donne la discordance en un point P; les poids sont proportionnels aux volumes des quatre tétraèdres, ayant P comme sommet commun et comme bases les faces de $ABCE$. Le point P est à l'intérieur mais peut se trouver sur une face; si P coïncide avec le centre de gravité de $ABCE$, la moyenne n'est plus pondérée mais simple. On peut effectuer des interpolations linéaires entre points dont on connaît les discordances et s'aider du calcul graphique. Tout cela n'est pas nouveau.

Quand $i > 4$, une solution consiste à procéder par mailles tétraédriques accolées; c'est moins simple.

Considérons les 5 points $ABCDE$; la face commune aux deux mailles sera ACE ou BDE, ce qui cause parfois de l'embarras. Pour simplifier le raisonnement admettons que $ABCDE$ soit une pyramide régulière; sur la droite d'intersection des plans ACE et BDE le double calcul donne lieu à des contrôles. Eventuellement on renoncera à cette solution.

Pour terminer et pour mémoire mentionnons le cas simple d'un cheminement rattaché à ses extrémités; on a par exemple un long tunnel rectiligne dont le profil en long contient certains points à déterminer au sol. Les coefficients des ξ ou des η seront rendus nuls; le pôle sera déplacé pour qu'on ait toujours $\sin\alpha \cong 0$ ou $\sin^2\alpha \cong 1$. Il y aurait, sans cela, en général, trop d'inconnues.

En *conclusion,* il faut savoir gré aux auteurs du mémoire mentionné (voir [1]). Le problème est complexe; certains auteurs préconisent de fractionner le calcul, d'opérer des dissociations. Tous les réseaux altimétriques, surtout en montagne, ne peuvent pas être traités de la même manière. Quant au rattachement à des points fixes déjà connus c'est un vrai problème-fleuve qui ne sera jamais complètement résolu; aucune solution n'est absolument exempte d'arbitraire.

Littérature

[1] *F. Kobold* und *N. Wunderlin,* Die Bestimmung von Lotabweichungen und Meereshöhen ... (Commission géodésique suisse, 1963).

[2] *H. Wolf,* Ausgleichungsrechnung, Lieferung 6 (Hamburg).

[3] *A. Ansermet,* Transformation d'Helmert en altimétrie (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1962, N° 2).

[4] *A. Ansermet,* Transformations affine et d'Helmert (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1962, N° 9).

Jahresbericht des Zentralvorstandes des SVVK für das Jahr 1963

1. Allgemeines

Seit der Hauptversammlung vom 7. September 1963 in Martigny verhielt sich die Tätigkeit des Vereins in einem beschränkten Rahmen. Ein Fortbildungskurs über Planung, dessen Organisation im Frühling 1964 in Basel vorgesehen war, mußte wegen verschiedener Gründe auf Frühling 1965 verschoben werden (Konferenzenzyklus am 11. und 12. Oktober 1963 anläßlich der Veranstaltungen zum 75. Unterrichtsjahr in Kulturtechnik an der ETH; Landesausstellung usw.).

2. Veränderungen

Im Laufe des Jahres sind 1 Ehrenmitglied, 3 Aktivmitglieder sowie 11 Veteranen gestorben: Kübler Paul, Bern; Canonica Antonio, Lausanne; Fisler Walter, Zürich; Ribordy Antoine, Monthey; Bonnaz Marc, Morges; Brandenberg Heinrich, Aarau; Frischknecht Gustav, Dr., Rüschlikon; Götschi Bernard, Sarnen; Grünenfelder Johann, Alvaneu-Bad; Keller Werner, Kreuzlingen; Pelichet Ernest, Nyon; Rey-Bellet Oscar, St-Maurice; Vérolet Adrien, Fully; Witzig August, Zürich; Zonder Nicolin, Sent GR. Wir ehren das Andenken dieser Verstorbenen!

Neun Mitglieder wurden zu Veteranen ernannt: Buholzer Franz, Schüpfheim; Kuhn Fritz, Genf; Kuriger August, Murten; Pfanner Henri, Bern; Pouly Ernest, Lausanne; Schneuwly Josef, Düdingen; Süess Xaver, Dagmersellen; Weber Willy, Menziken; Wintsch Jakob, Wallisellen. Glückwünsche gelten diesen treuen Mitgliedern!

Es erfolgten neun Eintritte: Devittori Franco, Massagno; Enzmann Theodor, Winterthur; Eugster Gebhard, Dielsdorf; Fornerod René, Domdidier; Frund Joseph, La Tour-de-Peilz; Indermühle Jean-Paul, Morges; Lutz Hansrudolf, Liestal; Meier Walter, Dietikon; Schudel Heinz, Zürich; Stotzer Jean-Claude, Bern; Weber Ulrich, Rheinfelden. Wir heißen diese neuen Mitglieder herzlich willkommen!

Der Verein zählt 537 Mitglieder (12 Kollektivmitglieder, 4 Ehrenmitglieder, 359 Aktivmitglieder und 162 Veteranen).