

# **Modélisation des écoulements souterrains : application à l'étude des transferts nappe-sol-atmosphère : détermination in-situ des relations caractéristiques du sol**

Autor(en): **Mermoud, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **79 (1981)**

Heft 7

PDF erstellt am: **07.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-230663>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Modélisation des écoulements souterrains

Application à l'étude des transferts nappe-sol-atmosphère,  
Détermination in-situ des relations caractéristiques du sol

A. Mermoud

Les modèles mathématiques décrivant le mouvement de l'eau dans le sol en milieu non saturé ont souvent peu d'adeptes parmi les praticiens. Ces derniers n'éprouvent en général guère de sympathie pour les équations différentielles, d'autant plus qu'ils s'imaginent que l'on ne peut rien en tirer sans recourir à des méthodes numériques complexes et à de puissants ordinateurs. Il n'en est rien.

Ce texte se propose de montrer, d'une manière simple, le cheminement qui permet d'aboutir au modèle classique de transferts de l'eau dans le sol par association de la loi de Darcy généralisée et de la loi de continuité.

Par la suite est présentée la façon d'utiliser ces équations pour estimer les mouvements liquides dans le sol et les échanges d'eau entre le sol, la nappe et l'atmosphère.

Enfin sont décrites quelques méthodes de détermination des propriétés hydrodynamiques essentielles des sols, telles que les relations qui lient la teneur en eau à la succion, à la conductivité hydraulique et à la diffusivité.

*Nur wenige Praktiker wissen im allgemeinen die Werte mathematischer Modelle zur Beschreibung der Wasserbewegungen in ungesättigten Böden zu schätzen. In der Tat sind die vielen Differentialgleichungen recht unbeliebt, dies umso mehr, als oft angenommen wird, man könne daraus keinen Nutzen ziehen ohne aufwendige numerische Verfahren mittels grosser Computeranlagen.*

*Ziel dieses Textes ist es, auf einfache Weise zu zeigen, wie man durch Vereinigung vom allgemeinen Darcy-Gesetz mit dem Kontinuitätsgesetz zu einem klassischen Bodenwasser-Transport-Modell gelangt.*

*Anschliessend wird auf die Verwendung der Gleichungen zur Bestimmung der Wasserbewegungen im Boden sowie des Wasseraustausches zwischen Boden, Grundwasser und Atmosphäre hingewiesen.*

*Abschliessend seien einige Methoden zur Bestimmung der wichtigsten hydrodynamischen Eigenschaften des Bodens, wie z. B. die Wechselwirkung von Bodenfeuchte und Durchlässigkeit, Saugspannung und Diffusivität beschrieben.*

## 1. Généralités

Le sol est un système complexe à trois composantes: les phases solide, liquide et gazeuse.

– la fraction solide (appelée communément matrice poreuse) est constituée par des particules de forme et de taille diverses empilées les unes sur les autres. Le milieu résultant comporte de très nombreux pores accessibles à l'eau et à l'air.

– La phase gazeuse est représentée par l'air et la vapeur d'eau du sol. Le mélange gazeux peut être en transit dans le milieu poreux ou retenu dans les pièges du sol (pores en cul-de-sac, air occlus, etc...).

– La fraction liquide est représentée par l'eau du sol. Cette eau n'est jamais pure; elle contient toujours certaines substances solubles, généralement des sels électrolytiques. En outre, on sépare l'eau du sol en eau liée et eau mobile. L'eau liée ne participe pas à l'écoulement; elle est fixée sur les particules solides par les forces d'attraction moléculaires ou retenue dans des pores en cul-de-sac. Seule l'eau mobile est susceptible de se déplacer dans le sol.

Dans le cas particulier du milieu saturé tous les pores du sol sont remplis d'eau. Si l'on néglige les bulles d'air piégées, le système se réduit à deux composantes: les phases solide et liquide.

Dans le cas général du milieu non saturé 3 phases sont en présence: les phases solide, liquide et gazeuse.

Les proportions relatives de gaz et de liquide dans les sols varient dans le temps et dans l'espace par suite de l'évapotranspiration et de l'alternance de périodes d'humidification et de drainage.

## 2. Modélisation des transferts de l'eau dans le sol

La description des transferts de l'eau du sol repose sur les modèles de la mécanique des fluides.

Les mouvements de la phase liquide sont la conséquence de variation du niveau énergétique de l'eau. La description de ces niveaux d'énergie et leur quantification représentent la première étape de l'élaboration des équations de transfert.

Ensuite il s'agit d'établir l'équation dynamique (loi de Darcy généralisée).

Enfin, dans le cas d'écoulements non

stationnaires, on fait appel à la loi de continuité.

L'équation générale de l'écoulement résulte d'une synthèse des deux lois précédentes. Pour faciliter la résolution de cette équation on introduit souvent des fonctions auxiliaires afin de lui donner une forme semblable à d'autres lois physiques pour lesquelles des solutions sont connues.

### 2.1 Energie de l'eau du sol

L'énergie de l'eau du sol est essentiellement potentielle. L'énergie cinétique est généralement négligée car les déplacements de l'eau dans le sol sont lents. L'importance et la direction de ces déplacements sont donc régies principalement par les différences d'énergie potentielle de l'eau, celle-ci ayant naturellement tendance à se déplacer d'un point où l'énergie est élevée vers un point d'énergie plus basse, pour tendre vers un équilibre.

L'énergie potentielle  $E$  est constituée essentiellement par la somme de deux composantes:

– l'énergie potentielle de gravité  $E_g$   
– l'énergie potentielle de pression  $E_p$   
dues respectivement aux champs de pesanteur et de pression hydrostatique. L'énergie potentielle de pression prend en compte les effets de submersion, d'adsorption, de capillarité, etc...

D'autres composantes sont théoriquement possibles, mais en général leur influence sur le mouvement de l'eau est négligeable (effets de pression osmotique, gradients de température, etc...).

Il y a plusieurs manières d'exprimer quantitativement l'énergie potentielle totale  $E$  de l'eau du sol ( $E = E_g + E_p$ ). On peut la rapporter à l'unité de masse, à l'unité de volume ou à l'unité de poids de liquide. Cette dernière expression est la plus couramment utilisée. On la dénomme charge hydraulique  $H$ :

$$H = \frac{E_g + E_p}{P} = z + h \quad (L)$$

–  $z$ : hauteur de l'eau au-dessus du plan de référence (L)  
–  $h$ : pression effective de l'eau du sol, en hauteur d'eau, par rapport à la pression atmosphérique:

$$h = \frac{p_w - p_a}{\rho_w g} \quad (L)$$

$p_w$ : pression absolue de l'eau du sol (ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup>)

$p_a$ : pression atmosphérique (ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup>)

$\rho_w$ : masse volumique de l'eau (ML<sup>-3</sup>)  
 $g$ : accélération de la pesanteur (LT<sup>-2</sup>)

*En milieu saturé:*  $p_w > P_a \Rightarrow h > 0$   
 La pression effective de l'eau du sol est positive; elle correspond à la profondeur de submersion en dessous de la surface d'eau libre et se mesure au moyen de piézomètres.

*En milieu non saturé:*  $p_w < P_a \Rightarrow h < 0$   
 La pression effective de l'eau du sol est négative; elle traduit les effets conjugués des forces d'adsorption et de capillarité; ces forces fixent l'eau à la matrice poreuse et abaissent son énergie potentielle à des valeurs inférieures à celles de l'eau libre.

On remplace souvent la pression effective négative par un paramètre  $\Psi$  équivalent à la valeur absolue de  $h$  que l'on nomme tension ou succion:

$$\Psi = -h \quad (L)$$

En milieu non saturé les valeurs de  $h$  ou de  $\Psi$  se mesurent au moyen de tensiomètres.

En général on place le plan de référence au niveau du sol et on oriente l'axe des profondeurs (axe des  $z$ ) positivement vers le bas. Dans ces conditions, la charge hydraulique s'écrit:

- en milieu saturé:  $H = h - z \quad h > 0$
  - en milieu non saturé:  $H = h - z = -\Psi - z \quad h < 0$
- $H, h, \Psi$  et  $z$  ont les dimensions d'une longueur.

*Remarques:* on peut obtenir l'expression de la charge hydraulique à partir de l'équation de Bernoulli:

$$H = \frac{p}{\rho_w g} + z + \frac{v^2}{2g}$$

dans laquelle les différentes composantes de la charge sont des longueurs ou des énergies par unité de poids.

En négligeant le terme représentatif de l'énergie cinétique ( $v^2/2g$ ), on obtient:

$$H = \frac{p}{\rho_w g} + z = h + z$$

$z$ : charge gravitationnelle (L)

$h = \frac{p}{\rho_w g}$  charge de pression (par rapport à la pression atmosphérique) (L)

## 2.2 Equations des transferts d'eau

Les équations de transfert présentées par la suite reposent sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices:

- la matrice poreuse est admise rigide, homogène et isotrope
- l'écoulement s'effectue à température constante

- la phase liquide est supposée pure et incompressible
- la phase gazeuse est admise continue et constamment à la pression atmosphérique
- les différentes grandeurs qui interviennent dans les transferts (flux hydrique, concentration, humidité,...) seront représentées par des valeurs moyennes à l'échelle macroscopique.

### 2.2.1 Ecoulements stationnaires –

#### Equation dynamique

##### a) Milieu saturé

Sous sa forme la plus simple, l'équation dynamique ou loi de Darcy stipule que la charge hydraulique varie linéairement le long de la direction d'écoulement. Le flux d'eau à travers une couche de sol s'obtient par la formule:

$$q = k l \quad (1)$$

$k$ : conductivité hydraulique à saturation (LT<sup>-1</sup>)

$l$ : gradient hydraulique

$q$ : densité de flux (quantité d'eau qui traverse une section unitaire par unité de temps). (LT<sup>-1</sup>)

Par la suite nous parlerons simplement de flux. Bien que ses dimensions soient celles d'une vitesse nous préférons le terme de flux pour diverses raisons:

- la vitesse réelle d'écoulement varie considérablement d'un point à l'autre du milieu
- l'écoulement ne se fait pas à travers la section complète, mais seulement à travers une fraction de sol définie par la perméabilité
- le cheminement réel de l'eau dans le massif poreux est supérieur au parcours apparent.

Lorsque l'écoulement est non uniforme ou le sol non homogène, le gradient hydraulique varie d'un point à l'autre et l'on doit considérer les valeurs locales du gradient. L'équation de Darcy devient donc, dans un système tridimensionnel:

$$q = -k \text{ grad } H \quad (2)$$

$H$  = charge hydraulique (L)

Le signe négatif exprime que l'écoulement a lieu dans le sens des charges décroissantes.

Dans un système unidimensionnel vertical, l'équation s'écrit:

$$q = -k \frac{dH}{dz} \quad (3)$$

##### b) Milieu non saturé

En milieu non saturé, la conductivité hydraulique n'est plus constante, mais elle varie avec la teneur en eau  $\Theta$ . Une diminution de l'humidité se traduit par une décroissance très rapide de la conductivité hydraulique:

$$k = k(\Theta)$$

En outre la pression effective de l'eau du sol  $h$  varie aussi avec l'humidité:

$$h = h(\Theta)$$

La loi de Darcy étendue aux milieux non saturés s'écrit donc:

$$q = -k(\Theta) \text{ grad } H$$

ou, en se souvenant que  $H = h - z$ :

$$q = -k(\Theta) \text{ grad } (h(\Theta) - z) \quad (4)$$

$z$ : variable spatiale orientée positivement vers les bas (L)

En écoulement unidimensionnel:

$$q = -k(\Theta) \frac{\delta H}{\delta z} = -k(\Theta) \frac{\delta}{\delta z} (h(\Theta) - z) \quad (5)$$

### 2.2.2 Ecoulements non stationnaires

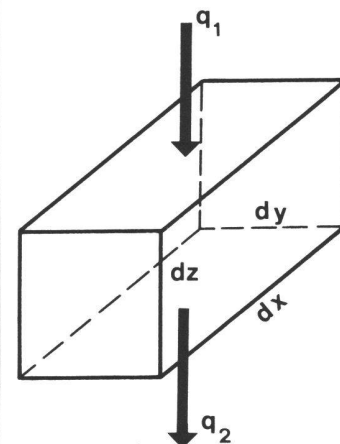
Pour un écoulement non stationnaire ou non permanent, l'équation dynamique (loi de Darcy) ne suffit pas à décrire les transferts puisqu'elle ne fait pas intervenir le temps alors même que les paramètres de l'écoulement sont sujets à des variations temporelles. Il faut adjoindre à la loi de Darcy une relation supplémentaire: l'équation de continuité.

#### Equation de continuité

En toute rigueur, l'équation de continuité s'obtient par application de la loi de la conservation de la matière à un volume élémentaire de sol.

On peut aussi y parvenir par le raisonnement intuitif suivant:

Soit un petit volume de sol qui reçoit un flux d'eau  $q_1$ , et qui cède un flux  $q_2$ . Si le flux entrant diffère du flux sortant le sol doit nécessairement stocker ou céder de l'eau, occasionnant ainsi une variation de la teneur en eau  $\Delta\Theta$ .



La loi de conservation de la matière stipule que le taux d'emmagasinement ou de perte en eau par le sol  $\frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$  correspond aux variations de flux  $\frac{\Delta q}{\Delta z}$  entre l'entrée et la sortie  $\frac{\Delta q}{\Delta z}$ , soit:

$$\frac{\Delta\Theta}{\Delta t} = - \frac{\Delta q}{\Delta z} \quad (\Delta q = q_2 - q_1) \quad (6)$$

Le signe négatif exprime que  $\Delta q$  et  $\Theta$  varient en sens inverse.

En passant à la limite, cette équation s'écrit:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = - \frac{\delta q}{\delta z} \quad (7)$$

et en généralisant à 3 dimensions:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = - \text{div } q \quad (8)$$

La loi de continuité exprime donc que le régime de variations de la teneur en eau dans le temps est égal au régime de variations spatiales du flux.

### 2.2.3 Equation générale du mouvement de l'eau

On l'obtient en associant l'équation dynamique (4) à la loi de continuité (8):

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = \text{div} [k(\Theta) \text{ grad } H] \quad (9)$$

ou encore:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = \text{div} [k(\Theta) \text{ grad} (h(\Theta) - z)] \quad (10)$$

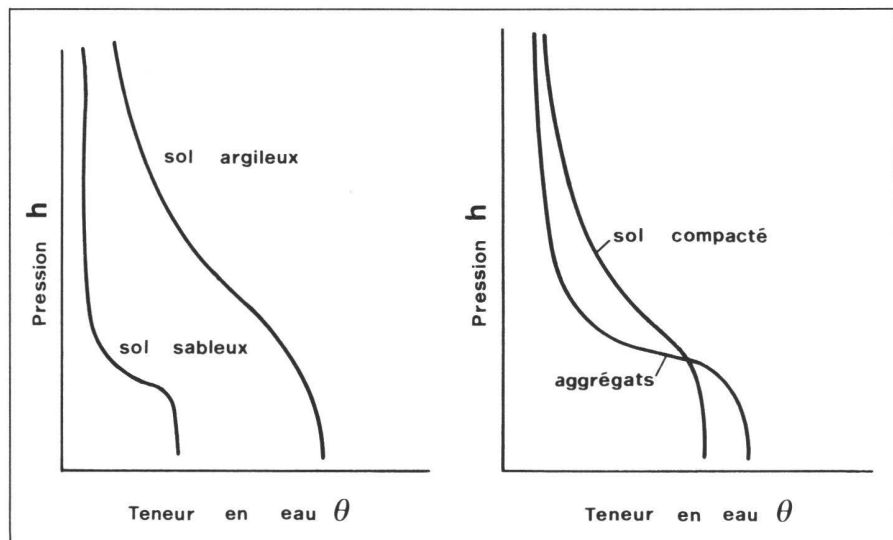


Fig. 1 Influence de la texture et de la structure sur les courbes caractéristiques de l'humidité du sol

En écoulement unidimensionnel:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta z} [k(\Theta) \frac{\delta}{\delta z} (h(\Theta) - z)] \quad (11)$$

### Remarques sur l'équation générale

L'équation 10 démontre clairement que l'écoulement de l'eau dans un sol non saturé dépend des deux relations caractéristiques du milieu, à savoir:

- la relation pression-teneur en eau:  $h(\Theta)$
- la relation conductivité hydraulique-teneur en eau:  $k(\Theta)$

Ces relations caractéristiques doivent être déterminées expérimentalement car elles dépendent de la structure et de la texture du sol. En général ce ne sont pas des fonctions univoques de l'humidité  $\Theta$ , particulièrement la courbe de succion  $h(\Theta)$  qui diffère selon que l'on se trouve en période d'humidification ou de dessèchement.

La figure 1 présente l'aspect général de la fonction  $h(\Theta)$  pour des sols de texture et de structure différentes.

La relation  $h(\Theta)$  appelée communément courbe caractéristique d'humidité du sol ou courbe de succion, n'est en général pas unique; la teneur en eau à une succion donnée est ordinairement plus forte en phase d'assèchement qu'en période d'humidification (fig. 2). Cette hystérèse est imputable notamment à la géométrie variable des pores, à la présence d'air piégé ou encore aux phénomènes de gonflement et de retrait dans les sols argileux.

La relation fonctionnelle entre la conductivité hydraulique et l'humidité du sol présente en général une hystérèse

peu marquée, voire imperceptible. La figure 3 donne l'allure habituelle de la courbe  $k(\Theta)$ .

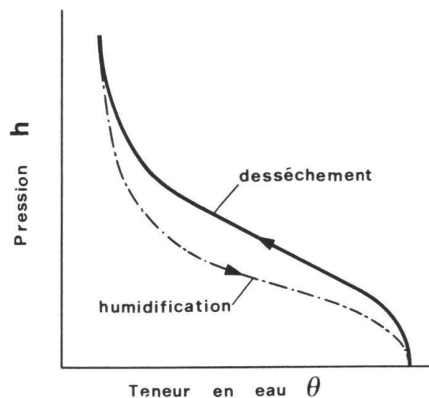


Fig. 2 Hystérèse de la relation  $h(\Theta)$

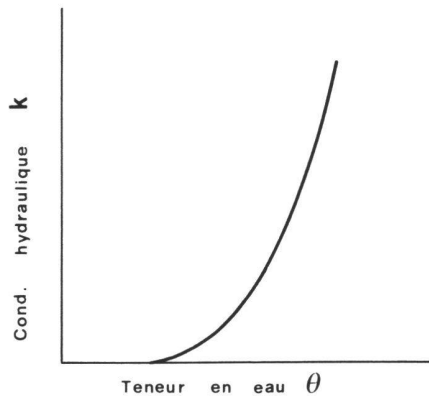


Fig. 3 Relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau

## 2.3. Résolution de l'équation générale

Le traitement mathématique de l'équation générale des transferts d'eau dans le sol (10) peut être simplifié en faisant appel à des fonctions auxiliaires qui permettent d'exprimer cette équation uniquement en fonction de  $\Theta$  ou de  $h$ . Cette démarche suppose que l'on néglige l'hystérèse de la loi  $h(\Theta)$ .

### 2.3.1 Equation en $\Theta$

Si l'on choisit  $\Theta$  comme variable, on aboutit à une équation de forme analogue à celle des équations de diffusion et de conduction de la chaleur en faisant appel à une fonction de diffusivité définie par:

$$D(\Theta) = k(\Theta) \frac{dh}{d\Theta} \quad (12)$$

En introduisant cette fonction dans l'équation (9) on obtient la relation:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta t} = \text{div} [D(\Theta) \text{ grad } \Theta] - \frac{\delta k(\Theta)}{\delta z} \quad (13)$$

qui peut aussi s'écrire:

$$\frac{\delta \Theta}{\delta t} = \text{div} [D(\Theta) \text{grad } \Theta] - \frac{dk(\Theta)}{d\Theta} \frac{\delta \Theta}{\delta z} \quad (14)$$

Pour résoudre cette équation fondamentale, il est nécessaire de déterminer expérimentalement les fonctions  $D(\Theta)$  et  $k(\Theta)$ .

### 3.3.2 Equation en h

Il est aussi possible de retenir comme seule variable la pression  $h$  en faisant appel à la notion de capacité capillaire  $c$  définie par Richards:

$$c(h) = \frac{d\Theta}{dh} \quad (15)$$

La capacité capillaire traduit l'aptitude d'un sol à retenir ou à libérer l'eau suite à une variation de succion. En introduisant cette fonction dans l'équation (9) on obtient:

$$c(h) \frac{\delta h}{\delta t} = \text{div} [k(h) \text{grad } H] \quad (16)$$

Le choix de cette expression s'impose lorsque l'on veut étudier le comportement global de l'eau dans le milieu poreux, qu'il soit saturé ou non. En effet le choix de la teneur en eau  $\Theta$  comme variable aboutit à une indétermination dans la zone saturée puisque sa valeur devient constante. La pression  $h$ , par contre, varie continûment dans tout le domaine d'écoulement: elle est positive dans la zone saturée et négative dans la zone non saturée.

Les relations  $c(h)$  et  $k(h)$  doivent être déterminées expérimentalement. Les équations différentielles non linéaires (14) et (16) décrivent l'écoulement de l'eau en milieu non saturé; l'obtention d'une solution est liée à la spécification de conditions initiales et de conditions aux limites. Sous certaines hypothèses très restrictives et pour des problèmes particuliers, elles peuvent être résolues par des procédés analytiques. Dans le cas le plus général on fait appel à des méthodes numériques (éléments finis, différences finies, ...). La solution de ces équations permet d'obtenir les variations temporelles du champ d'humidité  $\Theta(x,y,z,t)$  ou de pression  $h(x,y,z,t)$ .

La façon de résoudre les équations (14) et (16) par des méthodes numériques sort du cadre de ce texte. Par contre nous allons montrer comment on peut utiliser l'équation dynamique et la loi de continuité pour estimer les transferts d'eau entre la nappe phréatique, le sol et l'atmosphère, ainsi que pour déterminer les relations caractéristiques du sol.

## 3. Application à l'étude des transferts nappe-sol-atmosphère

### 3.1 Mesures de terrain

Pour estimer les quantités d'eau transférées entre le sol, la nappe et l'atmosphère, il faut mesurer simultanément les variations spatio-temporelles de teneur en eau et de pression. Les méthodes présentées par la suite supposent que l'écoulement dans le sol est essentiellement vertical. En général cette hypothèse est correcte; elle ne l'est plus en présence de couches retardatrices qui peuvent créer des nappes perchées temporaires et générer des écoulements latéraux.

#### 3.1.1 Mesure de la teneur en eau

On utilisera de préférence une sonde à neutrons. Cet appareil est particulière-

ment approprié lorsque l'on désire suivre le comportement dynamique de l'eau du sol, car il permet des mesures rapides de l'humidité sans prélèvements et sans perturbations du sol. Une sonde à neutrons comporte deux parties essentielles:

- un dispositif de comptage
- la sonde proprement dite protégée par un blindage; elle peut être amenée à la profondeur de mesure souhaitée au moyen d'un câble portant des repères côtés. La source radioactive et le détecteur de neutrons ralentis par les noyaux d'hydrogène sont logés dans la sonde (fig. 4).

Le principe de mesure consiste à envoyer dans le sol un nombre constant de neutrons rapides qui sont ralentis par chocs successifs sur les noyaux des éléments constitutifs de la matière. Etant donné que le noyau d'hydrogène possède sensiblement la même masse que le neutron, son coefficient de ralentissement est très élevé, à tel point que le flux de neutrons ralentis au voisinage de la source radioactive est à peu près proportionnel à la densité des atomes d'hydrogène. Si on suppose que l'hydrogène se présente essentiellement sous forme  $H_2O$ , il suffit de mesurer le flux de neutrons thermiques au moyen d'un détecteur pour en déduire la teneur en eau.

Le principal problème posé par l'utilisation des sondes à neutrons est l'établissement de la courbe d'étalonnage, c'est-à-dire la courbe donnant l'humidité volumique en fonction du nombre d'impulsions enregistrées par le compteur. Les facteurs de perturbation sont nombreux (présence de matière organique, composition chimique et densité du sol variables, etc...). En général si l'on souhaite obtenir des mesures précises il est nécessaire d'établir une courbe d'étalonnage pour chaque tube d'accès.

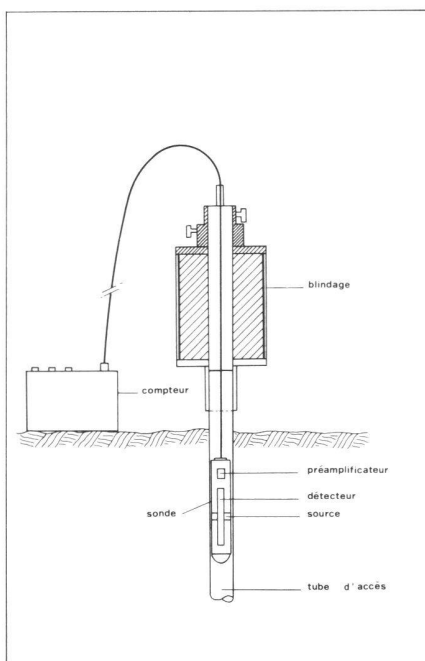


Fig. 4 Schéma d'une sonde à neutrons

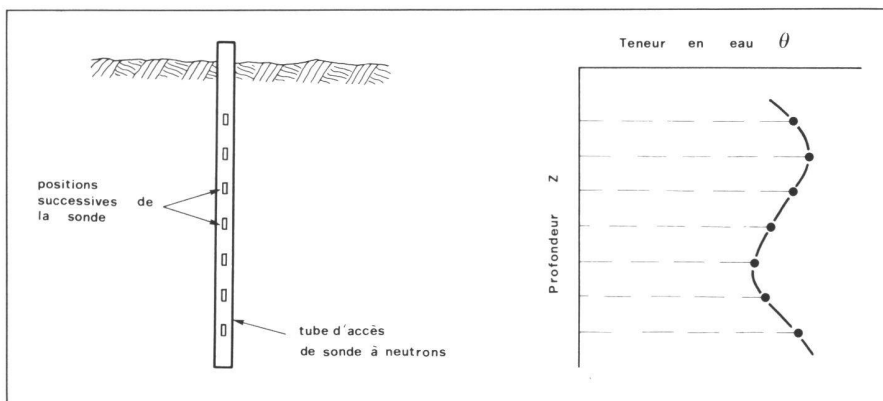


Fig. 5 Mesure d'humidité à différentes profondeurs et tracé du profil hydrique correspondant

Une technique d'étalonnage simple consiste à prélever des échantillons au voisinage du tube d'accès et à effectuer au même moment et à la même profondeur des mesures à la sonde. La courbe d'étalonnage est obtenue par corrélation entre les mesures nucléaires et l'humidité volumique déterminée sur échantillon.

Les mesures d'humidité à différents niveaux permettent de tracer un profil hydrique, c'est-à-dire une courbe qui présente les variations en profondeur de la teneur en eau, à un instant donné (fig. 5).

### 3.1.2 Mesure de la pression

La pression de l'eau du sol en milieu non saturé (suction) est mesurée au moyen de tensiomètres.

Le tensiomètre est constitué d'une coupelle poreuse surmontée d'un tube relié à un manomètre par l'intermédiaire d'un tuyau de faible diamètre (cf. fig. 6). Le tout est rempli d'eau désaérée. La coupelle poreuse joue le rôle de filtre semi-perméable (perméable à l'eau mais non à l'air); elle assure la continuité de la phase liquide entre le tensiomètre et le sol. Selon l'état énergétique de l'eau du sol on observe une migration de l'eau vers ou hors du tensiomètre. Les variations de pression qui en résultent sont enregistrées par le manomètre.

Si l'on se réfère aux notations de la figure 6, on peut déduire la valeur des paramètres suivants (à la profondeur z):

- pression effective de l'eau du sol h:  
 $h = -13,6 \Delta + s$
- suction de l'eau du sol  $\Psi$ :  
 $\Psi = 13,6 \Delta - s$
- charge hydraulique H:  
 $H = -12,6 \Delta + u$

s,  $\Delta$ , u et z sont exprimés en cm  
h,  $\Psi$  et H sont exprimés en cm de colonne d'eau.

En plaçant plusieurs appareils à différentes profondeurs on peut tracer le profil de charge hydraulique (fig. 7).

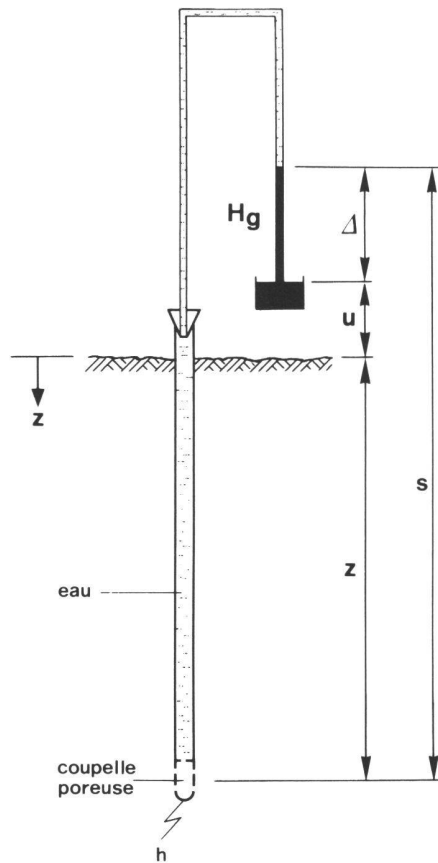


Fig. 6 Tensiomètre

### 3.2 Détermination de la direction des déplacements d'eau à partir des profils de charge

L'étude de la forme et de la pente des profils de charge permet de déterminer la direction des transferts d'eau. En effet pour un écoulement vertical la loi de Darcy s'écrit:

$$q = -k(\Theta) \frac{dH}{dz}$$

et le signe de  $\frac{dH}{dz}$  renseigne sur la direction du flux.

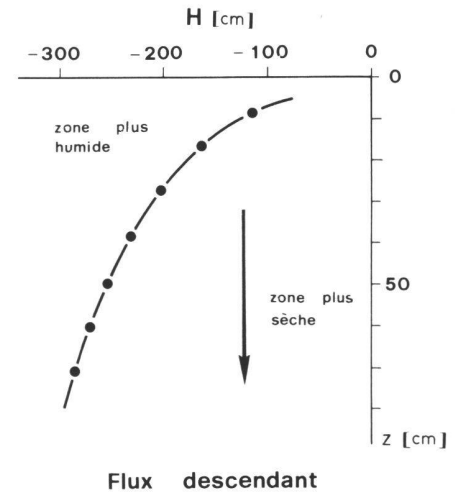
Trois cas peuvent se présenter:

~ Premier cas:

$$\frac{dH}{dz} < 0$$

$$\rightarrow q > 0$$

L'écoulement se fait dans la direction de z, donc vers le bas.

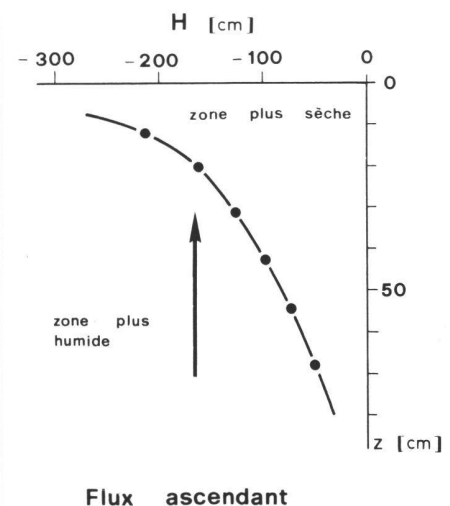


~ Deuxième cas:

$$\frac{dH}{dz} > 0$$

$$\rightarrow q < 0$$

L'écoulement se fait vers le haut.



~ Troisième cas:

a) Au-dessus du plan de flux nul:

$$\frac{dH}{dz} > 0$$

Écoulement vers le haut (régime d'évaporation)

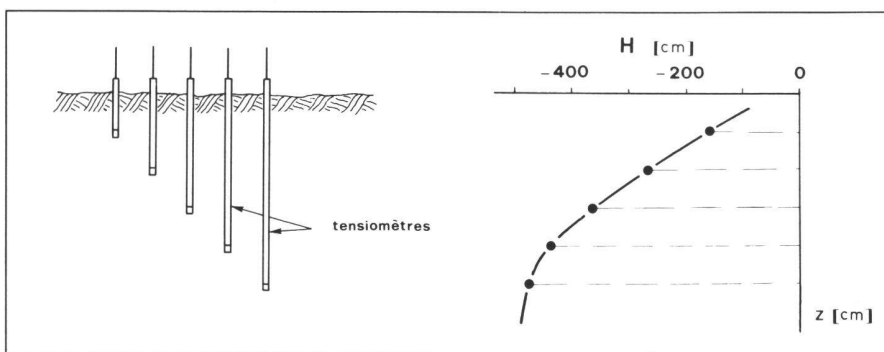
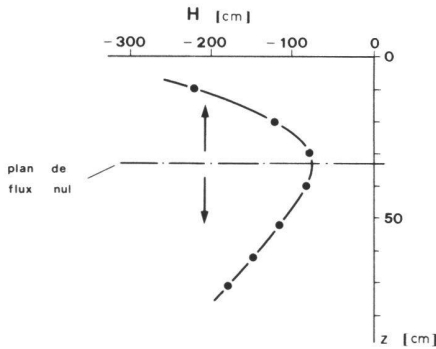


Fig. 7 Mesure de la pression à différentes profondeurs et tracé du profil de charge correspondant

b) Au-dessous du plan de flux nul:

$$\frac{dH}{dz} < 0$$

Écoulement vers le bas  
(régime de redistribution)



Cette situation fait généralement suite à une précipitation ou à une irrigation, en l'absence d'une nappe phréatique ou dans le cas d'une nappe profonde. Deux processus se déroulent simultanément:

- en surface l'évaporation provoque un écoulement vers le haut
- en profondeur on assiste à une redistribution de l'eau du sol sous l'effet des gradients gravitationnels et de succion. Cette redistribution se traduit par une humectation progressive des couches profondes au détriment des couches supérieures.

On voit apparaître dans le profil un plan de flux nul qui se déplace généralement vers le bas et au travers duquel aucun écoulement n'a lieu puisque le gradient de charge hydraulique est nul.

### 3.3 Quantification des flux d'eau à partir des profils hydriques

En appliquant l'équation de continuité sous la forme discrétisée (éq. 6) à deux profils hydriques mesurés aux temps  $t_1$  et  $t_2$ , on peut calculer les variations de flux  $\Delta q$  entre deux points voisins:

$$\Delta q = - \frac{\Delta \Theta \Delta z}{\Delta t}$$

$\Delta \Theta$  est positif ou négatif selon que le sol perd ou stocke de l'eau. Entre deux profondeurs  $z_1$  et  $z_2$  on peut écrire, en sacrifiant quelque peu au formalisme mathématique:

$$\begin{aligned} \Delta q &= q_{z_2} - q_{z_1} \\ &= - \frac{1}{\Delta t} \int_{z_1}^{z_2} \Delta \Theta dz = - \frac{1}{\Delta t} \Delta S_{z_1-z_2} \end{aligned}$$

$q_{z_1}$  et  $q_{z_2}$ : flux d'eau moyen entre  $t_1$  et  $t_2$  à travers les sections de cote  $z_1$  et  $z_2$

$\Delta t$ : intervalle de temps compris entre  $t_1$  et  $t_2$

$\Delta S_{z_1-z_2}$ : surface comprise entre les 2 profils hydriques et les profondeurs  $z_1$  et  $z_2$ . En réalité  $\Delta S$  représente la hauteur d'eau ayant quitté ou ayant été apportée au sol entre  $z_1$  et  $z_2$  dans l'intervalle de temps  $\Delta t$  (fig. 8).

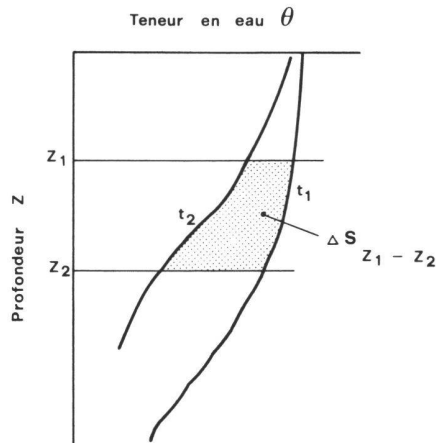


Fig. 8 Calcul des variations du stock d'eau du sol

L'équation précédente fournit uniquement des variations de flux entre deux profondeurs, mais pas de valeur absolue.

Pour calculer le flux à un point déterminé il faut connaître la valeur du flux en un point quelconque du profil.

Suivant les cas on aura par exemple:

- un flux connu en surface  $q_0$  (irrigation à intensité constante, infiltration à flux constant...). Le flux à une profondeur  $z$  quelconque vaut alors:

$$\begin{aligned} q_z &= q_0 - \frac{1}{\Delta t} \int_0^z \Delta \Theta dz \\ &= q_0 - \frac{1}{\Delta t} \Delta S_{0-z} \end{aligned}$$

Le sol est en régime d'infiltration

- un flux nul en surface en recouvrant le sol d'une protection qui permet de négliger l'évaporation et de supprimer les apports. Il vient:

$$\begin{aligned} q_z &= - \frac{1}{\Delta t} \int_0^z \Delta \Theta dz \\ &= - \frac{1}{\Delta t} \Delta S_{0-z} \end{aligned}$$

Le sol est en régime de redistribution ou de drainage interne

- un flux nul à une profondeur quelconque révélé par les profils de charge. Le sol se trouve en régime simultané d'évaporation et de redistribution.

### 3.4 Etude du bilan hydrique en cas d'évaporation et de redistribution simultanées

Dans les jours qui suivent une précipitation ou une irrigation, le sol se trouve fréquemment en phase d'évaporation dans la couche de surface et de redistribution dans la zone inférieure. Il existe donc un plan de flux nul au travers duquel aucun écoulement ne se produit (cf. fig. 10). On peut ainsi calculer le flux  $q$  à n'importe quelle cote  $z$  du profil par la relation:

$$q_z = - \frac{1}{\Delta t} \Delta S_{z_0-z}$$

$z_0$ : position moyenne du plan de flux nul entre 2 mesures

$z$ : profondeur à laquelle le flux  $q$  est calculé

$\Delta t$ : intervalle de temps entre deux mesures successives des profils de charge et des profils hydriques

$\Delta S_{z_0-z}$ : surface comprise entre 2 profils hydriques successifs et les profondeurs  $z_0$  et  $z$ .

La position du plan de flux nul varie dans le temps au fur et à mesure que l'évaporation se poursuit. On peut tracer la courbe présentant les variations temporelles de profondeur du plan de flux nul et s'y référer pour déterminer sa position moyenne entre 2 mesures (cf. fig. 9).

- position du plan de flux nul lors des mesures successives
- + position moyenne du plan de flux nul entre 2 mesures

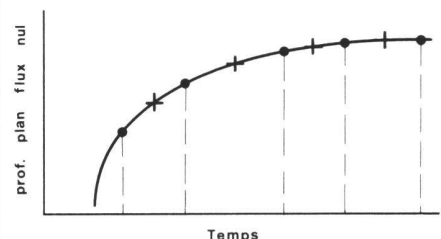


Fig. 9 Détermination de la profondeur moyenne du plan de flux nul

La figure 10 illustre la méthode appliquée aux profils hydriques et aux profils de charge mesurés aux temps  $t_1$  et  $t_2$ .

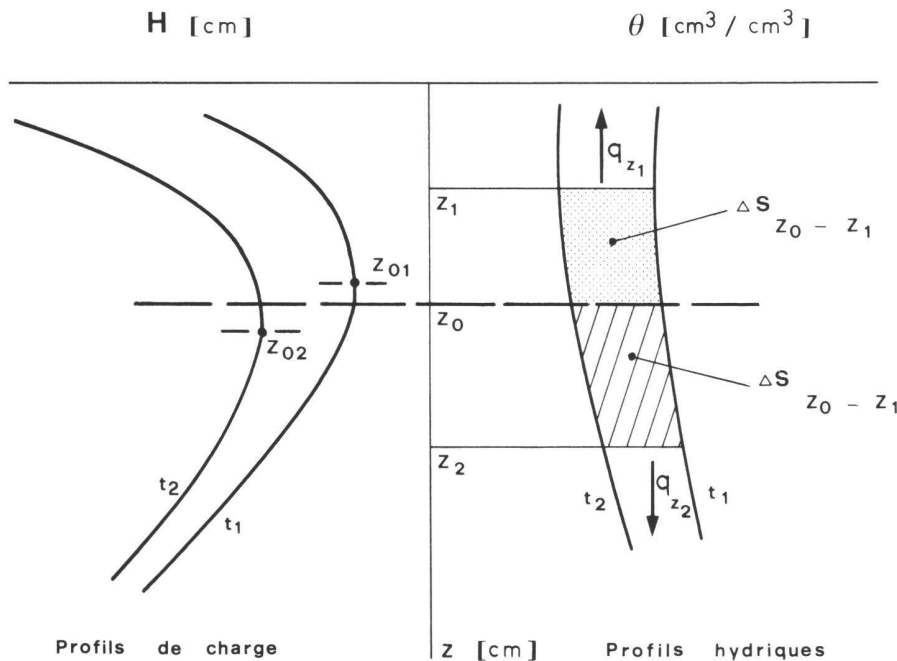


Fig. 10 Méthode du plan de flux nul

$$q_{z_1} = -\frac{1}{\Delta t} \Delta S_{z_0 - z_1}$$

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$q_{z_2} = -\frac{1}{\Delta t} \Delta S_{z_0 - z_2}$$

$q_{z_1}$ : flux moyen d'eau perdue par évaporation à la cote  $z_1$  entre  $t_1$  et  $t_2$

$q_{z_2}$ : flux moyen d'eau ayant percolé en profondeur à travers le plan de cote  $z_2$  entre  $t_1$  et  $t_2$ .

### 3.5 Calcul des flux instantanés

Lorsque l'on connaît la relation conductivité hydraulique – teneur en eau et que l'on dispose des profils hydriques et des profils de charge, on peut, par simple application de la loi de Darcy, calculer les flux liquides à n'importe quel point du profil.

En effet, à une profondeur  $z$ :

$$q_z = -k(\Theta_z) \left( \frac{dH}{dz} \right)_z$$

–  $\left( \frac{dH}{dz} \right)_z$  s'obtient à partir du profil de charge

–  $\Theta_z$  se lit sur le profil hydrique

– la valeur de  $k(\Theta_z)$  est fournie par la fonction  $k(\Theta)$ .

### 4. Détermination in-situ des fonctions $h(\Theta)$ , $k(\Theta)$ et $D(\Theta)$

La détermination sur sol en place des relations fonctionnelles  $h(\Theta)$ ,  $k(\Theta)$  et  $D(\Theta)$  nécessite l'implantation sur le site d'essai d'un tube d'accès pour sonde à neutrons et d'une série de tensiomètres à différentes profondeurs.

Les mesures in-situ sont incontestablement préférables aux méthodes de laboratoire car le volume de sol interrogé est en général suffisamment grand pour qu'il puisse être considéré comme homogène à l'échelle macroscopique (pour autant bien sûr que l'on ne change pas d'horizon géologique).

#### 4.1 Fonction $h(\Theta)$

La relation  $h(\Theta)$  s'obtient en mesurant simultanément la succion et la teneur en eau à des humidités variables. Remarquons que très souvent les difficultés de mise en œuvre des tensiomètres masquent l'hystérèse si bien qu'il ne faut guère s'attendre à voir ressortir des courbes d'humidification et de dessèchement bien distinctes.

#### 4.2 Fonction $k(\Theta)$

Pour déterminer la relation  $k(\Theta)$  deux voies sont possibles:

- la méthode par infiltration
- la méthode du drainage interne

L'une et l'autre reposent sur l'étude des variations spatio-temporelles de la charge hydraulique et de l'humidité du sol.

##### 4.2.1 Méthode par infiltration à débit constant

Cette méthode consiste à réaliser une infiltration à flux constant  $q_0$  sur sol initialement desséché et à suivre les variations temporelles des profils hydriques et des profils de charge pendant l'infiltration.

La conductivité hydraulique, à une profondeur donnée et à un temps déterminé, est calculée à partir de la loi de Darcy généralisée:

$$k(\Theta) = -\frac{q}{(dH/dz)}$$

On peut donc obtenir la valeur de  $k$  en faisant le rapport du flux, à un instant et à une profondeur donnés, et du gradient de charge au même instant et à la même profondeur.

Le flux  $q_z$  à travers une section perpendiculaire à l'axe d'écoulement à la profondeur  $z$  est obtenu par discrétisation de l'équation de continuité (cf. §3.3):

$$q_z = q_0 - \frac{1}{\Delta t} \int_0^z \Delta \Theta dz$$

L'intégrale est calculée à partir des profils hydriques mesurés aux temps  $t_i$  et  $t_{i+1}$  ( $t_{i+1} - t_i = \Delta t$ ).

Le gradient de charge correspond à la pente du profil de charge à la profondeur sélectionnée. La teneur en eau correspondante est donnée par le profil hydrique moyen.

En effectuant le même cycle d'opérations à différents temps et à différentes sections, on obtient un certain nombre de couples de valeurs ( $k, \Theta$ ) qui permettent de tracer la courbe conductivité hydraulique – teneur en eau.

Une méthode apparentée, mais souvent fort longue, consiste à alimenter la surface du sol à des flux correspondant à des régimes d'infiltration inférieurs à la saturation jusqu'à ce que l'écoulement soit permanent. A ce moment le gradient de succion tend vers zéro et la conductivité hydraulique est égale au flux d'infiltration. En commençant l'essai à un moment où le sol est relativement sec et en réalisant plusieurs paliers d'infiltration pour des débits croissants, on obtient, pour chaque palier, un couple de valeurs conductivité hydraulique – teneur en eau. L'essai ne nécessite pas de tensiomètres, mais uniquement un contrôle précis du flux infiltré et de la teneur en eau.

Ces méthodes d'infiltration à débit constant présentent certains inconvénients, notamment:

- nécessité de disposer d'un équipement de qualité pour assurer l'injection d'un flux invariable dans le temps et dans l'espace
- difficulté à réaliser des apports réduits et donc de déterminer la conductivité hydraulique pour les faibles valeurs d'humidité ou de succion
- l'impact des gouttes d'eau à la surface du sol peut perturber la couche superficielle.



#### 4.2.2 Méthode du drainage interne

Cette méthode consiste à réaliser une infiltration préalable pour amener la teneur en eau du sol à une valeur proche de la saturation (au moyen d'un appareil de Müntz par exemple). Ensuite la surface du sol est couverte avec un voile étanche de sorte à minimiser l'évaporation ou les apports éventuels. On crée donc artificiellement les conditions d'un flux nul à la surface. Par la suite on mesure périodiquement les profils hydriques et les profils de charge pendant la redistribution. Le calcul de la fonction  $k(\Theta)$  se fait de la même manière que précédemment avec une valeur nulle de  $q_0$ .

C'est une méthode facile à mettre en œuvre et très bien adaptée à la détermination de la relation  $k(\Theta)$ . Son principal inconvénient tient au fait qu'elle est souvent limitée à des valeurs assez élevées d'humidité, car après quelque temps le processus de redistribution devient très lent, voire imperceptible.

Remarquons qu'il est théoriquement possible d'obtenir la fonction  $k(\Theta)$  sans couvrir le sol. On aboutit alors à une situation d'évaporation et de redistribution simultanée. Le plan de flux nul qui en résulte devrait permettre de calculer le flux en tout point du profil. Cette méthode est délicate d'application car il est souvent difficile de définir avec précision la situation exacte du plan de flux nul.

#### 4.3 Fonction D ( $\Theta$ )

La fonction  $D(\Theta)$  peut s'obtenir en faisant appel à la loi de Darcy qui s'écrit, en introduisant la diffusivité et en considérant un écoulement vertical:

$$q = -D(\Theta) \frac{d\Theta}{dz} + k(\Theta)$$

soit, en explicitant  $D(\Theta)$ :

$$D(\Theta) = \frac{k(\Theta) - q}{d\Theta/dz}$$

Les conditions expérimentales sont identiques à celles utilisées pour la détermination de  $k(\Theta)$ . A une profondeur donnée et entre deux profils hydriques successifs, le flux  $q$  est calculé par discrétisation de l'équation de continuité. La conductivité hydraulique correspondante est déduite de la relation  $k(\Theta)$  et le gradient d'humidité se détermine à partir du profil hydrique moyen.

Une autre méthode consiste à calculer  $D$  à partir des relations  $h(\Theta)$ , en recourant à la définition même de la diffusivité, à savoir:

$$D(\Theta) = k(\Theta) \frac{dh}{d\Theta}$$

La pente de la courbe de succion, à une teneur en eau déterminée, donne directement la valeur du gradient  $dh/d\Theta$ . La conductivité hydraulique correspondante est fournie par la relation  $k(\Theta)$ .

#### 5. Exemple d'application

Quelques-unes des méthodes présentées ont été utilisées pour déterminer les relations caractéristiques relatives à un sable composé de grains de diamètre situé entre 80 et 670  $\mu$ . Les figures 11, 12, et 13 illustrent les résultats obtenus.

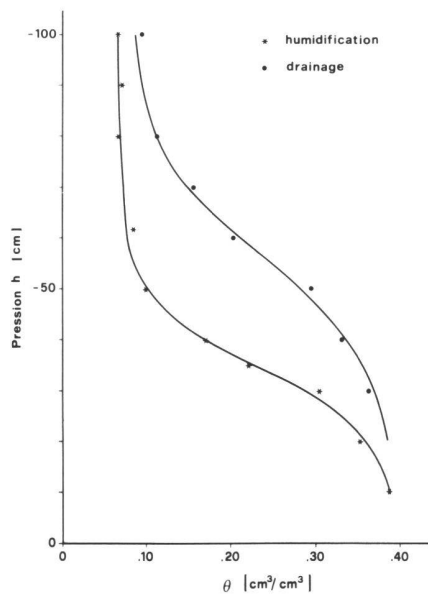


Fig. 11 Courbe caractéristique d'humidité

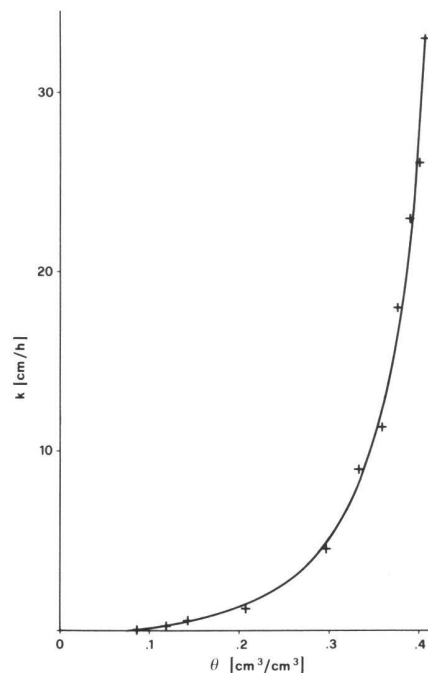


Fig. 12 Fonction  $k(\Theta)$

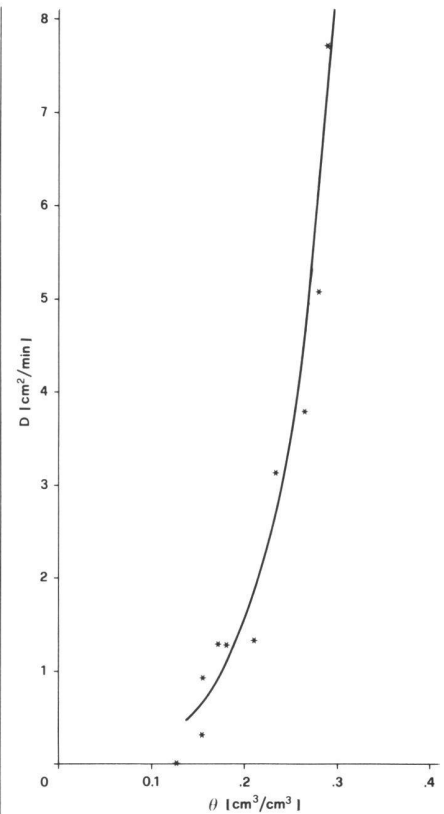


Fig. 13 Fonction de diffusivité

#### 6. Conclusion

S'il est relativement aisé d'aboutir à la formulation de l'équation décrivant les transferts d'eau dans le sol en associant la loi de Darcy généralisée à la loi de continuité, la résolution de cette équation présente quelques difficultés qui peuvent décourager les praticiens. En revanche on peut exploiter très simplement les résultats des mesures d'humidité et de tensiométrie pour estimer les mouvements liquides dans le sol et les échanges d'eau entre le sol, la nappe et l'atmosphère. Il est aussi possible de déterminer certaines propriétés hydrodynamiques essentielles des sols, en particulier les relations  $h(\Theta)$ ,  $k(\Theta)$  et  $D(\Theta)$ .

#### Références bibliographiques

- Hillel D.: L'eau et le sol, Ed. Vander, Louvain, 1974
- Hillel D.: Applications of soil physics, Academic Press, 1980
- Vachaud G.: Contribution à l'étude des problèmes d'écoulement en milieu poreux non saturé, Université de Grenoble, 1968.

Adresse de l'auteur:  
André Mermoud,  
Institut de Génie rural EPFL,  
En Bassenges,  
CH-1024 Ecublens