

Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
Band: 98 (2000)
Heft: 7

Artikel: GPS-Geometrie nach antikem Vorbild (3)
Autor: Deile, M.-L.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-235664>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

GPS-Geometrie nach antikem Vorbild (3)

Das 21. Jahrhundert hat dem Meter eine geistige Neugeburt zugesichert. Dieser dritte Teil der Artikelreihe schildert wie der Meter dank seiner, in Teil I + und II vorgestellten, aktiven Komponenten als Brücke zur Einverleibung der Keplerschen und Newtonschen Erkenntnisse in die Satelliten-Pseudo-Distanz-Ortungs-Geodäsie dienen kann.

Le 21^{ème} siècle promet au mètre un véritable renouveau. Dans cette troisième partie de la série d'articles, il est décrit comment le mètre, grâce à ses propriétés actives présentées dans les parties I et II, peut servir de pont pour l'assimilation des théories de Kepler et Newton dans la géodésie satellitaire de la mesure des pseudo distances.

Il 21° secolo ha generato una rinascita «spirituale» del metro. Questa terza parte della serie di articoli spiega come il metro, grazie ai suoi componenti attivi, presentati nella parte I e II, funga da collegamento per l'incorporazione delle conoscenze kepleriane e newtoniane nella geodesia di determinazione della pseudodistanza dei satelliti.

M.-L. Deile

Kepler und Newton als GPS-Pseudo-Distanz-Berichtiger

Bestätigung für die, in den Teilen I und II behandelten, Grundlagen einer modernen Raum-Zeit-Geodäsie.

Die den Erdball umhüllende Orbit-Satelliten-Struktur des Global Positioning Systems GPS ist, astronomisch gesehen, ein Mini-Planeten-System.

Die Wissenschaftler Johannes Kepler (1571–1630) und Isaac Newton (1642–1727) hatten zu ihrer Lebenszeit noch nicht über den Meter verfügt. Ihre Lehren konnten von der Nachwelt nur schwerlich verstanden werden, denn es fehlte an einer universellen Masseinheit. Der Mathematiker Johannes Kepler war der erste, der sich Gedanken gemacht hatte über das Verhältnis von Strecke und Planeten-Umlaufzeit. Er war seiner Zeit um zirka 200 Jahre voraus gewesen. Denn

Dritte Folge der Artikelreihe «GPS-Geometrie nach antikem Vorbild – die Meter-Einheit in ihrer vierten Dimension praktisch dargelegt», VPK 10/98, 6/99.

erst das Ende des achtzehnten Jahrhunderts entsprach dem nicht mehr aufzuhaltenden Bedürfnis nach einer Streckeneinheit, die einem rechten Erd-Meri-

Keplersche Gesetze

1. die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht;
2. der von der Sonne nach dem Planeten weisende Strahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen;
3. die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander wie die 3. Potenzen der grossen Achsen der Bahnelipsen.

Newtonsche Axiome

(nur das 3. stammt von ihm selbst)

1. Jeder Körper, auf den keine Kräfte wirken, verharrt im Zustand der Ruhe oder bewegt sich gleichförmig.
2. Einwirkende Kräfte erteilen dem Körper eine Beschleunigung, die der bewegenden Kraft proportional ist und in der Richtung erfolgt, in der die Kraft wirkt: mathematisch ausgedrückt: Kraft = Masse x Beschleunigung.
3. Die Wirkung zweier Körper aufeinander ist gleich, aber von entgegengesetzter Richtung.

Der Keplersche Weg zur Bestimmung von e_{error_a} aus e_{error_b} :

Formel:

$$e_{\text{error}_a} = \frac{\Delta e_{\text{error}_a / b})}{1 - \sqrt{\frac{r_a^3 \cdot \text{rad. } \%_a}{r_b^3}}} - \Delta e_{\text{error}_a / b}) \text{ m in Natur}$$

In Zahlen:

$$e_{\text{error}_a} = \frac{20}{1 - \sqrt{\frac{1,353707^3 \cdot 0,8284093}{1,79499^3}}} - 20 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error}_a} = \frac{20}{1 - \sqrt{0,359282^*}} - 20 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error}_a} = 49,925349 - 20 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error}_a} = \frac{20}{1 - 0,5994019} - 20 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error}_a} = 29,925349 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error}_b} = 29,925349 \text{ m in Natur}$$

*) Der Wurzelwert 0,359282 bildet das Äquivalent zur Newtonschen «Kraft = N» (Kraft = Masse x Beschleunigung)

dian-Zentrumswinkel von 90° die Bogenlänge einer vollen Dezimaleinheit zuordnete.

Der Meter mit seinen, in Teil II aufgeführten, aktiven Komponenten stellt somit einen Bruchteil der Streckeneinheit Eins des Keplerschen Raumes dar und ist den Keplerschen Gesetzen und den Newtonschen Axiomen anteilmässig mit unterworfen. Mit dem Meter als Recheneinheit hätte Johannes Kepler seine Gesetze vor der Nachwelt beweisen können.

Ihm zu Ehren wird nachfolgend, wenn auch die Genauigkeit nicht ganz befriedigt, unter Wiederverwendung der Daten aus den Teilen I und II die Fehl-Zeit-Distanz $e_{\text{error}(a)}$ gemäss dem 3. Keplerschen Gesetz ausgezogen. Die beiden Beispiele a) und b) erfüllen die Rollen der zwei Keplerschen Planeten. Die grossen Achsen der Bahnellipsen in der 3. Potenz werden ersetzt durch die Pseudo-Fehl-Dreiecks-Radien $r_a)$ und $r_b)$. Die Fehl-Zeit-Distanzen $e_{\text{error}(a)}$ und $e_{\text{error}(b)}$ treten an die Stelle der Umlaufzeiten der beiden Keplerschen Planeten (siehe Kasten).

Der Physiker Isaac Newton begnügt sich nicht nur mit dem Pseudo-Fehl-Distanz-Dreieck, sondern nimmt gleichzeitig an, dass die mittlere Signal-Übertragungsgeschwindigkeit zwischen Satelliten und Beobachter eine Pseudo-Beschleunigung g erlitten habe.

Die dreidimensionale Logik glaubt sich entscheiden zu müssen: «Entweder Pseudo-Strecke oder Pseudo-Beschleunigung, entweder Kepler oder Newton!» Doch die vierdimensionale Logik braucht beide vereint, Kepler und Newton.

Das 2. Newtonsche Axiom besitzt die mathematische Formulierung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$$

$$N = m \cdot g$$

Für die hier demonstrierte, Newtonsche Auslegung der e_{error} -Bestimmung werden die Bezeichnungen des Axioms folgendermassen angepasst:

$$\text{Wirkung} = \text{Radius} \times \text{Beschleunigung}$$

$$N = r \cdot g,$$

wobei r den Radien $r_a)$ und $r_b)$ entspricht. Der ausstehende Beschleunigungsfaktor

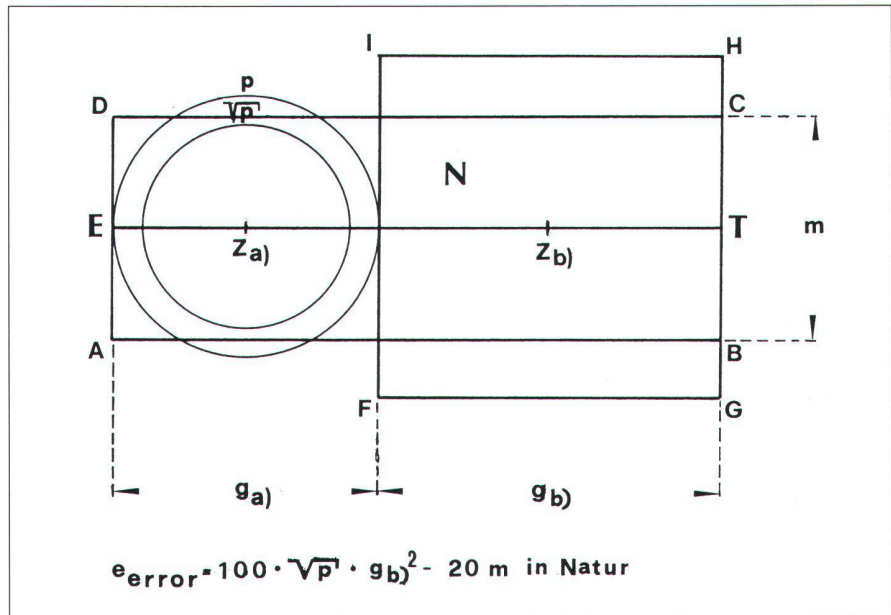


Abb. 1: Kepler-Newton'sche Raum-Zeit-Struktur zur Pseudo-Distanz-Berichtigung. Schematische Darstellung der ausgewerteten Streckenverhältnisse.

Kurzzeichenerklärung:

- $g_a)$ = Pseudo-Beschleunigung a)
- $g_b)$ = Pseudo-Beschleunigung b), Seite des Quadrats F-G-H-I
- p = Kreis mit dem Durchmesser $g_a)$
- \sqrt{p} = Kreis mit dem Durchmesser $\frac{\sqrt{p}}{\pi}$
- $Z_a)$ = Zentrum der Kreise p und \sqrt{p}
- $Z_b)$ = Zentrum des Quadrats F-G-H-I
- m = Für a) und b) gültige, durchschnittliche Pseudo-Masse

$$m = \frac{1}{r_a) + r_b)} = \frac{1}{1,358707 + 1,794989} \text{ cm}$$

E-T = $g_a) + g_b)$ = Raum-Zeit-Achse

N = Für a) und b) gültiges, durchschnittliches Newtonsches Kraft-Flächen-Rechteck
A-B-C-D, $N = m \cdot g$

Daten:

- $g_a)$ = 0,4765823 cm
- $g_b)$ = 0,6392476 cm
- m = 0,317088 cm
- E-T = 1,11583 cm
- $r_a)$ = 1,358707 cm
- $r_b)$ = 1,794989 cm
- N = 0,353816 cm²
- p = 1,4972274 cm
- \sqrt{p} = 1,2236124 cm
- $\Delta e_{\text{error}(a)/b)}$ = 20 m in Natur = Differenz zwischen den Pseudo-Distanzen $e_a)$ und $e_b)$

g wird mittels folgender Formeln aus den, schon eingeführten Ausgangsdaten $\frac{1}{9}$, r und rad. % gewonnen. Der Einsatz des Kilometer/Grad-Koeffizienten $\frac{1}{9}$ erklärt sich dadurch, dass es sich bei

der gnomonischen Projektion des Pseudo-Fehl-Dreiecks um eine Winkelprojektion handelt. Die entstandenen Bogengrade müssen also in metrische Einheiten umgewandelt werden.

Bestimmung des Beschleunigungsfaktoren g:

Beispiel a)

Formel:

$$g_a) = \frac{1}{9 \cdot (1 - \text{rad.}\%_{a)}) \cdot r_a} \text{ cm}$$

In Zahlen:

$$g_a) = \frac{1}{9 \cdot (1 - 0,8284093) \cdot 1,358707} \text{ cm}$$

$$g_a) = 0,476582 \text{ cm}$$

Beispiel b)

Formel:

$$g_b) = 1 - \frac{1}{9 \cdot (1 - \text{rad.}\%_{b)}) \cdot r_b} \text{ cm}$$

In Zahlen:

$$g_b) = 1 - \frac{1}{9 \cdot (1 - 0,8284123) \cdot 1,79499} \text{ cm}$$

$$g_b) = 0,639247 \text{ cm}$$

Vergleich mit dem, innerhalb des Keplerschen Weges entstandenen, als Newtonsche Kraft N vermerkten, Wurzelwert: 0,359282

2. Newtonsches Axiom: $N = r \cdot g$

Beispiel a):

$$N_a) = \frac{1}{1,358707} \cdot 0,476582 = 0,350761$$

Beispiel b):

$$N_b) = \frac{1}{1,79499} \cdot 0,639247 = 0,356128$$

Die Newtonsche Weiterführung des Keplerschen Weges zur Bestimmung von

Fehl-Zeit-Distanz e_{error} und
 Altituden-Intervall ΔR_{G-CM}

unter Einsatz des vorhergehend aufgestellten Beschleunigungsfaktoren g:

Bestimmung von $e_{\text{error a)/b)}$:

Formel:

$$e_{\text{error a)}) = 100 \cdot g_b)^2 \cdot \sqrt{\pi \cdot g_a)} - 20 \text{ m in Natur}$$

In Zahlen:

$$e_{\text{error a)}) = 100 \cdot 0,6392476^2 \sqrt{\pi \cdot 0,4765823} - 20 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error a)}) = 30,001392 \text{ m in Natur}$$

$$e_{\text{error b)}) = 50,001392 \text{ m in Natur}$$

Bestimmung von ΔR_{G-CM} :

Formel:

$$\Delta R_{G-CM} = \frac{\text{tg } \alpha_{\text{mittel b)})^\circ \cdot 100}{6 \pi \cdot g_a)}$$

(entwickelt aus: $\frac{1 \cdot 3 \text{tg } \alpha_b) \cdot 100}{9 \cdot 2 \pi \cdot g_a)}$
 m in Natur

In Zahlen:

$$\Delta R_{G-CM} = \frac{\text{tg } 61,380276^\circ \cdot 100}{6 \pi \cdot 0,4765823}$$

 m in Natur

$$\Delta R_{G-CM} = 20,400244 \text{ m in Natur}$$

Die Artikelreihe GPS-Geometrie nach antikem Vorbild ist mit der demonstrierten Einbeziehung der Newtonschen Beschleunigung in die Bestimmungen von Zeit-Distanz- und Altituden-Intervall beendet. Falls Sie ausführlichere Unterlagen betreffs der Gewinnung der Ausgangsdaten wünschen sollten, steht die Autorin gerne zur Verfügung (Tel. 021 / 801 87 14).

Marie-Louise Deile
 Chemin de l'Alouette 12
 CH-1110 Morges

Abonnementsbestellungen unter folgender Adresse:

SIGWERB AG
 Dorfmatenstrasse 26
 CH-5612 Ullmergen
 Telefon 056 / 619 52 52
 Telefax 056 / 619 52 50

Jahresabonnement 1 Jahr:
 Inland sFr. 96.-, Ausland sFr. 120.-

*Fabrikneue Rechenschieber zu verkaufen.
 Ein Werbegeschenk für Geschichtsbewusste.*

A.W. FABER-CASTELL
mit Additor (15 cm) Fr. 30.-

NESTLER Darmstadt (15 cm) Fr. 25.-

NESTLER Darmstadt (30 cm/Holz) Fr. 45.-

Bestellung an Fax: 056/491 36 06