Struktur-Vergleich von zwei- und dreidimensionalen Ausgleichungen fundamentaler Triangulationsnetze

Autor(en): **Wolf, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **83 (1985)**

Heft 9: **Sonderheft zum Rücktritt und 70. Geburtstag von Prof. Dr. Dr. h. c. H. H. Schmid**

PDF erstellt am: **10.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-232622

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Struktur-Vergleich von zwei- und dreidimensionalen Ausgleichungen fundamentaler Triangulationsnetze

H. Wolf

Dem verehrten Jubilar, Herrn Professor Dr. Dr. E. h. Hellmut Schmid, dem die Fachwelt eine Vielzahl hochbedeutsamer Arbeiten auf dem Gebiet der dreidimensionalen Geodäsie verdankt, sei – mit herzlichen Wünschen – der nachfolgende Beitrag aus dem Bereich der geodätischen Netzberechnungen gewidmet.

Fundamentale Triangulationsnetze – in der Regel noch durch Entfernungsmessungen ergänzt – dienen, als Netze I. Ordnung, der nationalstaatlichen Grundlagenvermessung. Sie nehmen insofern eine besondere Stellung ein, als in ihnen – wegen der grossen Seitenlängen – keine Zenitdistanzen gemessen werden. Dieser Umstand erfordert besondere Beachtung bei der theoretischen Modellbildung und bei der rechnerischen Auswertung.

1. Die Messungsgrössen

Hierfür stehen zur Verfügung:

a) Horizontalwinkel, operationell die Winkel zwischen je zwei Vertikalebenen, welche durch das natürliche Lot im Standpunkt P_1 und die beiden Zielpunkte definiert werden. (Die Messung erfolgt in der Regel in Richtungssätzen.)

b) Astronomische Azimute, definiert als Horizontalwinkel zwischen dem natürlichen (astronomischen) Meridian in P_1 und dem Zielpunkt P_2.

c) Astronomische Breiten φ und Längen λ, definiert als Richtungsparameter des natürlichen Schwerevektors.

d) Entfernungen s, definiert als Raumstrecken zwischen je zwei Beobachtungspunkten.

2. Koordinatensysteme, Modelle

2.1 Dreidimensional (= 3D)

a) Der Beschreibung des einzuführenden Modells dient ein orthogonales X,Y,Z-System in spezieller (CIO-BIH)-Orientierung: Z-Achse parallel zur mittleren Erdachse, X-Achse parallel zum Greenwich-Meridian.

b) Ausserdem wird ein konzentrisches, koaxiales ellipsoidisches (B,L,h)-System benutzt: B und L = die ellipsoidische Breite bzw. Länge, h = die ellipsoidische Höhe, identisch mit dem räumlichen Abstand des Geländepunktes P(X,Y,Z) vom Ellipsoid, so dass

$$X = (N+h)\cos B\cos L,\quad Y = (N+h)\cos B\sin L,\quad Z = [N(1-e^2)+h]\sin B. \qquad (1)$$

N (und M) sind die Hauptkrümmungsradien des gewählten Ellipsoides mit den Halbachsen a und b bzw. der 1. Exzentrizität $e = \sqrt{a^2-b^2}/a$.

c) Das geometrische Modell ist das des Euklidischen Raums, in dem sich z. B. für das Azimut α_{12} der Richtung P_1P_2 ableiten lässt [Wolf 1963]:

(Formel 1) (2)

2.2 Zweidimensional (= 2D)

a) Die Orthogonalprojektion (der Punkte P) auf das vorerwähnte Ellipsoid führt zu den Bildpunkten $\overline{P}$ mit den Koordinaten $\overline{B} = B$, $\overline{L} = L$, $\overline{h} = 0$.

b) Es kann die Ellipsoidoberfläche zusätzlich noch in einer Ebene abgebildet werden, wodurch die Bildpunkte P_E mit den ebenen Koordinaten X_E, Y_E bestimmt sind.

c) Im geometrischen Modell werden die Bildpunkte $\overline{P}$ durch geodätische Linien auf dem Ellipsoid miteinander verbunden. Daneben bestehen noch die ellipsoidischen Vertikalschnitte (= Normalschnitte) als ellipsoidische Flächenkurven. – Die geodätischen Linien bilden mit den ellipsoidischen Meridianen die ellipsoidisch-geodätischen Azimute A, berechenbar z. B. aus

(Formel 2), (3)

wobei F_1, F_2, F_3 definierte Funktionen der Koordinaten von $\overline{P}_1$ und $\overline{P}_2$ sind [Grossmann 1976, S. 104 ff.].

Die ellipsoidischen Horizontalwinkel, messbar in den ellipsoidischen Tangentenebenen, findet man als Differenz zweier solcher Azimute A.

3. Linearisierung

Sind $X^0, Y^0, Z^0, \varphi^0, \lambda^0$ wählbare Näherungswerte für $X, Y, Z, \varphi, \lambda$, so gilt mit $\Delta X^0 = X_2^0 - X_1^0$, $\Delta Y^0 = Y_2^0 - Y_1^0$, $\Delta Z^0 = Z_2^0 - Z_1^0$, entsprechend (2):

(Formel 3). (4)

Nach einer Taylor-Entwicklung unter Verzicht auf die Glieder II. und höherer Ordnung wird mit p = B,L und i = 1,2:

$$\alpha_{12} = \alpha_{12}^0 + \sum_{p,i} \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial p_i}\delta p_i + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\varphi_1}\delta\varphi_1 + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\lambda_1}\delta\lambda_1 + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2}\delta h_2. \qquad (5)$$

$\partial\alpha_{12}/\partial h_1 = 0$. $\delta p_i, \delta\varphi_1, \delta\lambda_1, \delta h_2$ sind kleine endliche Änderungen von $p_i, \varphi_1, \lambda_1, h_2$ (gegenüber den Näherungswerten).

4. Verbindung von zweidimensionalem und dreidimensionalem Modell

Hierfür werden gesetzt: $h_1^0 = h_2^0 = 0$, $\delta p_i = 0$, so dass

$$\overline{X} = N\cos B\cos L,\quad \overline{Y} = N\cos B\sin L,\quad \overline{Z} = N(1-e^2)\sin B \qquad (6)$$

die Kartesischen Koordinaten der Ellipsoidpunkte $\overline{P}$ sind. Wählt man ausserdem $\varphi^0 = B$, $\lambda^0 = L$, so ergibt sich entsprechend (4):

(Formel 4).

Geometrisch ist dies auf dem Ellipsoid das Azimut der Normalschnitt-Kurve vom Punkt $\overline{P}_1$ zum Punkt $\overline{P}_2$. Entsprechend (5) ist dann:

$$\alpha_{12} = \overline{A}_{12} + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\varphi_1}\delta\varphi_1 + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\lambda_1}\delta\lambda_1 + N\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2}\left(\frac{\delta h_2}{N}\right),$$

wobei $\delta\varphi_1 = \varphi_1 - B_1$, $\delta\lambda_1 = \lambda_1 - L_1$, $\delta h_2/N = h_2/N$ (als kleine endliche Grösse zu betrachten), oder

$$\alpha_{12} = \overline{A}_{12} + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\varphi_1}(\varphi_1 - B_1) + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\lambda_1}(\lambda_1 - L_1) + \frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_1}h_2. \qquad (7)$$

Für die partiellen Ableitungen gilt [vgl. Wolf 1963]:

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\varphi_1} = \sin\alpha_{12}\cot\beta_{12},$$

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial\lambda_1} = \sin\varphi_1 - \cos\alpha_{12}\cos\varphi_1\cot\beta_{12},$$

(Formel 5), (8)

worin β_{12} die Zenitdistanz der Zielung P_1P_2 ist.

5. Geometrische Interpretation

Dass in (7) die beiden mittleren Glieder rechter Hand die bekannte Lotabweichungsreduktion d_1 darstellen, die im 2D-Modell an dem gemessenen Azimut α_{12} anzubringen ist, ist ohne weiteres ersichtlich, denn mit

$$\varphi_1 - B_1 = \xi_1,\quad \lambda_1 - L_1 = \eta_1/\cos\varphi_1 \qquad (9)$$

wird

$$\frac{\partial \alpha_{12}}{\partial \varphi_1}\xi_1 + \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial \lambda_1}\frac{\eta_1}{\cos\varphi_1} = \text{(Formel 6)},$$

(ξ_1, η_1 = Lotabweichungskomponenten in P_1).

Dass aber das letzte Glied in (7) die sogenannte Torsionsreduktion (wegen Höhenlage des Zielpunktes P_2) darstellt, ist so ohne weiteres nicht zu ersehen. Die Untersuchung ergibt nach (8), wenn nicht allzu grosse $\Delta B = B_2 - B_1$ und $\Delta L = L_2 - L_1$ betrachtet werden:

(Formel 7)

Nun ist [vgl. Grossmann 1976, S. 90 ff.] mit $e'^2 = (a^2 - b^2)/b^2$:

$$\Delta L \cos B_1 = \rho S \sin A_{12}/N_1 + \ldots,$$

$$\Delta B = \rho(1 + e'^2 \cos^2 B_1)\, S \cos A_{12}/N_1 + \ldots,$$

so dass mit ausreichender Näherung gilt:

(Formel 8)
oder
(Formel 9) (10)

in völliger Übereinstimmung z. B. mit [Grossmann 1976, S. 71].
Damit wird dann aus (7):

$$\overline{A}_{12} = \alpha_{12} + d_1 + d_2 \qquad (11)$$

Auf dem Ellipsoid soll nun aber im 2D-Modell vom Azimut $\overline{A}_{12}$ des Normalschnittes noch zum Azimut A_{12} der geodätischen Linie übergegangen werden, weswegen an (11) eine weitere Reduktionsgrösse d_3 anzubringen ist, so dass

$$A_{12} = \overline{A}_{12} + d_3 = \alpha_{12} + d_1 + d_2 + d_3. \qquad (12)$$

Solange man nur mit Vertikalschnitten arbeitet, wie in der 3D-Geodäsie, kommt d_3 überhaupt nicht in Betracht. Doch wird d_3 erforderlich, wenn mit der Relation (3) gerechnet werden soll.
Wird übrigens in d_1 die Grösse η gemäss (9) ersetzt, so erhält man das Laplacesche Azimut

$$A_{Lapl.} = \alpha^*_{12} - (\lambda_1 - L_1) \sin\varphi_1 + $$
$$+ \cot\beta_{12}\,(\eta_1 \cos\alpha_{12} - \xi_1 \sin\alpha_{12}), \qquad (13)$$

wenn α^*_{12} durch direkte, astronomische Beobachtung gefunden wurde.

6. Wahl der Parameter in der Netzausgleichung

Ob man dreidimensional mit den α oder zweidimensional mit den A die Ausgleichung durchführt: – beiden Systemen ist gemeinsam, dass als Parameter (d. h. als Unbekannte) die Breite B und die Länge L auftreten. Reduzierte Normalgleichungen aus benachbarten Netzen, die nur noch die Unbekannten δB, δL enthalten, können – ungeachtet ihrer Herkunft – ohne weiteres miteinander kombiniert werden, auch wenn das eine System zweidimensional und das andere dreidimensional ausgeglichen wurde.
Die Situation ist jedoch eine andere, wenn bei der 2D-Ausgleichung die

$$M\delta B/\rho \approx \delta\overline{x} \text{ und } N \cos B\, \delta L/\rho = \delta\overline{y} \qquad (14)$$

(des Punktes $\overline{P}$) benutzt werden und bei der benachbarten 3D-Ausgleichung die Incremente $(M + h)\delta B/\rho = \delta x$ bzw. $(N + h) \cos B \delta L/\rho = \delta y$ (für den Punkt P): Dann muss, vor einer Kombination, durch Multiplikation mit $(M + h)/M$ bzw. mit $(N + h)/N$ auf die Parameter δx, δy transformiert werden (oder umgekehrt). Entsprechendes gilt, wenn einerseits z. B. mit δB, δL gearbeitet wurde und im angrenzenden Netz mit δx, δy oder mit $\delta\overline{x}$, $\delta\overline{y}$.

7. Vergleich der Koeffizienten-Matrizen

Die α und die A sind – wegen ihrer geometrischen Bedeutung – theoretisch zwei heterogene Funktionen der B,L,h. Daher werden ihre partiellen Ableitungen nach den Koordinaten p_i, d. h. die $(\partial\alpha/\partial p_i)$ und die $(\partial A/\partial p_i)$ unterschiedliche Funktionen sein, die nicht streng identisch miteinander sein können, so dass in den Beobachtungsgleichungen die Erwartungsfunktionen z. B.

$$E\{A\} = B_2\delta p, \text{ mit}$$
$$B_2 = [\partial A/\partial p] \text{ (zweidimensional)}$$

und

$$E\{\alpha\} = B_3\delta p, \text{ mit}$$
$$B_3 = [\partial\alpha/\partial p] \text{ (dreidimensional)}$$

sich mit $B_2 \neq B_3$ ergeben. Allerdings ist der Unterschied $B_3 - B_2$ numerisch nicht sehr gross, da sich die A und α nur um die kleinen Grössen $A - \alpha = d_1 + d_2 + d_3$ unterscheiden, die in der Regel innerhalb der Signifikanzgrenze (= Vertrauensintervall der α) liegen.
Für die in B_2 bzw. B_3 enthaltenen partiellen Ableitungen existieren mehrere unterschiedliche Formen, so z. B. für die $\partial A/\partial p$ (zweidimensional) in [Jordan/Eggert/Kneissl 1958, S. 615 ff.] und in [Wolf 1975, S. 147 ff.] für die $\partial\alpha/\partial p$ (dreidimensional) in [Wolf 1963 und 1975, S. 183] sowie in [Vincenty 1980].
Was die numerische Rechnung anlangt, dürfte in der 3D-Rechnung die Bildung der Absolutglieder an Hand von (2) einfacher sein als die Handhabung von (3) in der 2D-Ausgleichung. In der Koeffizientenberechnung, d. h. der Bildung der partiellen Ableitungen, wird die 2D-Berechnung um ein geringes kürzer sein.

8. Formen der Netzausgleichung

8.1 Die 2D-Ausgleichung

Auf dem Ellipsoid ist eine reine Lage-Ausgleichung unter Benützung von Werten A nach (12) bzw. von $A_{Lapl.}$ nach (13).
In der Regel werden die zur Reduktion benötigten Werte h, φ, λ als fehlerfreie Grössen behandelt. Nur gelegentlich wird (folgerichtig) ein Teil der Verbesserungen für die $A_{Lapl.}$ den λ zugeschlagen.
Als Parameter werden zumeist – wie z. B. beim Europäischen Dreiecksnetz RETrig – die $\delta\overline{x}$, $\delta\overline{y}$ nach (14) benützt, selten dagegen die δB, δL.
Bei einer Abbildung des Ellipsoides in der Ebene, z. B. nach Gauss-Krüger, kann ein Netz sogar gleichzeitig in mehreren benachbarten Meridianstreifen ausgeglichen werden, wie von [Wolf 1954] beschrieben.
Zwischen den $\delta\overline{x}$, $\delta\overline{y}$ und den ebenen δx_E, δy_E bestehen im übrigen Transformationsgleichungen von der Form

$$\begin{aligned} \delta x_E &= m\,(\delta\overline{x} \cos c - \delta\overline{y} \sin c), \\ \delta y_E &= m\,(\delta\overline{x} \sin c - \delta\overline{y} \cos c), \end{aligned} \qquad (15)$$

worin m der lokale Abbildungsmassstab und c die lokale Meridiankonvergenz ist.

8.2 Die 3D-Ausgleichung

Sie kann entweder im X,Y,Z-System mit den Parametern δX, δY, δZ oder im ellipsoidischen System mit den Parametern δB, δL, δh (bzw. δx, δy, δh) durchgeführt werden, wobei [Wolf 1963, S. 228]

(Formel 10) (16)

Von der Wahl des Koordinatensystems – hierauf sei besonders hingewiesen – hängt das Ergebnis nicht ab.
Da aus den gemessenen Horizontalwinkeln und den astronomischen Messungen keine Höhen ableitbar sind, müssen alls δh gleich Null gesetzt werden, d. h. die eingeführten Höhen h^0 ändern ihren Wert nicht mehr. Das gleiche gilt für die eingeführten astronomischen φ und λ, die mit ihren gemessenen Werten in der gesamten Ausgleichung beibehalten werden. Diese Verfügung $[\delta\varphi, \delta\lambda, \delta h]^T = 0$ ist das Kernstück der ‹höhenkontrollierten› 3D-Ausgleichung von [Vincenty 1980]. Wenn dabei allerdings im X,Y,Z-System ausgeglichen wird, so ergibt sich zufolge von $\delta h = 0$ die nachstehende, sogleich aus (16) ablesbare Bedingungs-(d. h. Restriktions-) Gleichung:

$$\begin{aligned} \delta h = 0 = \delta X \cos B \cos L &+ \\ + \delta Y \cos B \sin L &+ \delta Z \sin B \end{aligned} \qquad (17)$$

mit deren Hilfe z. B. eine der 3 Unbekannten δX, δY oder δZ eliminiert

werden kann (oder es kann das Normalgleichungssystem um (17) erweitert werden).
Wenn auf den Laplace-Punkten (mit gleichzeitigen λ- und α-Messungen) die λ nicht unverbessert bleiben sollen, entsprechend der 2D-Ausgleichung, s. o., so müsste man bei der Bildung der Fehlergleichungen (auf den Laplace-Punkten) jeweils im vorletzten Glied von (5) dementsprechend

$$\ldots + \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial \lambda_1} v_{\lambda_1} + \ldots$$

setzen (v_{λ_1} = Verbesserung für λ_1).
Sind ausser den Horizontalwinkeln auch noch Entfernungen (Schrägstrecken) s gemessen worden, so können diese – wegen ihrer geringen Neigung gegen das Ellipsoid (eine Folge der langen Dreiecksseiten im Fundamentalnetz) – zur Höhenbestimmung ebenfalls nicht herangezogen werden, was auch aus [Rinner 1985] gefolgert werden kann, so dass auch aus diesem Grund überall $\delta h = 0$ zu setzen ist. Auch wenn die h als verbesserungsbedürftige Grössen in die Ausgleichung eingeführt werden, kann es – wegen der schleifenden Schnitte, welche die s gegeneinander bilden – nicht zur nennenswerten verbessernden Beeinflussung der Höhen durch die – schwach geneigten – Strecken kommen.

9. Abschliessende Bemerkungen

In Vorstehendem war vorausgesetzt worden, dass die ellipsoidischen Höhen h verfügbar sind, d. h. sich aus der Summe von orthometrischen Höhen H und Geoidundulationen G (oder von Normalhöhen $\overline{H}$ und Quasigeoidundulationen $\overline{G}$) bilden lassen, wobei diese G (bzw. $\overline{G}$) fest vorgegebene Grössen sind, wie sie sich z. B. aus Schwere-Anomalien oder aus einem astronomischen Nivellement oder auch aus Satellitenbeobachtungen ergeben haben.
Denkbar wäre, alle diese Bestimmungen zusammen mit der Fundamentalnetz-Ausgleichung in einem Guss durchzuführen, so dass auch alle G-Werte sowie alle H, φ, λ Verbesserungen erhalten, also Veränderungen erfahren würden, entsprechend dem Konzept der ‹Integrierten Geodäsie›. Wie in [Wolf 1985] dargelegt, ist indessen der mögliche Einfluss aus Änderungen der Geoidundulationen und der Lotabweichungen auf die gesuchten Lage-Koordinaten B, L sehr klein, wenn keine Zenitdistanzen gemessen worden sind; – und gerade das ist aber das kennzeichnende Merkmal der geodätischen Fundamentalnetze I. Ordnung.
Doch zeichnet sich hiermit eine neue Entwicklung ab, indem in Sondernetzen mit kürzeren Zielweiten bei vorhandenen Zenitdistanzmessungen und mit steileren Zielungen (wie z. B. im Loreley-Netz) – mithin also in ganz anderen Situationen – eine spürbare Verbesserung der nach einem geometrischen Modell erhaltenen Ergebnisse stattfindet, wenn mittels Kollokation und integrierter Geodäsie gearbeitet wird, wie von [Hein u. a. 1984] in beispielgebender Weise dargetan worden ist.

(Formel 1)

$$\alpha_{12} = \arc\tan \frac{(Y_2 - Y_1)\cos\lambda_1 - (X_2 - X_1)\sin\lambda_1}{(Z_2 - Z_1)\cos\varphi_1 - \sin\varphi_1[(X_2 - X_1)\cos\lambda_1 + (Y_2 - Y_1)\sin\lambda_1]}$$

(Formel 2)

$$A_{12} = \arc\tan\left(\frac{F_1}{F_2}\right) - F_3(L_2 - L_1)\sin\left(\frac{B_1 + B_2}{2}\right),$$

(Formel 3)

$$\alpha_{12}^0 = \arc\tan \frac{\Delta Y^0 \cos\lambda_1^0 - \Delta X^0 \sin\lambda_1^0}{\Delta Z^0 \cos\varphi_1^0 - \sin\varphi^0(\Delta X^0 \cos\lambda_1^0 - \Delta Y^0 \sin\lambda_1^0)}$$

(Formel 4)

$$\overline{A}_{12} = \arc\tan \frac{\Delta\overline{Y}\cos L_1 - \Delta\overline{X}\sin L_1}{\Delta\overline{Z}\cos B_1 - \sin B_1(\Delta\overline{X}\cos L_1 - \overline{Y}\sin L_1)}.$$

(Formel 5)

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2} = \rho\frac{\cos\alpha_{12}\cos B_2}{s\sin\beta_{12}}[\sin(L_2 - L_1) +$$
$$+ \{\sin B_1 \cos(L_2 - L_1) - \tan B_2 \cos B_1\} \tan\alpha_{12}],$$

(Formel 6)

$$\xi_1 \sin\alpha_{12}\cot\beta_{12} + \eta_1(\tan\varphi_1 - \cos\alpha_{12}\cot\beta_{12}) =$$
$$= \eta_1\tan\varphi_1 - \cot\beta_{12}(\eta_1\cos\alpha_{12} - \xi_1\sin\alpha_{12}) = -d_1,$$

(Formel 7)

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2}h_2 = \rho\frac{\cos\alpha_{12}\cos B_2}{s\sin\beta_{12}}[\sin\Delta L + \{\sin B_1 - \tan(B_1 + \Delta B)\cos B_1\}\tan\alpha_{12}]h_2 \approx$$
$$\approx \rho\frac{\cos\alpha_{12}\cos B_2}{S_{12}}\left[\frac{\Delta L}{\rho} + \left\{\sin B_1 - \tan B_1\cos B_1 - \frac{\cos B_1}{\cos^2 B_1}\frac{\Delta B}{\rho}\right\}\tan\alpha_{12}\right]h_2.$$

(Formel 8)

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2}h_2 \approx \rho\frac{\cos A_{12}}{S_{12}}[S_{12}\sin A_{12} - (1 + e'^2\cos^2 B_1)S_{12}\cos A_{12}\tan A_{12}]h_2/N_1 \approx$$
$$\approx (\rho/N_1)[1 - 1 - e'^2\cos^2 B_1]\sin A_{12}\cos A_{12}\cdot h_2,$$

(Formel 9)

$$\frac{\partial\alpha_{12}}{\partial h_2}h_2 \approx -\rho e'^2\cos^2 B_1 \sin 2A_{12}\, h_2/(2N_1) = -d_2$$

(Formel 10)

$$\begin{bmatrix}\delta X\\ \delta Y\\ \delta Z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(M+h)\sin B\cos L, & -(N+h)\cos B\sin L, & +\cos B\cos L\\ -(M+h)\sin B\sin L, & +(N+h)\cos B\cos L, & +\cos B\sin L\\ -(M+h)\cos B, & 0, & \sin B\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta B\\ \delta L\\ \delta h\end{bmatrix}$$

Formelübersicht

Literatur

Grossmann, W.: Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung. Stuttgart 1976

Hein, G. W., Landau, H., Egreder, K.: Erste Erfahrungen zur integrierten geodätischen Netzausgleichung. ZfV 1984, S. 75 ff.

Jordan/Eggert/Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band IV. Stuttgart 1985

Rinner, K.: Geometrie mit Raumstrecken. ZfV 1985, S. 91 ff.

Vincenty, T.: Height-controlled three-dimensional adjustment of horizontal networks. Bull. Géod. 1980, S. 37 ff.

Wolf, H.: Zur Ausgleichung grossflächiger Dreiecksnetze nach vermittelnden Beobachtungen mit Koordinaten streifenweiser Abbildungen. ZfV 1954, S. 175 ff.

Wolf, H.: Die Grundgleichungen der dreidimensionalen Geodäsie in elementarer Darstellung. ZfV 1963, S. 225 ff.

Wolf, H.: Ausgleichungsrechnung, Formeln zur praktischen Anwendung. Bonn 1975

Wolf, H.: Das Lage- und Höhenproblem in grossen geodätischen Netzen bei Einbeziehung von Satellitendopplermessungen. ZfV 1985 (in Vorbereitung).

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr. mult. Helmut Wolf
Institut für Theoretische Geodäsie
Universität Bonn
Nussallee 17, D-5300 Bonn 1